

DERIVE EN 4º DE LA ESO: REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

Bartolomé Sintés Marco

Durante el curso 1998-1999 he tenido la posibilidad de dar las clases de matemáticas a un grupo de 4º de ESO en el aula de Informática y he podido utilizar Derive para trabajar la representación de funciones.

Los resultados de la experiencia han sido desastrosos, pues los alumnos no han llegado a desarrollar ninguna de las capacidades que yo pensaba que podían potenciarse utilizando Derive. Las razones de este fracaso creo que son por un lado la indisciplina, desmotivación y falta de trabajo del alumnado y por otro lado el ser la primera vez que yo trabajaba la representación de funciones utilizando Derive.

Uno de los aspectos que más han trabajado los alumnos ha sido la localización de las coordenadas de un punto y la modificación del aspecto de una gráfica mediante los cambios de escala. El tipo de actividades han sido básicamente:

1. Representación gráfica, es decir, acomodar la escala para que las funciones se vieran lo "mejor" posible.
2. Localización de centros y ejes de simetría.
3. Resolución gráfica de ecuaciones, es decir, encontrar los puntos de intersección de gráficas
4. Resolución gráfica de problemas de optimización, es decir, encontrar los extremos de gráficas

Para poder preparar estos ejercicios en la cantidad y variedad necesaria he tenido que resolver el problema inverso, es decir, hacer que Derive me encontrara funciones con las propiedades que a mí me interesaban. Por ejemplo, hacer que Derive me calculase la expresión de la cúbica que tiene su máximo y mínimo en dos puntos determinados. O conseguir que una parábola y una función racional de primer grado en el numerador y en el denominador se corten en dos puntos determinados.

En general, las condiciones impuestas a las funciones se convierten en ecuaciones del tipo $f(x_1)=y_1$, $f'(x_1)=0$,

$$\frac{f(x_1 + x) + f(x_1 - x)}{2} = y_1$$

Los sistemas de ecuaciones que se obtienen son difíciles de resolver manualmente dada la cantidad de variables que intervienen. Para Derive la mayoría son imposibles directamente. Pero ayudándose de Derive en los cálculos, los sistemas de ecuaciones obtenidos son fáciles de resolver. Podrían incluso constituir un interesante ejercicio para alumnos de 2º de Bachillerato. Por supuesto con las expresiones encontradas también pueden prepararse ejercicios para resolver manualmente.

Las expresiones se encuentran en el fichero FUNCIONES.MTH, presentadas como el siguiente ejemplo:

#42: "La función $(a x + b) / (c x + d)$ "

#43: "tiene el centro de simetría en (x_1, y_1) y un extremo en (x_2, y_2) "

#44:
$$\frac{y_1 \cdot x - x_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot y_2}{x - x_1}$$

En este caso no habría más que sustituir en la expresión #44 los valores (x_1, y_1) (x_2, y_2) deseados, simplificar la expresión y obtendríamos la función buscada.

Estas son los tipos de funciones trabajados por los alumnos y las condiciones impuestas a las funciones.

$$f(x)=ax+b$$

pasa por los dos puntos $(x_1 ; y_1)$ $(x_2 ; y_2)$

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

pasa por los tres puntos $(x_1 ; y_1)$ $(x_2 ; y_2)$ $(x_3 ; y_3)$

tiene el extremo en $(x_1; y_1)$ y pasa por el punto $(x_2; y_2)$

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

pasa por los cuatro puntos $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ $(x_3; y_3)$ $(x_4; y_4)$

tiene los dos extremos en $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$

tiene el centro de simetría en $(x_1; y_1)$ y un extremo en $(x_2; y_2)$

$$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$$

pasa por los cinco puntos $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ $(x_3; y_3)$ $(x_4; y_4)$ $(x_5; y_5)$

tiene los tres extremos en $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ $(x_3; f(x_3))$

$$f(x)=(ax+b)/(cx+d)$$

pasa por los tres puntos $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ $(x_3; y_3)$

tiene el centro de simetría en $(x_1; y_1)$ y pasa por punto $(x_2; y_2)$

$$f(x)=(ax^2+bx+c)/(dx+e)$$

pasa por los cuatro puntos $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ $(x_3; y_3)$ $(x_4; y_4)$

tiene los dos extremos en $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$

tiene el centro de simetría en $(x_1; y_1)$ y un extremo en $(x_2; y_2)$

$$f(x)=(ax+b)/(x^2+c^2)$$

pasa por los tres puntos $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$ $(x_3; y_3)$

tiene un extremo en $(x_1; y_1)$ y pasa por el punto $(x_2; y_2)$

tiene los dos extremos en $(x_1; y_1)$ $(x_2; f(x_2))$

$$f(x)=(ax+b)/(cx^2+dx+e)$$

tiene los dos extremos en $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$