

COMUNICACIÓN: AS MATEMÁTICAS DO CORPO

Luis Carlos Cachafeiro Chamosa
IES Pontepedriña. Santiago de Compostela

Introducción

No traballo da aula non se debería perder de vista a búsqueda de problemas reais que permitan que os alumnos se involucren neles, para o que deben estar próximos a súa cultura e as súas manifestacións sociais. Un problema importante do ensino das matemáticas é o de atopar contextos axeitados para organizar a actividade da aula de xeito que ésta inclúa actividades prácticas. Para elo deben escollerse supostos coherentes e de interese para o alumnado que involucren ás matemáticas que o curriculum prescribe. Ás veces os contextos son simples excusas que serán ignorados unha vez sexa formalizado o problema. Sen embargo un contexto axeitado permite a transferencia de coñecemento dende o mundo da aula á práctica e aproveitar as reflexións do alumnado sobre temas reais, onde a súa capacidade de razonamento é xeralmente superior á do coñecemento abstracto.

Interese matemático do corpo humano

O corpo humano ofrécenos toda unha serie de lugares onde podemos atopar matemáticas e contextos especialmente axeitados para que os alumnos vexan modelos adaptados ó seu nivel que poidan traballar e razonar sobre eles.

- Polo seu carácter chamativo e sorprendente. Podemos dicir que, sen un obxecto de comparación, somos cegos a unha boa parte das nosas propias características. Cando reflexionamos sobre esas propiedades sorpréndenos pensar que nunca as teñamos examinado nen comprendido estes fenómenos.
- Proporcionan bóns modelos en relación ás Matemáticas que se consideran na Eso e no Bacharelato. Observamos isto para moitos modelos de funcións, problemas de trigonometría, probabilidade, xeometría etc.
- Permite un desenrolo completo, non aillado, do curriculum dende a perspectiva da “Matemática realista” que tan claramente E. Castellnuovo tennos mostrado dende hai anos. É difícil atopar temas que proporcionen bóns modelos de matematización para alumnos de ensino secundario onde se atopen novas actividades para a recontextualización da matemática que acaba de coñecerse.
- Un dos maiores avances prácticos do mundo moderno, ten sido a prolongación da esperanza de vida humana e para elo comprou investigar o corpo humano dende un punto de vista cuantitativo. Pode sorprender que neste século se teñan realizado estudos médicos sen grupos de control ou ignorando posíbeis variábeis relativamente doadas de contrastar o que evitaría traxedias como a talidomida a primeiros dos anos 60. O avance na matematización foi espectacular nos últimos anos, por exemplo nos instrumentos de análise e medición das constantes do corpo, polo que o número de datos numéricos de cada doente nos hospitales medra exponencialmente. A partires desa progresión de información numérica realizáronse investigacións que utilizan moitas matemáticas.

As matemáticas e as outras áreas e materias

A Matemática é unha ciencia integradora do coñecemento, tanto se ollamos cara o seu interior, onde hai unha rica mestura de distintas partes da Matemática nos máis avanzados desenrols, como na súa relación con outros campos. A riqueza e variedade dos seus recursos e resultados permite trasvasar coñecemento das Matemáticas a outras áreas tanto ás que están directamente vencelladas a ela como a outras aparentemente lonxanas desta disciplina. Por elo no traballo de aula e agora que a Matemática impregna todos os campos deberíamos aproveitar tanto para que se recoñeza o seu papel como para mostrar a súa aplicabilidade.

Materiais na aula

Pensamos que algúns requisitos que deben cumprir os materiais da aula son os seguintes:

- que os materiais permitan a conexión dos coñecementos matemáticos coa experiencia dos estudantes,

- que impliquen retos ós estudantes que estimulen o seu interese polas matemáticas mostrando as súas aplicacións e, graduando os elementos de dificultade, co fin de conseguir o estímulo tanto dos estudantes máis interesados e avanzados como os do resto,
- que asignen un papel activo ós estudantes.

Hai toda unha chea de procedementos e contidos que poden incluírse nas actividades vencelladas ó entorno e que poden atoparse doadamente se consideramos as matemáticas que teñen relación co corpo humano. Entre eles:

- medir, moverse, realizar tarefas co corpo.
- reflexionar e analizar ¿como, por que, ...?.
- Interactuar socialmente. Traballo en grupos.
- Interpretación dos resultados e organizar e consolidar os novos coñecementos.
- Cálculos matemáticos e resolución de ecuacións
- Interpretación dun problema e comprobación da calidade do resultado
- Trazado de gráficas e estudio de propiedades das funcións.
- Búsqueda de información en libros, dicionarios etc.
- Confección de estatísticas e obtención de descriptors estatísticos
- Realizar deducións.
- Actividades específicas de resolución de problemas como abrir camiños de exploración, considerar primeiro casos particulares, deseño dun plan con solucións intermedias etc.

O valor instrumental das matemáticas, concrétese en ofrecer as ferramentas como as que proporcionan a estatística, álgebra, programación lineal, cálculo infinitesimal para representar, sintetizar, optimizar e comunicar por medio de gráficas, táboas, expresións alxebraicas, histogramas etc a información cuantitativa relevante dos problemas das distintas ciencias.

Imos ver algúns exemplos de como efectivamente atopamos no propio corpo humano contextos reais para construír as matemáticas que se consideran en Secundaria e Bacharelato e que reúnen as condicións enriba mencionadas.

O punto cego

1º O punto cego é unha curiosa experiencia, chamada ás veces Ilusión de Mariotte porque foi descuberta por este frade e físico francés do século XVII. Imos ver que hai un punto cego e que podemos sorprendernos (quen non seipa da súa existencia) a partir dil e tamén empregar as matemáticas para coñecer máis deste punto.

A experiencia consiste en:

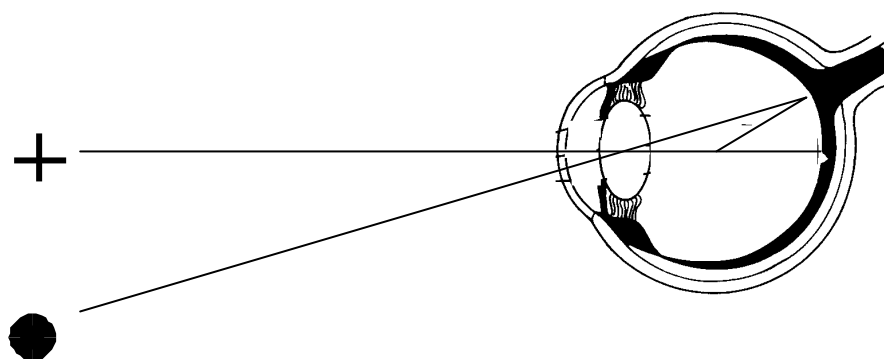


Fig 1. Círculo e cruz

- 1) Pecha o ollo dereito e mira fixamente á cruz da figura 1 dende uns 40 cm, (aproximadamente dúas cuartas).
- 2) Achégate pouco a pouco e observarás que o círculo desaparece.

Cando desaparece o círculo é porque a súa imaxe no ollo esquerdo coincide xustamente co punto cego de dito ollo. Se te achegas máis o círculo volta a aparecer. Se agora pechas o ollo esquerdo e cambias a cruz polo círculo podes comprobar a existencia do punto cego do teu ollo dereito.

Unha vez que sabemos que hai unha zona do ollo pola cal literalmente non vemos, podemos xustificar por que sucede. Ó interior da parte posterior do ollo está cuberta dunha capa de células sensíbeis á luz. Son os conos e os bastóns. O punto exacto onde enfocamos chámase fóvea e é onde temos maior cantidade de células sensíbeis á luz. As conexións que se establecen entre os distintas células da retina realízanse por capas (a primeira máis próxima a ésta e polo tanto máis cara o interior do ollo). As células da última capa están



directamente comunicadas co cerebro polo nervio óptico. E iste debe saír do ollo por algún lado. E este sitio é o punto cego.

Figura 2. Esquema da experiencia do punto cego e ángulos
¿Onde temos cada ún de nós o punto cego.?

Esta é a primeira actividade de cálculo matemático que propoñemos ós alumnos. E non compre arrincá-o ollo para sabelo. Só temos que empregar matemáticas. Podemos medir o ángulo que forma o punto cego e a fóvea dende o centro do cristalino. Mostrámolo no debuxo.

A actividade terá as seguintes fases matemáticas.

- 1- Facer o esquema e medir. Distancia círculo-cruz e distancia ó papel (encerado na aula).
- 2- Calcular (representando a escala ou por trigonometría) o ángulo que forma o punto cego e a fóvea dende o centro do cristalino.
- 3- Calcular (a escala con papel milimetrado ou usando trigonometría) o ángulo que forma o punto cego e a fóvea dende o centro do ollo. Aquí o triángulo xa non é rectángulo.
- 4- Calcular a anchura do punto cego. De novo realizar a experiencia, medir e calcular (pasos 1 e 2 ou 1, 2 e 3).
- 5- ¿E se ollamos con gafas de miopía?. Nova experiencia. Estatística.
- 6- Contidos adicionais. Volume da esfera e peso do ollo. Área do punto cego.

Discriminación auditiva.

O teorema de Pitágoras pode sorprendernos. Sabemos que os lados 3,4 e 5 forman un triángulo rectángulo. Pero se un dos lados dun triángulo rectángulo é notablemente menor que o outro, a hipotenusa e o segundo cateto serán practicamente idénticos. Deste xeito, un pequeno erro cometido nunha das medicións (por exemplo do cateto maior) modificará o valor do outro cateto. Por iso:

- deberemos aproximarnos ben e, a diferenza da situación máis común, non nos podemos contentar cun pequeno número de decimais.
- A medición debe ser precisa (ou ben recurrir a un método de coñecer ben a diferenza entre o cateto maior e a hipotenusa).

Pero ¿como podemos tomar unha medición precisa que cumpla estes requisitos e na que vexan a importancia dos decimais e facelo sen instrumentos de medida de laboratorio fora da aula?. O que, aparentemente é complexo, podémolo resolver se facemos unha experiencia co noso corpo.

Por sorte para o ser humano, podemos coñecer a dirección da que procede o són sin ver que o quen o emitíu. Por exemplo nunha conferencia se unha persoa do público estornuda atopa a todos os demais ollando para ela aínda que moi poucos poideron realmente ver quen era. ¿Como recoñecemos esta dirección e sentido do són?.

Hai varias posibilidades. Unha é pola intensidade que nos chega a un ouvido. Nese caso, a sensación será máis intensa cando colocamos o ouvido cara a fonte do son. Outro mecanismo puidera basearse na existencia dos dous ouvidos. Nese caso, ¿será a maior intensidade nun ouvido que no outro o que nos permite determinar a súa orixe?.

Podemos facer unha experiencia simple (pechando ou aproximando o ouvido a unha fonte de son) que nos permita relativizar a importancia da intensidade do soun como o método principal.

Realmente baséase no tempo de retardo da audición. Igual que sabemos a distancia á que caíu un raio a partir do tempo transcurrido, podemos determinar a posición da fonte do son a partir do tempo que tardou en chegar a un ouvido e ó outro. Imos facer o esquema delo.

Temos unha fonte a 8 m nosa. Pechamos os ollos e unha persoa vai golpeando dúas culleres a un lado ou ó outro de nos, namentras nos tentamos de saber se se emitíu á nosa esquerda ou á dereita. Logo dunhas poucas experiencias, a outra persoa xa pode determinar o desplazamento horizontal para que poidamos determinar se era dunha parte ou da outra.

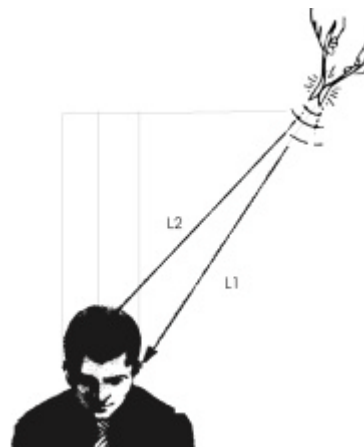


Fig. 3. Apreciando a orixe do son

son

Coñecida o contexto, a parte matemática pasa por

- 1) Facer o esquema, e medir.
- 2) Calcular a hipotenusa do triángulo nos dous triángulos.
- 3) Aplicar a ecuación da velocidade o que nos proporciona os tempos de retardo a cada ouvido.
- 4) Facer a diferenza desas cantidades.
- 5) Facer unha estatística cos tempos medios.
- 6) Novos problemas (poden prantexarse algúns que se resolvan por ecuacións con radicais.)

É curioso porque ese tempo é inferior a unha dezmilésima de segundo.

Funcións do corpo.

No corpo temos moitísimas relacións numéricas das que moitas son expresables como relacións funcionais. Algunhas virán descritas como unha táboa de valores ou unha gráfica. Noutros teremos algunha descrición que pode expresarse mediante unha fórmula ou fórmulas.

Exemplo 1. Consumo energético y temperatura

Entre as necesidades de enerxía do corpo, a maior parte gastámola en conservar-la temperatura nun nivel constante orredor de 36,5°. A taboa móstranos, para cada sexo, o número medio de quilocalorías que se empregan en manter constante a temperatura.

CONSUMO	ENERXÉTICO DO METABOLISMO	
PESO (kg)	Homes	Mulleres
5	270	274
10	545	541
20	870	852
30	1140	1063
36	1270	1173
40	1340	1241
46	1430	1336
48	1460	1369
50	1485	1399

52	1505	1429
54	1555	1458
56	1580	1487
58	1600	1516
60	1630	1544
62	1660	1572
64	1690	1599
70	1785	1679

Estas funcións, amais de toda-las preguntas clásicas de enfoque de funcións (dende igualdade das funcións, comparación do crecemento e variación entre elas, variación instantánea, interpolación para o caso doutro maior etc), podémolas vencellar a educación para a saúde onde a partir dunha taboa de calorías de distintos alimentos, podemos pedir unha dieta. Se logo recurrimos a novas restricións, teremos aberto ó camiño ás inecuacións.

Mazás	64	Espárragos	26	Carne de vaca	268	Manteiga	733
Naranxas	50	Cenouras	45	Polo	111	Queixo	393
Fresas	41	Patacas	85	Pescada	240	Touciño	712
Noces	702	Pan branco	268	Atún en lata	194	Pata de cordeiro	230
Tomates	23	Chocolate	570	Carne de porco	340	Leite enteiro	69

Exemplo 2. Estímulos e sensacións.

Cando vemos, ouvimos ou palpamos algo estamos a apreciar dun xeito determinado un estímulo externo. ¿Que relación hai entre o estímulo e a nosa sensación?. No século pasado, dous fisiólogos, Weber e Fechner, describiron fórmulas matemáticas que relacionan as medidas dunha e da outra. Weber observou unha relación aproximadamente lineal entre un estímulo percibido e a cantidade que debemos incrementar a ese estímulo para percibir unha nova sensación máis intensa que a anterior.

A relación matemática de Weber pódese escribir como $\Delta I = c \cdot I$, onde I é a intensidade do estímulo para unha determinada sensación, ΔI é o incremento que debe tomar o estímulo para que se aprecie unha sensación máis intensa e c é un número que depende do propio estímulo. O valor de c para a sensación de presión é de $1/77$, para o gusto é de $1/5$, para o olfato de $1/11$ e para o brillo é de $1/100$.

Estas relacións permiten traballar esencialmente o concepto de incremento dunha función e teñen un interese de curiosidade especial. Fechner deu un paso máis adiante que Weber e prantexou a relación como funcional, evidentemente unha función de tipo esponencial. Aínda que moitos fisiólogos criticaron a Fechner por simplificar en exceso a máis complexa relación entre estímulo e sensación foi un evidente paso no coñecemento, aínda que imperfecto de nós mesmos.

Conclusión.

En resumo aquí presentamos un pequeno número de actividades dentro das dúas delas que teñen interese para os alumnos, prantexan verdadeiros problemas a resolver coas ferramentas matemáticas da aula e son reais e non unha creación de supostos que terán interese matemático pero pouco interese real xa que detrás atópase que os alumnos non creen que o caudal dun río veña dado por unha ecuación exponencial ou que a taxa de xeración de lixo se exprese por unha función definida a trozos mediante dúas rectas ou unha recta e unha función exponencial.

BILIOGRAFIA

- Claudi Alsina. Medidas Españolas tradicionales. Ed. M.E.C.
 Emma Castelnuovo, C. Gori, D. Valenti. La matematica nella realtà. Ed. La Nuova Italia.
 John P. Frisby Del ojo a la visión Ed. Alianza
 Arthur C. Guyton Tratado de Fisiología Médica Ed. Interamericana
 Jan de Lange. Real Problems with Real World Mathematics. En Actas 8º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME) Claudi Alsina y otros (eds).
 John Perry, J. Bendick. Nuestros maravillosos ojos. Ed. McGraw-Hill.
 M.A. Piteira. Biomatemática. Ed. Platano.