

ALUCINANDO CON CUBOS DE COLORES

José Muñoz Santonja

I.E.S. Macarena

Juan Antonio Hans Martín

C.C. Sta. M^a de los Reyes

Miembros del Grupo Alquerque-Sevilla y de la S.A.E.M. THALES

El juego como motivador del aprendizaje.

Los primeros conocimientos que aprendemos suelen ser a través del juego. El juego tiene un gran atractivo como entretenimiento y permite potenciar capacidades y destrezas de una forma lúdica. Es frecuente que regalemos a nuestros hijos pequeños juegos de construcción, puzzles, materiales manipulativos en definitiva, para que a través de esa manipulación se acostumbren a agrupar objetos, ordenar palabras, relacionar conceptos, construir figuras, distinguir colores, formas y tamaños, etc...

Ya en la edad escolar, hay multitud de recursos (basta ver el catálogo de cualquier casa de materiales educativos) que se pueden utilizar en el aula para aprender conceptos y procedimientos. Entre ellos se pueden citar adaptaciones de juegos que existen fuera del aula, así, no es extraño encontrar elementos de Lengua, Matemáticas, Ciencias, u otras materias formando parte de barajas de cartas, dominós, puzzles, bingos, etc...

A medida que el niño se hace mayor, da la impresión de que la enseñanza se hace más seria (¿más aburrida?) y desaparece el juego como actividad con la que aprender. Hay asignaturas en las que se contemplan juegos variados que son aceptados sin dificultad, como por ejemplo en la enseñanza de Idiomas. Sin embargo, en otras asignaturas parecen no casar muy bien estas actividades con la seriedad que requiere la enseñanza, como caso más llamativo podemos citar a las matemáticas.

A pesar de ello, hay un amplio grupo de profesores de matemáticas que en su metodología vienen estudiando la introducción de juegos y recursos manipulativos, que, como es fácil de comprobar, motivan y permiten que los alumnos "hagan" matemáticas, en lugar de meramente reducirse a escuchar, copiar y repetir lo oído. Las limitaciones de espacio no nos permiten desarrollar las ventajas que, en nuestra opinión, reporta la introducción de los juegos en la dinámica de la clase, pero el hecho de que ambos autores estemos impartiendo desde hace años talleres de juegos en secundaria, aparte de utilizar estos recursos en nuestras clases de matemáticas, da una idea de que somos personas convencidas de su potencialidad. En esta línea es en la que se va a mover esta comunicación.

Los puzzles de cubos.

Antes comentábamos los múltiples juguetes educativos que pueden verse en muchas casas con niños pequeños. Dentro de esa serie hay uno que se regala tradicionalmente y que tampoco falta en las ludotecas o en los niveles de educación infantil. Nos referimos a los puzzles formados por cubos. Estos cubos pueden ser de goma espuma, cartón, o más generalmente de madera o plástico. En ellos se mezclan colores, letras, figuras, trozos de dibujos o incluso números y operaciones. El objetivo del puzzle es unirlos unos a otros para formar palabras, expresiones numéricas o dibujos.

Basado en esa idea, hay un puzzle que consiste en una serie de cubos (los que conocemos varían entre 4, 5 ó 6 piezas), en los cuales, cada cara es de un color y existe una distribución de colores distinta en cada uno, repitiéndose a veces colores dentro de un mismo cubo.

La idea de este puzzle parte del matemático Alexander MacMahon, especialista en análisis combinatorio, quien en 1921 publicó un libro titulado *Nuevos Pasatiempos Matemáticos* en el que generalizaba la idea de los dominós a dos dimensiones, coloreando ambas partes y construyendo un puzzle en el que se combinaban los colores. Posteriormente pasó a los dominós de tres dimensiones, con un interesante rompecabezas de 30 cubos que se convirtió en un clásico de las matemáticas recreativas.

Los puzzles que conocemos.

A lo largo de los últimos años, hemos recopilado información sobre estos puzzles y estudiado sus características. Hemos intentado, por un lado aprovechar las posibilidades de los que existían ampliando, si era posible, las propuestas y por otro lado estudiar combinaciones distintas, que tuviesen también atractivo desde el punto de

vista matemático.

En primer lugar, hay una serie de desarrollos que aparecen en la bibliografía. Podemos empezar con el que aparece en el libro de Fernando Corbalán, titulado "Cubos Diabólicos" (realmente lo son), que tienen una estructura parecida a la que aparece en la revista Cacumen, que también aparecen en el libro de Wei Zhang.

Existen también una serie de juegos comercializados. Entre ellos conocemos uno de nombre "Logicubos" de Illy Kaujmann, u otro de título "Semáforo" (aunque preferimos el título inglés que traducido sería el de "Cuatro locos"). Estos dos ejemplos, igual que los que hemos comentado anteriormente, se componen de cuatro cubos y cuatro colores. La distribución en todos ellos es muy parecida, hasta el punto de que a veces sólo se diferencian en la combinación de colores de una de las piezas. En los cubos están distribuidos cuatro colores distintos y con distinta cantidad de repetición. Aunque se diferencian de otros que vamos a ver, en que en alguno de los cubos hay un color que se repite tres veces.

Este mismo año, y a través de un amigo, nos llegó una distribución distinta proveniente de Galicia y con el nombre de "Dados Celtas" que tiene la característica de estar formado por cinco cubos y cinco colores (en el original son figuras típicas de la mitología celta), de forma que en cada cubo se repite un solo color y distinto en cada uno de las piezas. En el libro de Wei Zhang también aparece un puzzle formado por seis cubos y en el que cada cara es de un color sin que se repita ninguno.

Más adelante vamos a escribir las distribuciones de alguno de estos juegos, así como las actividades de resolución que se plantean, ampliadas con algunas de las que hemos trabajado. También añadiremos uno de los diseños contruidos en nuestros talleres, pero antes tenemos que ver el rendimiento didáctico que se puede sacar a estos puzzles.

Posibilidades didácticas.

El trabajo con este tipo de material está directamente relacionado con la resolución de problemas, por ello, muchas de las técnicas de resolución se pueden aplicar aquí. El problema base de estos puzzles, que es apilarlos de manera que en cada una de las caras de la columna que se forma estén todos los colores, permite aplicar el mismo razonamiento que el utilizado para los problemas. Dado que suele ser un puzzle de resolución complicada, es necesario estudiar una estrategia para hacerlo y desde luego sistematizar pasos a seguir. Además se requiere paciencia y constancia para no desanimarse a las primeras de cambio.

Los alumnos suelen ir apilando los cubos uno a uno y procuran que les quede con la exigencia pedida antes de añadir otro cubo (es decir, resuelven problemas parciales). Cada vez que añaden una pieza nueva prueban todas las distribuciones hasta dar con la solución. Si no lo consiguen, vuelven hacia atrás y rehacen alguna de las soluciones encontradas. Hay alumnos que encuentran estrategias de resolución muy curiosas, basadas en los desarrollos o en el número de veces que aparece cada color entre todos los cubos.

Pero no únicamente aparecen procedimientos en la resolución, hay también conceptos. Los más evidentes son los de ordenación de elementos (pues al fin y al cabo el puzzle se basa en una distinta ordenación de colores), también el cálculo de posibilidades para los apilamientos y, por supuesto, la utilización de la Combinatoria para estudiar los distintos cubos que nos podemos encontrar.

Vamos ahora a especificar las distintas actividades que se pueden plantear en el aula con este material.

- 1) Lo primero que se puede hacer es entregar a los alumnos el puzzle construido y pedirles que elijan una notación y escriban los desarrollos de cada uno de los cubos. Normalmente en la bibliografía (así lo veremos aquí) los cubos se presentan de esa manera.
- 2) Otra actividad evidente es resolver los apilamientos que presente ese puzzle. No es conveniente que ésta sea la primera actividad, pues puede resultar complicada y los alumnos "queman" el recurso sin sacarle rendimiento. Por ello, es conveniente dejarlo para el final, pero si no se quieren hacer las demás actividades, ésta es la más utilizada.
- 3) Utilizando conceptos combinatorios se pueden estudiar cuántos cubos pueden construirse a partir del número de colores que se utilicen. Por ejemplo, si usamos un solo color, existe un único cubo con todas las caras iguales. Si utilizamos dos colores ya salen 10 cubos distintos. Con tres colores se obtienen 27. Y por último si tenemos cuatro colores (que es lo normal) aparecen 420 cubos diferentes.
- 4) Se puede poner como actividad buscar puzzles nuevos de entre esos 420 cubos según distintas reglas. Por ejemplo, que en cada cubo aparezcan los cuatro colores, que en un cubo no pueda repetirse más de un color, que en cada pieza no aparezca más de dos veces un color, etc...

Cómo conseguir este material.

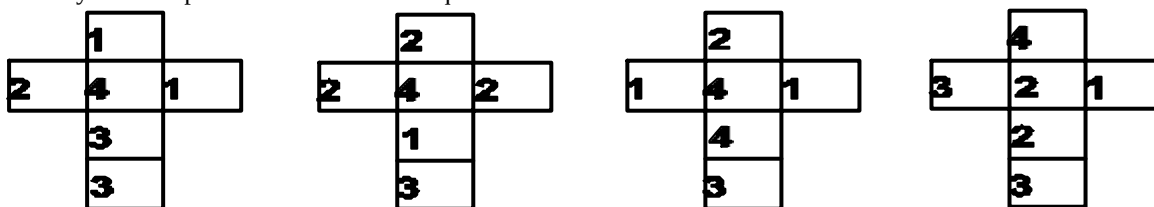
Los puzzles comercializados no suelen bajar su precio de las mil pesetas. Teniendo en cuenta que debe ser un recurso individual, está claro que es inviable comprar ejemplares para toda la clase. Sin embargo, es un recurso muy fácil de construir tanto por el profesor como por parte de los alumnos.

Nuestro grupo lleva tiempo trabajando con el tema de la construcción lo más barata posible de materiales (Muñoz y otros; 1998). En particular, este juego permite aprovechar elementos que se suelen encontrar en las casas con niños pequeños. Nos referimos a los puzzles de cubos de los que hemos hablado anteriormente. Estos juegos en los que a veces se pierde o se rompe una pieza y ya no sirven, o han dejado de tener interés porque los niños han crecido, pueden aprovecharse para construir los que vamos a ver aquí. También es posible encontrar estas piezas a muy buen precio en los mercadillos de segunda mano. Si los puzzles son de madera, pueden lijarse y se pintan posteriormente las caras de colores. Si son de plástico, pueden abrirse con cuidado y al cartón interior con las figuras darle la vuelta y pintar las otras caras. Se le pega otra vez la tapa y quedan estupendamente. Pero lo que lleva menos trabajo es comprar plástico adhesivo de colores (el ideal es el que se utiliza para forrar los estantes de los muebles de cocina) y pegarlo directamente sobre las caras exteriores. Quedan con un colorido atractivo, son resistentes y se pueden hacer tanto sobre el plástico como sobre la madera.

Desde el punto de vista de los alumnos, la construcción de este puzzle puede ser un buen proyecto de trabajo para el aula de tecnología. Se les puede dar el desarrollo tal como lo veremos a continuación y proponerles que lo vuelvan a dibujar con colores. Otra actividad es la propia construcción del cubo con las técnicas antes vistas. También se pueden estudiar las posiciones. Si los alumnos han creado puzzles distintos, como comentábamos en el punto 4), se tiene la ventaja de que cada alumno trabaja con "su" puzzle distinto al de los compañeros, lo que hace que se implique y motive mucho más en el material.

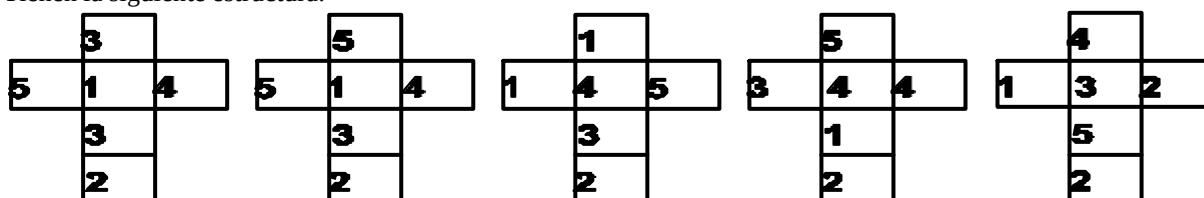
Ejemplos de puzzles.

El primer desarrollo que presentamos es el del puzzle de título **LOGICUBOS**, diseñado por Illy Kaufman, que construye una empresa israelí llamada Arquímedes.



2

En este juego hay que apilar los cubos de forma que en las cuatro caras aparezcan los cuatro colores distintos. El siguiente nos ha llegado su distribución con el título de **DADOS CELTAS** (y del que no tenemos más datos). Tienen la siguiente estructura.



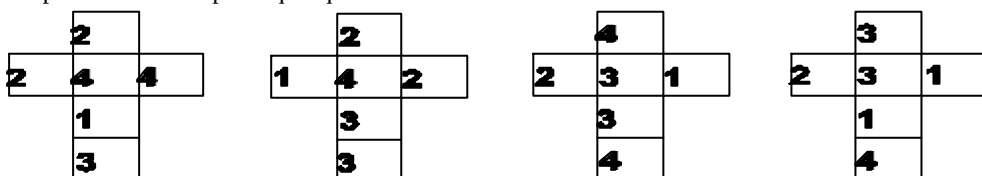
2

La actividad que viene propuesta es la misma que en el caso anterior: apilar y conseguir los cinco colores en cada una de las caras de la columna.

En este puzzle en particular, y después de un exhaustivo estudio, hemos encontrado las siguientes propuestas nuevas.

- 1) Colocar los cinco cubos en una columna de 5x1 con las siguientes características:
 - a) Una cara sea de un solo color y la cara opuesta a ella tenga los cinco colores.
 - b) Otra de las caras tenga un solo color y la opuesta tenga dos colores.
- 2) Colocar los cinco cubos en una columna de 5x1 con las siguientes características:
 - a) Una cara de un solo color y la opuesta a ella con los cinco colores.
 - b) Las otras dos caras, cada una de ellas con dos colores sin incluir al que se repite en la primera cara. (Se puede imponer que haya tres cubos de un color y dos del otro, aún con esa restricción hay varias soluciones)
- 3) Escoger cuatro de los cinco cubos y formar un cuadrado 2x2 con:
 - a) La cara 2x2 de arriba de un solo color.
 - b) La cara de abajo con los otros cuatro colores.
 - c) Cada cara 2x1 con un único color y entre las cuatro caras los 4 colores de abajo.
- 4) Escoger cuatro de los cinco cubos y formar un cuadrado de 2x2 con:
 - a) Una cara 2x2 de un solo color.
 - b) La otra cara 2x2 con dos colores distintos del anterior.
 - c) Las cuatro caras 2x1 con los otros dos colores no utilizados y de forma que:
 - Cada una de las caras tenga un sólo color.
 - Las caras opuestas sean del mismo color.
- 5) Elegir cuatro cubos y forman una columna de 4x1 teniendo:
 - a) Una cara de un solo color y la opuesta con los otros cuatro colores.
 - b) Las otras dos caras cada una con dos dados de un color, teniendo entre las dos caras, los cuatro colores de la cara opuesta anterior.

Por último vamos a presentar uno de los desarrollos que ha creado Juan Antonio Hans para su taller y que los compañeros del Grupo Alquerque hemos bautizado como **COMPLETO DE HANS**.



2

- 1) Colocar los cuatro cubos en columna de modo que en los cuatro lados:
 - a) Estén los cuatro colores distintos.
 - b) Aparezca un solo color.
- 2) Colocar los cuatro cubos en 2x2 de manera que:
 - Las caras 2x2 tengan los cuatro colores.
 - Las caras 2x1 tengan 2 colores distintos y entre las cuatro caras esté 2 veces cada color.
- 3) Colocarlos en 2x2 de manera que:
 - Las caras 2x2 tengan cada una un color.
 - De las cuatro caras 2x1 haya dos caras con uno de los otros dos colores.

BIBLIOGRAFÍA

- CACUMEN. "Locura instantánea". Artículo sin firma en nº 31, página 51.
- CORBALÁN YUSTE, FERNANDO (1994): Juegos Matemáticos para Secundaria y Bachillerato. Madrid. Síntesis.
- GARDNER, MARTÍN (1972): Nuevos pasatiempos matemáticos. Madrid. Alianza.
- HOLT, MICHAEL (1988): Matemáticas recreativas 3. Barcelona. Martínez Roca.
- MUÑOZ J.; FERNÁNDEZ-ALISEDA, A.; HANS, J.A. Y BLANCO, J. (1998): "Bricolaje matemático". Actas de las VIII J.A.E.M. THALES. Jaén, págs. 261-266.
- ZHANG, WEI (1996): Exploring Math Through Puzzles. Berkeley. Key Curriculum Press.