

FUNCIONES ANIMADAS: UN MOTOR PARA LA ASIMILACIÓN DE CONCEPTOS.

Ferrán Verdú
Francisco Jesús García

Introducción

Nuestra ponencia se podría resumir con la frase : “más vale una imagen que mil palabras”, frase muy socorrida al menos en el mundo de la comunicación. Y una componente muy importante de nuestro trabajo (docencia matemática) es precisamente la de comunicar. Por otro lado la continua evolución de los distintos elementos multimedia que nos invade nos obliga a reflexionar sobre qué uso debemos hacer de ellos y qué facetas de nuestro trabajo podemos potenciar con su ayuda y cuáles no.

Consideramos importante empezar destacando el doble vertiente que debemos explotar de estos soportes multimedia:

- Por un lado el ordenador y un programa adecuado potencian la faceta expositiva del profesor en el aula
- Por otro lado, el mismo programa, manejado por el alumno y no el profesor, permite que el estudiante experimente con los distintos conceptos matemáticos que le han sido expuestos facilitando obviamente su asimilación.

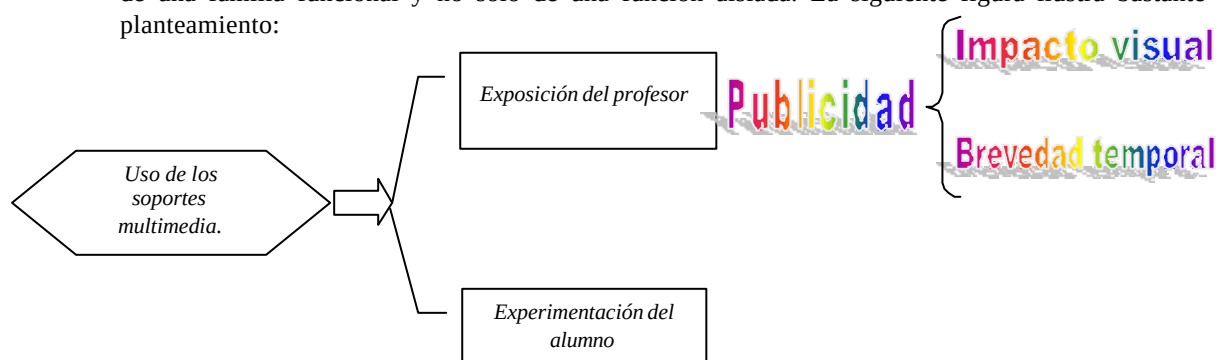
Nuestra propuesta, respecto al primer punto de apoyo a la exposición, se centra en experimentar importando dos ideas del mundo publicitario y televisivo como son:

- Lo que denominamos “impacto visual”, con imágenes que atraigan la atención del alumno,
- Transmisión del concepto o idea en un corto espacio de tiempo al igual que ocurre con los spots publicitarios.

Obviamente con las adaptaciones necesarias dentro del aula. Y, sin duda, el desarrollo de la técnica en temas multimedia favorece estas líneas. En esta ponencia se muestra cómo se pueden importar los anteriores principios en un tema muy concreto: el estudio de funciones. El impacto visual se crea con el ordenador dando movimiento interactivo a las funciones y a los conceptos asociados a ella: recta tangente, derivada, puntos extremos, desarrollos de Taylor, integral, etc. Al mismo tiempo este medio permite reducir al máximo el tiempo dedicado a explicar conceptos que de palabra o con la ayuda de la pizarra siempre se demoran más.

Adaptación a la representación de funciones.

Un punto importante en la representación de funciones es que el alumno asocie expresión analítica de una función con su correspondiente grafo (lo que Janvier ya caracterizaba como recodificación analítica-gráfica). Nosotros centramos este punto por medio de la incorporación en el aula de un proyector de ordenador que permita visualizar (en tiempo real) las distintas gráficas que adopta una función (familia de funciones exactamente) cuando uno de sus parámetros cambia de valor. En este sentido, centramos los esfuerzos alrededor de una familia funcional y no sólo de una función aislada. La siguiente figura ilustra bastante bien este planteamiento:



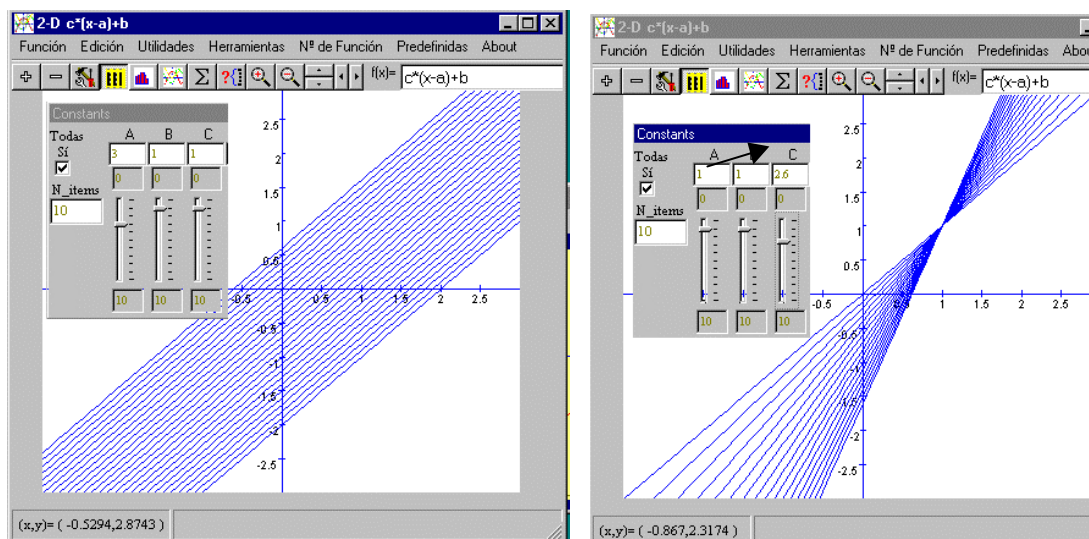


Fig. 1

Hemos tomado la opción de que el dibujo deje traza con tal de dar sensación de movimiento al dibujo en un medio estático como es esta comunicación sobre soporte papel. En la 1ª figura variamos el parámetro a y en la 2ª el parámetro c . Ante el alumno apenas transcurren escasos segundos entre que se plantea el problema de dibujar varias gráficas y su visualización, lo cual, entendemos refuerza el objetivo de asociar gráfica y expresión analítica sobre todo si lo comparamos con el método clásico de representar cada función por medio de una tabla de valores, etc.

Esta idea de impacto visual también es extrapolable a otros muchos conceptos del currículo matemático. Comentamos los siguientes:

La Recta Tangente

De nuevo con el simple movimiento de un potenciómetro (con lo que se varía el parámetro que representa el punto de cálculo de la recta tangente) el alumno puede confirmar cómo efectivamente el valor de la derivada se corresponde con el de la pendiente de la recta tangente a la curva en cada punto señalado.

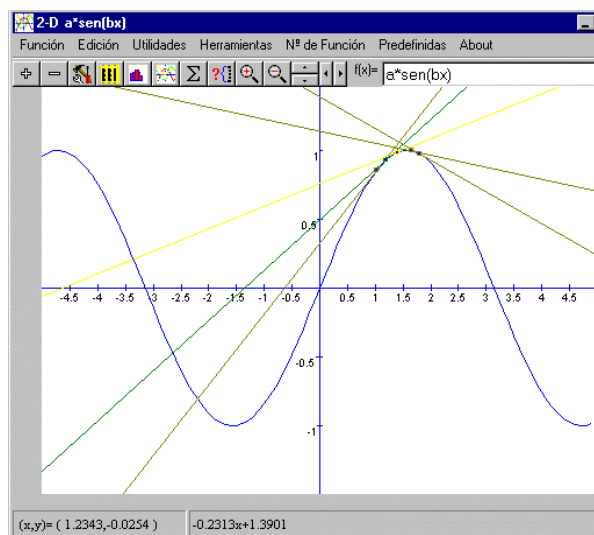


Fig. 2

El alumno puede “experimentar” con matemáticas, actividad vetada por métodos tradicionales, con el simple movimiento de un “potenciómetro” que representa el punto sobre el que se calcula el valor de la derivada. Explicar la interpretación geométrica del valor de la derivada en un determinado tramo se ve facilitado por el hecho de visualizar como la pendiente de la recta tangente aumenta (p.ej). Asimismo el que el valor de la derivada de la derivada (derivada segunda) será por tanto positiva es más fácil de transmitir y de rebote un valor de derivada segunda positiva (p.ej.) iría asociado al de un tramo convexo apenas merece comentario por parte del profesor.

El polinomio de Taylor

Modificando el número de sumandos del polinomio de Taylor se ilustra el concepto de convergencia de funciones visualizando cómo al aumentar el número de parámetros la gráfica del correspondiente polinomio “se acerca” a la gráfica de la función inicial. El hecho de que la aproximación dada por el polinomio de Taylor en un punto cercano al punto en el que se desarrolla el polinomio sea mejor en general que en un punto alejado también se ve fortalecido con la posibilidad de realizar “zooms” alrededor del punto en cuestión.

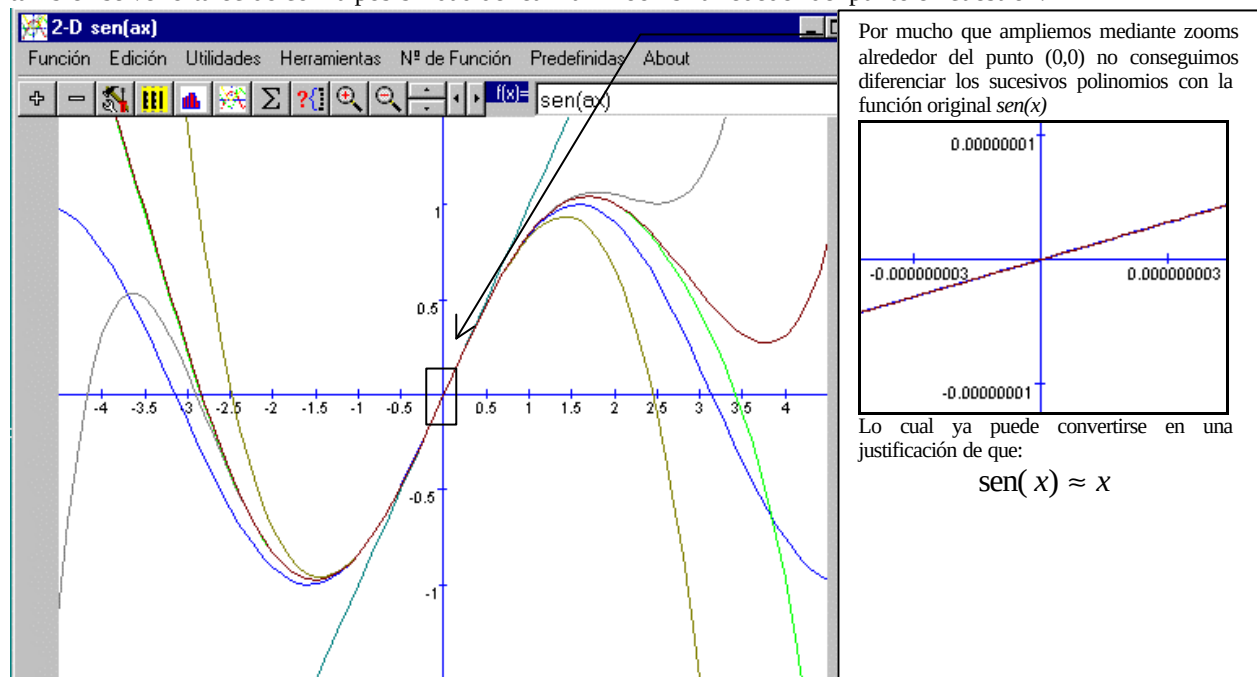
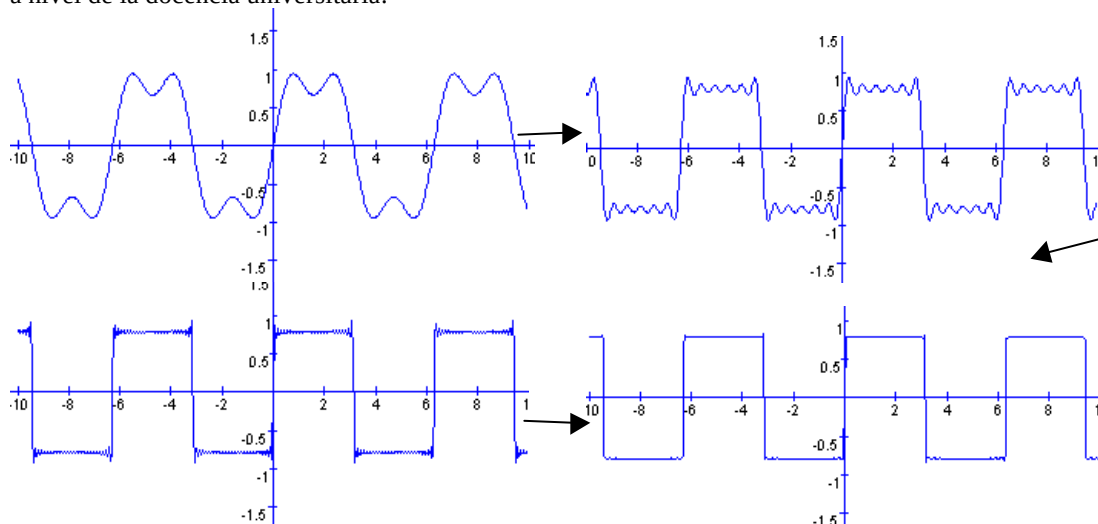


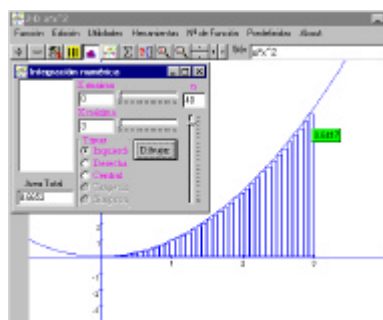
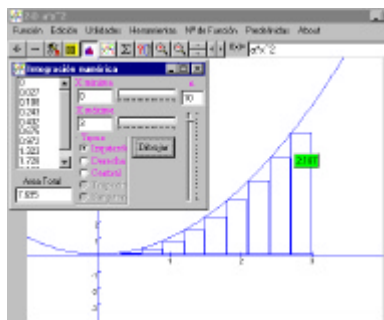
Fig. 3

El concepto de convergencia de funciones es mucho más gráfico en el caso de Series de Fourier donde la convergencia, por ejemplo, a una onda cuadrada es mucho más “espectacular”, aunque esto ya supone situarnos a nivel de la docencia universitaria:



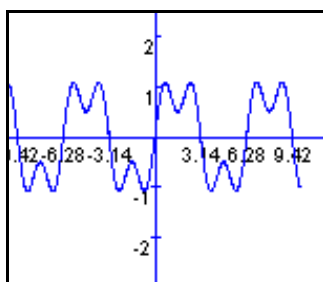
Integración numérica

De nuevo el alumno puede “experimentar” probando con diferente número de rectángulos o de límites de intervalos de integración. El concepto de integral de Riemann es el que mayormente se puede ver ayudado con una visualización interactiva como esta.

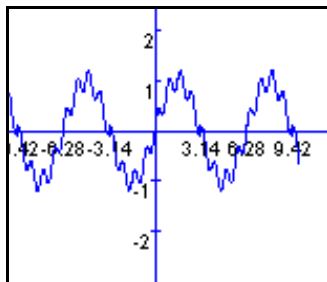


Otros ejemplos

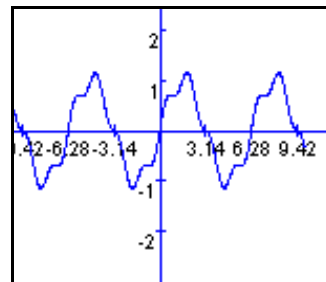
También resulta “espectacular” la visualización de una experiencia similar ya expuesta en el número 25 de SUMA. Un silbido se digitaliza en una onda de frecuencia mayor que la voz humana. Al pronunciar “aaaa...” o “iiii...” se asemeja bastante dicha onda a la forma que adopta la función $y=\text{sen}(x)+a\text{sen}(bx)$ para valores de a y b .



(A=0.5 B=3)



(A=0.2 B=8)



(A=0.2 B=4)

que es la gráfica que podríamos obtener con cualquier digitalizador de sonido.

En definitiva, nuestra propuesta consiste en seguir la línea de apoyarnos con medios audiovisuales para “visualizar” muchos de los conceptos del currículo matemático. Si dicha visualización la provocamos ya desde la primera toma de contacto del alumno con dicho concepto, entendemos que éste estará más predispuesto a dejarse convencer en ulteriores aproximaciones a dicho concepto. Por otro lado, en ningún momento hay que entender que desestimamos la exposición tradicional de “tiza y pizarra”. De hecho para muchos aspectos continuará siendo indispensable. A eso deberíamos añadir una de las ideas que se manejan mucho en publicidad de dar el mismo mensaje en diversos medios (prensa, radio, televisión) refuerza el mensaje. Nuestra “prensa, radio, televisión” son mucho más reducidas pero está claro que hay que utilizarlas: aula pasillo, ordenador y, por supuesto, tiza y pizarra.