

ESTRUCTURAS DE REPARTO DE PODER

María Candelaria Espinel Febles
Universidad de La Laguna

1. INTRODUCCION

Las fusiones bancarias están de moda. Así la fusión del Banco Santander y Central Hispano ha dado lugar al BSCH. El consejo de Administración del nuevo banco esta compuesto por 27 personas, 13 del Santander, 12 del BCH y 2 consejeros independientes. Supuesto que baste 14 votos para aprobar cualquier medida, siempre que dos de los tres grupos cooperen, se alcanza la mayoría. Los 2 consejeros independientes parecen estar en desventaja, pero sus votos le son necesarios a cualquiera de los otros dos grupos, podríamos decir que los tres grupos del consejo tienen el mismo poder.

La cooperación entre grupos es necesaria para poder alcanzar una mayoría en múltiples contextos (sociedades, política...). La falta de mayoría absoluta de un grupo obliga a formar alianzas, coaliciones entre los grupos. Surgen problemas reales que se suelen abordar desde el contexto de la teoría de juegos cooperativos.

En este trabajo enumeramos los posibles sistemas de votaciones ponderadas con tres y cuatro jugadores. Cualquier otro sistema es equivalente a alguno de los citados. A partir de ellos se evalúan todas las coaliciones y estructuras de coaliciones posibles y se mide el poder de cada grupo. El conocer estas estructuras permite, entre otras cuestiones, diseñar sistemas democráticos donde, por ejemplo, se evite el dictador o el figurante.

2. PRELIMINARES Y TERMINOLOGIA

La ausencia de un miembro con mayoría absoluta en un organismo de decisión colectiva provoca negociaciones entre los miembros para buscar la formación de una coalición que les dé la mayoría. Los juegos cooperativos tienen en cuenta la formación de coaliciones, supuesto que los jugadores se organicen ellos mismos en grupos y habiendo llegado cada grupo a un acuerdo vinculante. Recogemos alguna terminología básica que se utiliza en la teoría de juegos cooperativos.

En general un **sistema de votación con pesos** se representa por: $[q; w^1, w^2, \dots, w^n]$

donde q es la cuota necesaria para ganar, y los números $w^1, w^2, \dots, w^n$ son los pesos para los n grupos indicados por $1, 2, \dots, n$.

Un subconjunto de votos se llama **coalición ganadora** si la suma de sus pesos es igual o excede de la cuota q . Generalmente, se supone que la cuota q necesaria para ganar excede a $\frac{1}{2} T$, siendo T la suma de todos los pesos: $T = w^1 + w^2 + \dots + w^n$

También es frecuente que la cuota sea la mitad más uno, o sea, $q = \text{int}(1/2 T) + 1$.

Por ejemplo, el consejo de administración del BSCH se representa por $[14; 13, 12, 2]$, supuesto que la aprobación de cualquier medida requiera 14 votos, y que cada grupo de los tres que forman el consejo hayan llegado a un acuerdo vinculante a la hora de emitir sus votos. Las coaliciones ganadoras son: 12, 13, 23, 123. Como se puede observar, cada uno de los grupos está presente el mismo número de veces en las coaliciones ganadoras, así que sus posibilidades de alcanzar mayoría es la misma.

Si consideramos un consejo formado por cuatro grupos, donde cada consejero independiente forme un grupo, el sistema se representaría por $[14; 13, 12, 1, 1]$ y las coaliciones ganadoras serían: 12, 13, 14, 123, 124, 134, 234, 1234. En este caso el grupo 1 está presente en 7 de las 8 coaliciones ganadoras, mientras que los restantes grupos sólo están presentes 5 veces cada uno. Obsérvese que cada dos coaliciones ganadoras tienen algún grupo en común, esto ocurre siempre que $q > \frac{1}{2} T$. Si una coalición es ganadora cualquiera que la contenga también lo es, por lo tanto, basta tener en cuenta las coaliciones ganadoras mínimas.

Las **coaliciones ganadoras mínimas** (c.g.m.) son las que al suprimir algún miembro se convierten en perdedoras. En el consejo con tres grupos, las c.g.m. son: 12, 13, 23. Para cuatro grupos las c. g. m. son: 12, 13, 14, 234.

Dado un sistema se pueden crear otros **sistemas equivalentes**, ya sea por cambios en la cuota o en los pesos de los votantes, pero manteniendo las mismas coaliciones ganadoras.

Consideremos una empresa con tres accionistas que posean el 47%, 45% y 8%, y en la que se tomen las decisiones por mayoría simple del 51%. Bastan dos accionistas para aprobar cualquier medida, a pesar de que uno de ellos tiene sólo el 8% del capital. Las coaliciones ganadoras mínimas en la empresa son las mismas que el consejo del banco cuando se consideran tres grupos. Los sistemas $[14; 13, 12, 1]$ y $[51; 47, 45, 8]$ son equivalentes, por dar lugar a las mismas coaliciones ganadoras.

Supuesto que nos interese reducir el consejo de 27 personas, manteniendo el mismo poder para cada uno de los tres grupos, resulta de gran utilidad conocer las coaliciones ganadoras mínimas del sistema. Un sistema equivalente al comité de 27 sería $[2; 1, 1, 1]$, que consta sólo de tres personas.

Si el consejo del BSCH lo formasen cuatro grupos, un sistema equivalente al [14: 13, 12, 1, 1] sería el sistema [4: 3, 2, 1, 1], con siete miembros en lugar de 27. Otro sistema equivalente con sólo cinco miembros sería [3: 2, 1, 1, 1].

En la práctica es muy útil reducir el número de miembros que forma una comisión. Formar minicomisiones para trabajar suele ahorrar tiempo y dinero, pero hay que garantizar la representatividad que todos los grupos tenían en el sistema original.

Uno de los órganos más jóvenes de la Unión Europea lo forma el Comité de las Regiones y refleja el deseo de los Estados miembros de respetar las prerrogativas regionales y locales. Este órgano lo forman 22 miembros, distribuidos como sigue: Francia, Alemania, Italia y el Reino Unido, 24 miembros cada uno; España, 21; Austria, Bélgica, Grecia, Países Bajos, Portugal y Suecia, 12 cada uno; Dinamarca, Finlandia e Irlanda, 9 cada uno, y Luxemburgo, 6. Se reúnen en Bruselas, con cinco sesiones plenarias al año. Imaginemos que en una sesión, y para una propuesta determinada, se forman tres grupos de países. Por ejemplo, un grupo lo forman los países mediterráneos, Italia, España, Grecia y Portugal, ello da como peso total 69. Otro grupo, lo forman los grandes, Alemania, Francia y Reino Unido, lo que supone un peso total de 72. Y el resto de los países forma otro grupo, Austria, Bélgica, Países Bajos, Suecia, Dinamarca, Finlandia, Irlanda y Luxemburgo, lo que da un total de 81. Supuesto que una propuesta determinada necesita de 150 votos, el sistema quedaría indicado por [150: 81, 72, 69]. Un sistema equivalente [3: 2, 1, 1] está formado por sólo cuatro miembros.

Para crear sistemas democráticos interesa conocer no sólo los sistemas posibles, sino además, el poder de cada uno de los grupos. El poder es un concepto ilusorio, pero muy útil para la toma de decisiones en sociedades, negocios, para el estudio de relaciones entre naciones o en las discusiones de pequeños grupos. De su estudio formal se ocupa la teoría de juegos.

Se han propuesto distintas formas de medir el poder. Algunas de las más conocidas son el índice de Shapley, el de Banzhaf o el índice de Deegan (Taylor, 1995).

El **índice de poder** es un número que se asigna a cada jugador que indica el poder que ejerce en el juego. Este valor se interpreta como un porcentaje de poder que puede tener cada grupo en el sistema. Hay diferentes procedimientos para asignar estos índices.

Así el valor de Shapley (1953) para cada jugador es una media ponderada de las contribuciones que cada jugador hace a cada una de las coaliciones a las que pertenece, dependiendo las ponderaciones del número de jugadores, n , y del número de miembros en cada coalición.

El índice de Banzhaf (1964) se basa en contar, para cada jugador, el número de coaliciones a las que el jugador le resulta crucial para ganar. Para Banzhaf todas las coaliciones tienen la misma ponderación, con independencia de su tamaño, mientras que las ponderaciones del valor de Shapley varían con el tamaño de la coalición.

En 1978, Deegan introduce un índice de poder considerando sólo las c.g.m. y asignando a éstas la misma probabilidad de formarse. Además supone que los grupos que forman las c.g.m. se reparten el poder equitativamente. Con estos supuestos calcula la esperanza de cada grupo. Por ejemplo al sistema [5: 3, 2, 1, 1], Deegan asigna aproximadamente un 42% de poder al primer grupo, un 25% al segundo y un 17% a cada uno de los dos restantes. Mostramos el cálculo del índice de Deegan para este sistema:

Grupos

c. g.m. 1234

12½½

1341/31/31/3

Suma 5/6½1/31/312/6

Índice 5/123/122/122/12

Los índices de poder tratan de cuantificar las posibilidades de cooperación que tiene cada grupo para estar presente en las coaliciones ganadoras. A mayor peso corresponde mayor poder, pero es posible que jugadores de distinto peso tengan igual poder. Así en el consejo del BSCH considerando cuatro grupos, el índice de Deegan en este caso da 37%, 21%, 21% y 21%, respectivamente. El miembro que más poder tiene es el 1, que también tiene mayor peso, pero el grupo 2 tiene distinto peso que el grupo 3 o el 4, y sin embargo, tiene el mismo poder.

3. SISTEMAS CON TRES Y CUATRO GRUPOS

Recogemos a continuación todos los sistemas de tres y cuatro grupos con el menor número de participantes posibles. Ello permite valorar la posición de cada uno de los grupos y sus posibilidades estratégicas. Nuestra aportación original a este trabajo ha sido encontrar los sistemas de cuatro grupos con el menor número de participantes posibles.

El jugador que es suprimible a efectos estratégicos de cualquier coalición ganadora se dice que es nulo, ficticio o figurante. Un grupo que no está presente en ninguna c.g.m. no tiene ningún poder, es estratégicamente nulo. Por otro lado, si un jugador forma por sí sólo una coalición ganadora, estamos ante un dictador. Un jugador tiene veto si pertenece a todas las coaliciones vencedoras. Algunas de estas

características de los grupos se recogen en las siguientes tablas, que muestran los sistemas de votación manteniendo el menor número posible de miembros, las c.g.m y el índice de poder de Deegan en cada uno de los sistemas.

Sistemas de votación con tres grupos

Pesos	C.g.m.	Indice Deegan	Sistema
[2: 1,1,1]	12, 13, 23	(1/3, 1/3, 1/3)	Mayorías
[3: 1,1,1]	123	(1/3, 1/3, 1/3)	Consenso, unanimidad
[3: 2,1,1]	12, 13	(2/4,1/4,1/4)	Veto de presidencia
[3: 3,1,1]	1	(1,0,0)	Dictador
[4: 2,2,1]	12	(1/2,1/2,0)	Liga

Sistemas de votación con cuatro grupos

Pesos	C.g.m	Indice Deegan	Sistema
[3: 1,1,1,1]	123, 124, 234, 134	(1/4,1/4,1/4,1/4)	Mayorías
[3: 2,1,1,1]	12, 13, 14, 234	(9/24,5/24,5/24,5/24)	Mayorías
[4: 1,1,1,1]	1234	(1/4,1/4,1/4,1/4)	Consenso
[4: 2,1,1,1]	123, 124, 134	(3/9,2/9,2/9,2/9)	Veto
[4: 3,1,1,1]	12, 13, 14	(3/6,1/6,1/6,1/6)	Veto
[4: 2,2,1,1]	12, 134, 234	(5/18,5/18,4/18,4/18)	Indiferencia
[4: 4,1,1,1]	1	(1,0,0,0)	Dictador
[4: 2,2,2,1]	12, 13, 23	(1/3,1/3,1/3,0)	Nulo
[5: 2,2,1,1]	123, 124	(2/6,2/6,1/6,1/6)	Indiferencia
[5: 3,2,1,1]	12, 134	(5/12,3/12,2/12,2/12)	Veto
[5: 3,2,2,1]	12, 13, 234	(6/18,5/18,5/18,2/18)	Mayorías
[6: 2,2,2,1]	123	(1/3,1/3,1/3,0)	Nulo
[6: 3,3,1,1]	12	(1/2,1/2,0,0)	Nulo
[6: 4,2,2,1]	12, 13	(2/4,1/4,1/4,0)	Nulo

BIBLIOGRAFÍA

- Garfunkel, S. (1990). **For All Practical Purposes. Introduction to contemporary mathematics.** Freeman (En versión traducida: Matemáticas en la vida cotidiana, Ed. Addison Wesley, Univ. Autónoma de Madrid, 1997).
- Friedman, J. W. (1991). **Teoría de Juegos con aplicaciones a la economía.** Alianza Universidad.
- Taylor, A. D. (1995). **Mathematics and politics. Strategy, Voting, Power and Proof.** Springer- Verlag.