

REX: UN RECURSO PARA EL ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA

José Luis Valcarce Gómez

IES Pontepedriña

Santiago

Francisco Botana Ferreiro

Departamento de Matemática Aplicada

Universidad de Vigo

Resumen

En esta comunicación se presenta un nuevo programa de Geometría Dinámica llamado REX, acrónimo de Recurso para o Estudio da Xeometría. Se describe la interfaz de REX, algunas características de su implementación en Visual Prolog y las soluciones propuestas a mecanismos como la historia de las construcciones o la elaboración de macros.

Además se describen dos módulos. Uno de ellos añade al programa la capacidad de prueba automática de teoremas elementales de la geometría euclídea, mediante la implementación en Mathematica del algoritmo de Wu y su enlace con el código Prolog. El segundo módulo permite la exportación de las construcciones en el formato del applet Geometry, de manera que el usuario inserta su construcción en una página HTML interactiva.

Introducción

Existen centenares de programas de ordenador capaces de dibujar figuras. Sin embargo la mayoría de ellos no resultan adecuados para el estudio de la geometría al no permitir la manipulación directa de las figuras construidas, conservando las relaciones existentes entre los elementos de las construcciones realizadas. La idea de desplazar los elementos de una figura con el fin de ilustrar fenómenos geométricos y validar conjeturas, ya formulada por Clairault en el XVIII, constituyó la génesis de diversos micromundos informáticos entre los que cabe citar Cabri-Géomètre [1], The Geometer's Sketchpad [6], Cinderella [7], Calques [2], ...

Un programa genérico de geometría dinámica presenta una hoja de trabajo donde se crean y manipulan objetos geométricos y las eventuales relaciones entre ellos. Las principales tareas relevantes son i) creación de objetos elementales (puntos, rectas, círculos, ...) y construcción a partir de éstos (punto medio, paralela, perpendicular, mediatriz, ...), ii) edición y gestión (carga/salvavarda de construcciones, mostrar/ocultar objetos, unidades, aspectos, ...), y iii) medida y cálculo.

REX

REX es un programa de geometría dinámica escrito en Visual Prolog. La idea original consistía en construir un interfaz gráfico para la prueba automática de teoremas de la geometría euclídea. Posteriormente ha derivado, manteniendo este objetivo, hasta constituir un paquete estándar de geometría dinámica. REX presenta las funcionalidades comunes a estos programas: los únicos objetos creables son los puntos y, a partir de éstos, pueden construirse segmentos, líneas, paralelas, ...

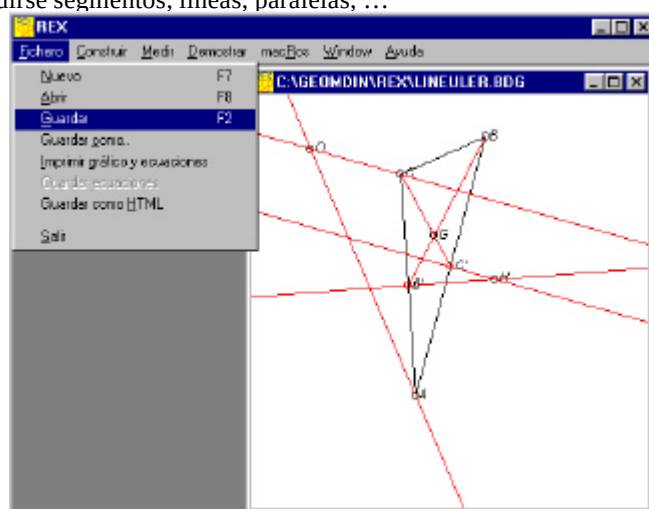


Figura 1. Construcción de los puntos de la línea de Euler (objetos ocultos en rojo)

De igual manera que en Cabri o The Geometer's Sketchpad, pueden almacenarse secuencias de instrucciones, llamadas *macros*. Una macro es en una base de hechos de Prolog que contiene dos tipos de objetos: las entradas y los objetos que se construyen a partir de las entradas. Por ejemplo, una macro que construya la mediatriz de un segmento toma como entrada el objeto *segmento* y a partir de éste construye sucesivamente los objetos *puntomedio* y *perpendicular*, como se muestra en el fichero que la alberga:

```
entrada("6",segmento("1","2"))
macro("7",puntomedio("6"),"",0,0,0)
macro("8",perpendicular("6","7"),"",0,0,0)
```

Las macros pueden crearse en cualquier momento, señalando como entradas objetos ya creados y realizando la construcción a continuación. Una vez creadas pueden ejecutarse en el curso de cualquier construcción.

La historia de las construcciones es una herramienta que nos muestra en un cuadro de diálogo la secuencia de los nombres de los objetos construidos y sus descripciones. Desde este cuadro de diálogo pueden señalarse los objetos de la secuencia en el orden que se desee, obteniéndose como respuesta en la ventana de trabajo el enfatizado del objeto correspondiente. También puede cambiarse la etiqueta, decidir entre ocultar/mostrar la etiqueta, entre ocultar/mostrar el objeto o eliminar el objeto.

La versión actual de REX mide segmentos y ángulos no dirigidos.

Prueba automática

Entre los programas de geometría dinámica más difundidos sólo Cabri ofrece una opción de comprobación de propiedades (puntos alineados, equidistantes, pertenencia, paralelismo y perpendicularidad). Téngase en cuenta la elección del nombre por los desarrolladores del programa: lo que se ofrece no es un demostrador automático de teoremas, sino meramente un comprobador de ciertas situaciones. Así, a pesar de su eficiencia en comparación con otros sistemas [3], Cabri no es capaz de extraer conclusiones de una determinada configuración, independientemente de la instanciación de ésta, sino que aparentemente se limita a comprobar la propiedad sobre la construcción actual.

Un primer prototipo de Cinderella, llamado Cinderellas Café, utilizaba el método del área [4], con baja eficiencia. La versión actual de Cinderella utiliza la comprobación aleatoria de teoremas. Generada una conjetura acerca de una configuración, ésta es desplazada en muchas direcciones y se comprueba la conjetura en cada situación.

REX utiliza una implementación en Mathematica del método de Wu [9, 5]. Seleccionada la tesis, se exporta desde Prolog una lista de polinomios en varias variables y Mathematica devuelve la verdad o falsedad de la proposición considerada. Si en la construcción de la Figura 1 se seleccionan los puntos O, G, H y la opción Demostrar -> Tesis -> Alineados entra en funcionamiento el probador automático y el valor de verdad de la proposición y el tiempo de cálculo empleado en decidirlo se muestra en una ventana.

Construcciones interactivas en la WWW

Otra opción de REX consiste en la posibilidad de guardar la construcción en formato HTML. A partir de la construcción actual, REX, mediante la opción Guardar como HTML, genera código en forma de parámetros que describen la construcción. Insertando este código en una página Web, alojada en un servidor Web, junto con el applet Geometry [8], originalmente realizado para ilustrar los Elementos de Euclides, se posibilita la visualización e interacción con la construcción por medio de cualquier navegador.

Recursos en línea

Una versión demo de REX puede descargarse en la página de REX <http://www-mapo.uvigo.es/dg/rex>.

Agradecimientos

La investigación que ha dado lugar a este trabajo ha sido parcialmente financiada por la Universidad de Vigo (Vicerrectorado de Innovación Educativa) y la Cátedra Filgueira Valverde (proyecto C509).

Referencias

- [1] Baulac, Y., F. Bellemain y J.M. Laborde (1994): *Cabri II*, Texas Instruments.
- [2] Bernat, P. (1996): "Using Dynamic Geometry Environments for Problem Solving", *Actas del VIII Congreso Internacional de Educación Matemática*, Sevilla.
- [3] Botana, F. y J.L. Valcarce (1998): "On Proof in Some Dynamic Geometry Systems", *International Conference on the Teaching of Mathematics*, Samos, Grecia, pp. 53-55, John Wiley.
- [4] Chou, S.C, X.S. Gao y J.Z. Zhang (1994): *Machine Proofs in Geometry*, World Scientific.
- [5] González, L. y F. Botana (1995): "Proba automática de teoremas en geometría elemental con Mathematica", *Boletín das Ciencias*, 24, pp. 140-146.
- [6] Jackiw, N.R. (1995): *The Geometer's Sketchpad*, v3.0, Key Curriculum Press.
- [7] Richter-Gebert, J. y U.H. Kortenkamp (1999): *The Interactive Geometry Software Cinderella*, Springer.
- [8] The Geometry applet. <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/Geometry/Geometry.html>
- [9] Wu Wen-tsün (1984): "On the Decision Problem and the Mechanization of Theorem in Elementary Geometry", en *Automated Theorem Proving: After 25 years*, AMS, pp. 213-234.