

ALGUMA “MAGIA” COM AS PROBABILIDADES E A SIMULAÇÃO

Maria Júlia de Oliveira Ferreira

1. Introdução e objectivos

Ao facultar a possibilidade de realizar experiências simuladas para resolver um determinado problema, estimula-se nos alunos as qualidades de observação e de descrição da realidade. Um dos meios mais simples de estudar a probabilidade de um acontecimento ocorrer é o recurso à simulação desse acontecimento. A simulação pode ser usada como ferramenta pedagógica quer por professores quer por alunos que queiram manipular conceitos e métodos probabilísticos e estatísticos. Neste sentido foi criado um conjunto de programas que simulam variáveis aleatórias discretas de distribuição hipergeométrica que intitulamos “Parafusos”. O objectivo destes programas é que o aluno realize, por si próprio, algumas experiências aleatórias de tipo hipergeométrico sem que conheça de facto a teoria subjacente. Os programas foram idealizados de forma a que o aluno, “jogando” com o computador, imite o exemplo clássico da tiragem sem reposição de parafusos de uma caixa. Ele poderá aperceber-se do comportamento aleatório da experiência e verificar determinadas propriedades, algumas das quais virá a aprender mais tarde. Alguns dos conceitos e propriedades que podem ser explorados usando estes programas, são:

- Experiência aleatória.
- Conceito frequencista de probabilidade.
- Amostragem com e sem reposição.
- Referência à lei binomial de probabilidade.
- Lei dos Grandes Números.
- Referência à Curva de Gauss.

2. Análise de um caso: Tiragem de parafusos de uma caixa.

Propõe-se um problema elementar que pode surgir no dia a dia com os mais diversos objectos e que pode ser explorado didacticamente a vários níveis, bastando para isso “jogar” com o programa “Parafusos” e usar a teoria das probabilidades. O problema é o seguinte:

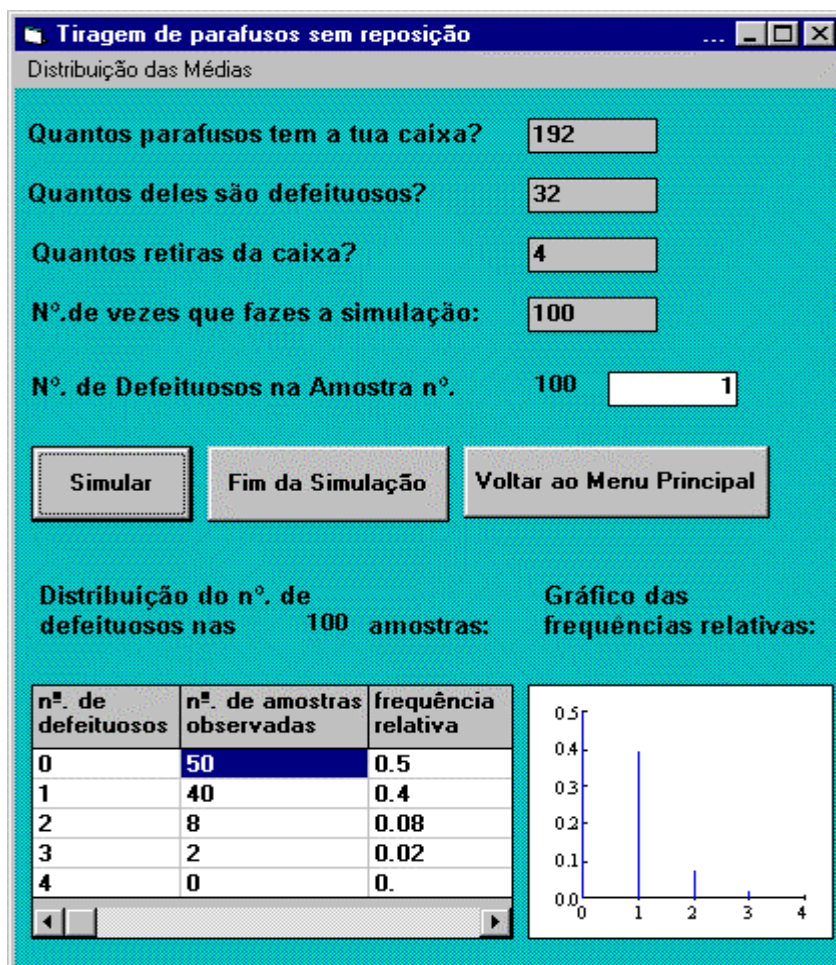
Problema : Temos uma caixa com N parafusos, dos quais n_1 são defeituosos e os restantes não são defeituosos. Retiramos da caixa m parafusos sem reposição ou simultaneamente. Qual a probabilidade de encontrar (exactamente) i parafusos defeituosos?

Para resolver este problema pode-se recorrer à Teoria das Probabilidades. É elementar concluir que a distribuição Hipergeométrica é o modelo probabilístico adequado para tratar as experiências aleatórias deste tipo. O que se pretende com os programas desenvolvidos é que, antes de o aluno ser confrontado com cálculos, e precisamente para os “cimentar”, ele próprio realize algumas experiências, faça algumas simples contas e, espero, fique convencido e melhor perceba o cálculo das probabilidades quando de facto o estudar. Para implementar em computador os programas que vão ser apresentados recorreu-se à simulação estocástica e ao método de Monte Carlo que tomam como base os números aleatórios ou pseudo-aleatórios pretendendo-se que estes últimos simulem o acaso.

3. Uma Exploração didáctica

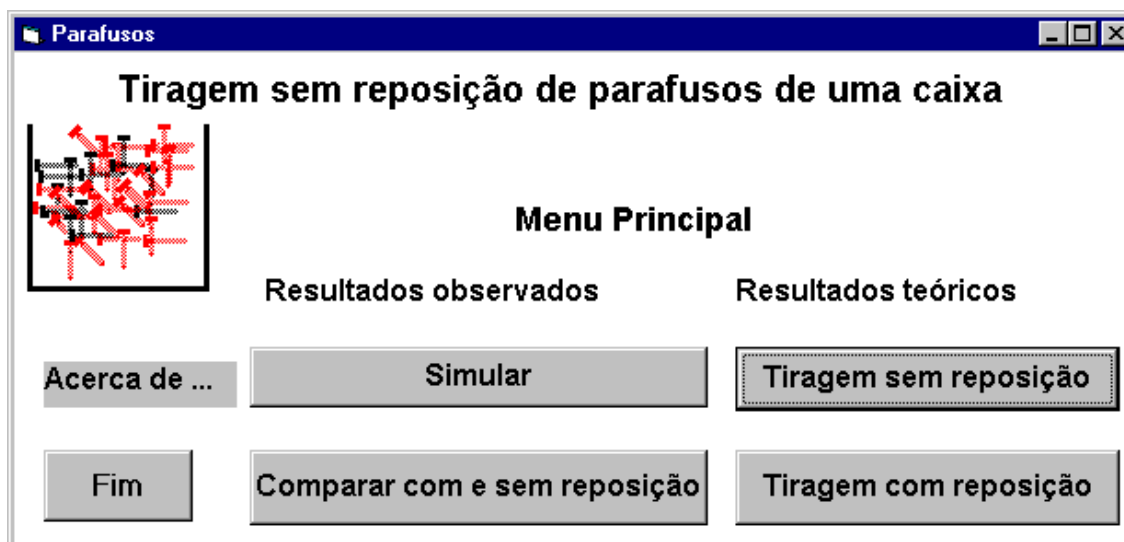
Uma primeira exploração didáctica dos programas poderá ser feita do seguinte modo:

Apresentado o problema que se pretende estudar selecciona o programa “Parafusos” e abri-lo. A “janela” que aparece no écran do monitor funcionará como janela de diálogo para o aluno, com o computador.



Podemos apelar para a intuição do aluno colocando algumas questões simples de modo a que este se inteire do problema. Seguidamente poderemos propor que o aluno use o programa “Parafusos” para testar as suas respostas. Ele deve habituar-se à ideia de que, com variáveis aleatórias, os resultados individuais da experiência não são sempre iguais e que é impossível prever exactamente o resultado que se vai obter ao realizá-la. No entanto, se repetir a experiência muitas vezes, deve “captar” a regularidade estatística. Modificando os parâmetros N , m e n_1 os alunos apercebem-se do efeito que os parâmetros têm na distribuição hipergeométrica, quer por observação das tabelas que aparecem na janela quer dos gráficos. Podem constatar que o número de parafusos defeituosos pode ser bastante diferente, conforme considerarmos uma amostra pequena ou grande.

O programa permite também comparar as tabelas e os histogramas respeitantes a uma amostra aleatória com a respectiva função de probabilidade da distribuição teórica, bastando para isso accionar os comandos que estão sob “Resultados Teóricos” no menu principal.



A um nível menos elementar, digamos no último ou dois últimos anos do Ensino Secundário, o programa permite explorar algumas propriedades como sejam:

- A aproximação da lei hipergeométrica pela lei binomial através do comando “Comparar com e sem reposição” do “Menu Principal”.

O aluno pode estudar a probabilidade de um acontecimento se realizar um certo número de vezes em m provas repetidas caso as tiragens sejam feitas com reposição. Pode ver como são caracterizadas as m experiências aleatórias no caso de as tiragens serem feitas com reposição e no caso de as tiragens serem feitas sem reposição relacionando os esquemas de probabilidade subjacentes aos dois casos.

- Ilustração do Teorema do Limite Central através do comando “Simular” do “Menu Principal”, accionando depois “Distribuição das médias”.

O aluno pode analisar o efeito da mudança dos dados nas distribuições da média, moda e desvio padrão e explorar intuitivamente o conteúdo do Teorema do Limite Central.

4. Conclusão

Os simuladores em computador apresentados constituem mais uma ferramenta que pode ser utilizada pelos alunos, quer para ajudar a desenvolver a intuição acerca de conceitos básicos que envolvam aleatoriedade, quer para ilustrar algumas propriedades probabilísticas importantes, para alunos com um nível mais elevado. O uso destes programas requer uma introdução apropriada, oral ou escrita, e um conjunto de sugestões que ajudem o aluno a atingir os objectivos propostos e a consolidar conceitos e propriedades. Estes programas podem ser usados, por exemplo, como demonstração numa aula ou num laboratório de Matemática ou num clube de Matemática. Penso que uma melhor eficácia será conseguida se os alunos tiverem oportunidade de os usar interactivamente e em grupo, comparando e discutindo resultados obtidos.

Nota: A presente comunicação resultou de um trabalho elaborado conjuntamente com a Prof^a. Doutora Paula Oliveira da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

5. Bibliografia

- Calheiros, F., *Méthode Monte Carlo dans le module d'Informatique*, D.E.A. Physique C.P.T., 1993.
- Hariki, S., “Conectar Problemas: uma nova estratégia de resolução de problemas combinatórios”, in *Educação e Matemática* n.º. 37, pp. 29-31, 1996.
- Lago, P., *Matemática: Ensino e Aplicações – módulo de Probabilidades*, Escola de Verão, S. P. M., 1997.
- Matos, J.F., “Computadores e Probabilidades”, in *Educação e Matemática* n.º. 9, A.P.M., pp. 7 - 10, 1989.
- Milheiro Oliveira, P., *Operações com acontecimentos e sua probabilidade*, Edições Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1997.
- Morgan, B. J. T., *Elements of Simulation*, Chapman & Hall, 1984.
- Sowey, E. R., “Teaching Statistics: Making it Memorable”, in *Journal of Statistic Education*, Vol. 3, n.º. 2, 1995.