

RAZONAMIENTOS DE ALUMNOS DE 12 AÑOS EN TAREAS DE COMPARACIÓN DE PROBABILIDADES.

Angel Cantero Tomas

Centro de Profesores y Recursos Murcia 2.

Carmen Batanero Bernabeu

Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

1. Introducción

Partiendo de la reflexión sobre los conceptos de azar, causa, aleatoriedad y probabilidad y de los estudios de Piaget e Inhelder (1951), Fischbein (1975) y Shaughnessy (1992), este trabajo se ha centrado en el análisis de las tareas de comparación de probabilidades tanto desde las perspectivas psicológicas como desde el marco de la educación Matemática. El objetivo fundamental ha sido profundizar en la caracterización de los conocimientos y estrategias que ponen en juego los alumnos de 12 años cuando se enfrentan, por primera vez, a estos problemas, cuyo conocimiento puede orientar las propuestas didácticas relativas al azar y la probabilidad en la Educación Secundaria (Godino y cols., 1991; NCTM, 1989).

Analizamos las respuestas de 64 alumnos a cuatro tareas de diferente dificultad, estudiando los tipos de razonamientos predominantes y el grado de dificultad, patrones de respuesta y el grado de coherencia de los alumnos. Nuestros resultados indican que la elección del juego que presenta más oportunidades de ganar ha sido equivocada en la mayoría de los casos y el razonamiento para justificarla no ha sido siempre consistente. El uso de los datos numéricos no ha sido generalizado y las razones de tipo subjetivo han sido muy variadas. Creemos necesario continuar la investigación sobre las capacidades reales de los alumnos en tareas de comparación y cálculo de probabilidades, para poder abordar con éxito los objetivos educativos en el campo de la probabilidad.

2. Descripción de la experiencia

La experiencia se realiza con 64 alumnos de 12 años (2 grupos de alumnos) que no habían trabajado contenidos relativos a la probabilidad o el azar en clase de matemáticas. Se dispuso ante los chicos materiales que se manipularon según describen las situaciones, dándoles un tiempo suficiente para que, tras la presentación de la situación, contestasen por escrito las preguntas. Posteriormente, se recogieron sus respuestas y se analizaron. El orden de presentación de las situaciones fue de más complicada a más sencilla.

Descripción de la 1ª situación: Se presenta a los alumnos dos juegos diferentes. Uno de ellos consiste en el lanzamiento de un dado de parchís. Se gana si se obtiene un 1. El otro juego consiste en 36 pequeños cubos de madera y 4 de plástico que se introducen en una caja. Se realiza una extracción y se gana si se saca un cubito de plástico. Se pide elegir el juego en el que consideran es más fácil ganar, justificando su elección.

Descripción de la 2ª situación: En las mismas condiciones, se cambia el número de cubitos siendo 30 de madera y 10 de plástico, haciendo la misma pregunta.

Descripción de la 3ª situación: Se les propone, por un lado, un juego consistente en tirar una moneda al aire. Se gana si se obtiene cara. Por otra parte, se introducen en una caja 3 cubitos rojos y 3 blancos. Se gana si se extrae un rojo. Se pide elegir el juego en que es más fácil ganar, justificando la elección.

Descripción de la 4ª situación: Se les propone un juego en el que se introducen 5 cubitos rojos y otros de 5 colores diferentes en una caja. Se gana si se extrae un rojo. Como alternativa se presentan diez tacos numerados del 1 al 10 de forma que la cara numerada se sitúa hacia abajo sin que pueda verse. Se gana si al elegir un taco resulta tener cifra par. Han de elegir entre uno de ellos y justificar la elección.

Una vez recogidos los datos, hemos analizado los argumentos que presentan los alumnos en la justificación de cada una de las elecciones, buscando los patrones que comparten las diferentes explicaciones. Se han clasificado en 13 tipos, que extienden la clasificación previa de Cañizares (1997) y Noelting (1980). Para una descripción detallada puede consultarse Cantero (1998).

3. Análisis de los datos.

Tabla 1. Porcentaje por tipos de elección y argumento en las situaciones.

	Porcentaje de sujetos.			
	Situación 1ª	Situación 2ª	Situación 3ª	Situación 4ª
Elección incorrecta y argumento inadecuado.	51	27	60	56
Elección correcta y argumento inadecuado.	42	70	19	17
Elección correcta y argumento adecuado.	2	3	16	20
Elección incorrecta y sin argumento.	5	0	2	5

Elección correcta y sin argumento.	0	0	3	2
Elección correcta.	44	73	38	39
Elección incorrecta.	56	27	62	61

Del análisis de las elecciones y argumentos que las justifican obtenemos los porcentajes de la Tabla 1, donde aparentemente la situación más sencilla es la nº 2, si atendemos exclusivamente a la elección correcta del juego (73% de elecciones correctas), ya que los valores para las tres restantes son mucho más bajos (44, 38 y 39%). Sin embargo sólo son 2 o 3% los alumnos que en las primeras situaciones acompañan la elección correcta con una argumentación adecuada, mientras que en los problemas 3º y 4º son el 16 y 20%. Todos estos porcentajes son bajos e indican la dificultad de los problemas para los alumnos participantes.

Algunos factores justifican que en las situaciones 1ª y 2ª se produzcan más elecciones correctas que en la 3ª y 4ª, como la asimetría en las situaciones nº 1 y 2 y la propia dinámica de la experiencia, ya que en dichas situaciones, el investigador animó a los alumnos a elegir un juego por la forma en que hizo la pregunta. El incremento en la elección correcta entre las situaciones nº 1 y 2 (del 44 al 73%) no se corresponde con el número de elecciones correctas acompañadas de justificación adecuada (de 2 a 3%).

En la Tabla 2 se muestra en cada celda el número de alumnos que han realizado la elección correcta (fondo blanco) o incorrecta (en fondo gris), en cualquier situación, supeditados a la elección que realizaron en la situación anterior). Los resultados de esta tabla se analizarán con más detalle en la presentación.

Tabla 2. Flujo de elecciones en valores absolutos.

1ª Situación	28		36	
2ª Situación	22	6	25	11
3ª Situación	24		40	
4ª Situación	18	6	7	33

4. Patrones de elección.

La tabla 3 muestra el número y el porcentaje de alumnos que han tenido el mismo patrón de respuesta, donde indicamos la respuesta correcta (1) o incorrecta (0) en cada una de las situaciones, ordenando estos patrones por número de aciertos (0 a 4) y dentro de ellos, según frecuencia de alumnos que presentan un mismo patrón.

Tabla 3. Frecuencia y porcentaje de cada patrón de elección posible.

Patrón	Número de respuestas correctas				
	0	1	2	3	4
0000	5 (8%)				
0100		15 (23%)			
1000		2 (3%)			
0001		0			
0010		0			
1100			11 (17%)		
0011			6 (9%)		
0101			5 (8%)		
1001			1 (2%)		
1010			1 (2%)		
0110			0		
1110				5 (8%)	
0111				5 (8%)	
1011				2 (3%)	
0010				1 (2%)	
1111					5 (8%)
	5 (8%)	17 (27%)	24 (38%)	13 (21%)	5 (8%)

El número más frecuente de elecciones correctas es 2, siendo los extremos (4 o cero elecciones correctas) muy escasos, sólo con 5 alumnos en cada grupo. A pesar del tamaño limitado de la prueba seguirían un patrón típicamente simétrico, con gran poder de discriminación en los extremos (0 y 5). Creemos que esto lo hace adecuado para evaluar la capacidad de resolución de este tipo de problemas. El patrón de respuesta más frecuente corresponde a la serie 0100, seguido del 1100.

5. Conclusiones.

Nuestros resultados señalan la importancia de estudiar las justificaciones de los alumnos, la influencia del contexto sobre sus respuestas y la gran dificultad que tienen los alumnos para justificar las opciones que eligen. La mayor estabilidad de las elecciones correspondientes a las situaciones 3ª y 4ª puede deberse a que las 1ª y 2ª son de mayor complejidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Cantero, A. (1998). *Razonamientos de alumnos de 12 años en tareas de comparación de probabilidades*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada.
- Cantero, A. y Barrio J. (1995). Estrategias iniciales en la medida del azar. Actas VII Jornadas Andaluzas de educación Matemática "Thales". Córdoba: SAEM "THALES".
- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Díaz Godino, J., Batanero, M.C. y Cañizares, M.J. (1991). *Azar y probabilidad*. Ed. Síntesis. Madrid.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probability thinking in children*. D. Reidel, Dordrecht.
- N.C.T.M. (1989). *Curriculum and evaluation standars for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Noelting, G. (1980). The developement of proportional reasoning and the ratio concept. Part 1. Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11 (2), 217-253.
- Piaget, J., e Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Press Universitaires de France. Paris, 1974 (2ª ed.)
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la educación secundaria*. Barcelona: ICE Uni. de Barcelona - Horsori
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D.A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 465-494. New York: Macmillan.