

VISUALIZANDO TRANSFORMACIONES EN EL PLANO. UN USO DE LA TI-83.

Nicolás Rosillo Fernández

Dpto. Matemáticas

I.E.S. Francisco Nieva

Valdepeñas. Ciudad Real

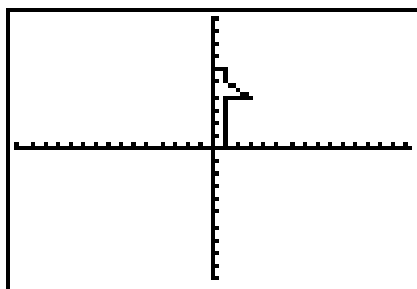
nrosillo@olmo.pntic.mec.es

Introducción

Hasta ahora, el estudio de las transformaciones en el plano resultaba bastante limitado por no disponer de herramientas adecuadas para su visualización. Este problema se ha solventado con la aparición de software como CABRI y calculadoras gráficas como la Texas Instruments TI-83. CABRI permite un estudio de dichas transformaciones de modo intuitivo, pero con la TI-83 se unen el estudio analítico y el gráfico, permitiéndonos pasar de uno a otro en cualquier momento.

Visualizando la figura inicial

Para comenzar el estudio de las transformaciones, se necesita un objeto a transformar. Se ha escogido el representado en la figura:



Este objeto ha sido creado conectando los puntos (0,0), (0,6), (1,6), (1,5), (3,4), (1,4) y (1,0) volviendo de nuevo para cerrar a (0,0). Estos 7 puntos se almacenan en la matriz D , que tendrá por tanto 2 filas y 7 columnas.

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 6 & 5 & 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Para unir los puntos se ha utilizado el siguiente programa:

```
PROGRAM: TRAC
:dim([C])→L6
:L6(2)→L
:For(X,1,L-1)
:Line([C](1,X),[
C](2,X),[C](1,X+
1),[C](2,X+1))
:End
:Line([C](1,L),[
C](2,L),[C](1,1)
,[C](2,1))
:
```

Para representar la figura en la pantalla de la calculadora ha de almacenarse la matriz D en C , y posteriormente ejecutar el programa. Para evitar deformaciones no deseadas en las figuras se utiliza en todo momento el Zoom $ZSquare$.

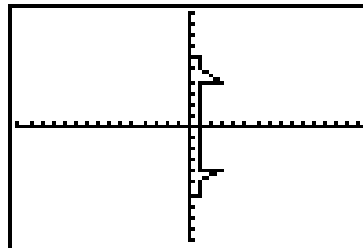
Visualizando transformaciones

Una transformación se puede ver como el resultado de multiplicar una matriz por el vector columna que indica las coordenadas del elemento a transformar.

Ahora supóngase que se desea realizar una simetría axial de eje x . Para ello, se almacena la matriz 2×2 correspondiente a dicha simetría en A , y posteriormente se realiza el producto de las matrices A y D , que se almacena en C . Al ejecutar de nuevo el programa se obtiene la figura siguiente:

Simetría respecto del eje x ($y=0$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

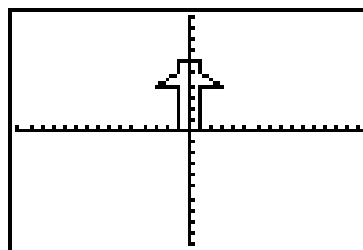


Ejemplos significativos realizados

Simetrías

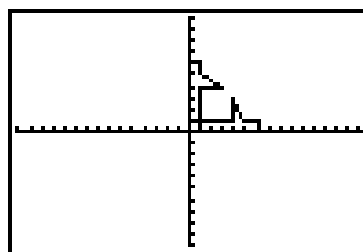
Simetría respecto del eje y ($x=0$)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



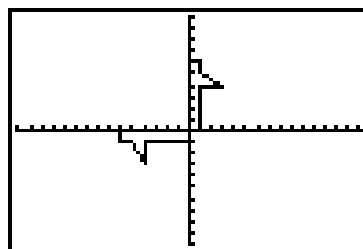
Simetría respecto del eje $y=x$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Simetría respecto del eje $y=-x$

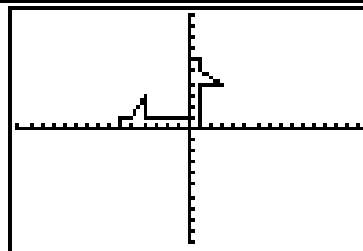
$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$



Giros

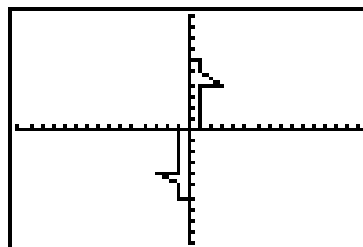
Giro de 90°

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



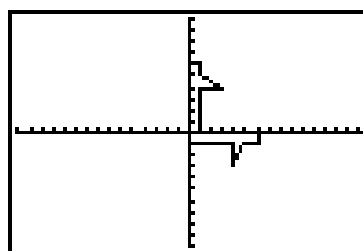
Giro de 180°

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$



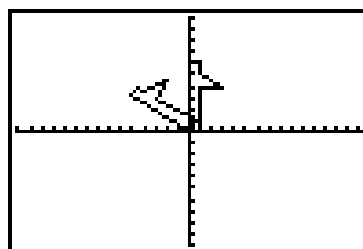
Giro de 270°

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$



Giro de α°
Se ejemplifica el giro con un ángulo
de 45 grados.

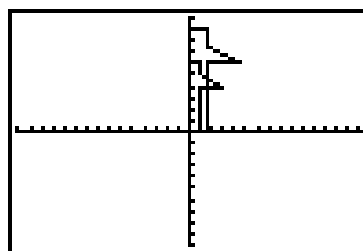
$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$



Semejanza

Semejanza de razón r
Se ejemplifica la semejanza con
razón $r=1.5$

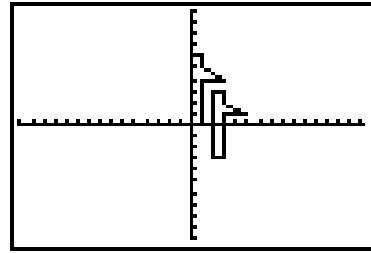
$$\begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix}$$



Un caso aparte: la traslación

La traslación requiere un estudio aparte por ser la única transformación que no requiere multiplicación del vector a transformar, sino suma. Para realizar la traslación se han de sumar las coordenadas de la traslación a todos los puntos de la figura. Para realizarlo, se crea una matriz B de 2 filas y 7 columnas. Las 7 columnas serán idénticas, y sus componentes serán las del vector de traslación. Hecho esto, se almacena la matriz $B+D$ en C , y se ejecuta el programa.

Traslación de vector (a, b)
Se ha ejemplificado mediante la
traslación de vector $(2, -3)$.



Bibliografía

Gil Martos, J., Rivera, M. y Vázquez, C. (1981): MATEMÁTICA, Madrid, Ed. Santillana.

Owens, J. (1997): “Comment visualiser les applications lineaires”, *Hypothèses*, nº 11, pp. 31-34.