

ESCRIBIENDO PROBLEMAS: UNA EXPERIENCIA CON NÚMEROS NEGATIVOS

Alicia Bruno

Universidad de La Laguna

1. Introducción

El trabajo que aquí se presenta forma parte de una investigación realizada con alumnos de 2º curso de la Educación Secundaria Obligatoria sobre la resolución de problemas aditivos simples con números negativos. En primer lugar, fijamos la terminología y la notación que sobre estos problemas usaremos (Bruno y Martínón, 1997a).

Distinguimos entre *historias aditivas simples* y *problemas aditivos simples*. Una *historia aditiva simple* es una situación que se describe con una adición $x + y = z$. Por ejemplo, "Un submarinista estaba a 5 metros bajo el nivel del mar y a continuación bajó 10 metros. La posición del submarinista después de este movimiento es 15 metros bajo el nivel del mar". Esta *historia* da lugar a tres *problemas aditivos simples*, según cuales de las tres anteriores cantidades se convierten en datos y, por tanto, cuál es la incógnita.

En el uso de los números distinguimos entre: *estados* (e) que expresan la medida de una cantidad de una cierta magnitud, asociada a un sujeto en un instante ("debo 2"), *variaciones* (v) que expresan el cambio de un estado con el paso del tiempo ("perdí 2"), y *comparaciones* (c) que expresan la diferencia entre dos estados ("tengo 2 más que tú"). La consideración de estos distintos usos da lugar a diferentes estructuras de historias y de problemas:

- *Combinación de estados* (estado 1 + estado 2 = estado total, $e + e = e$).
- *Variación de un estado* (estado inicial + variación = estado final, $e + v = e$).
- *Comparación de estados* (estado 1 + comparación = estado 2, $e + c = e$).
- *Combinación de variaciones sucesivas* (variación 1 + variación 2 = variación total, $v + v = v$).

El trabajo de Rudnitsky et al. (1995) presenta una investigación sobre problemas aditivos simples con números positivos, cuyas estructuras eran $e + e = e$, $e + v = e$ y $e + c = e$. En esa investigación se contrastaron tres *métodos de enseñanza* que se desarrollaron en un período de 18 días en el aula:

- (1) el método *escribir*, en el que los alumnos redactaban los enunciados de los problemas, discutiendo las distintas estructuras y resolviéndolos posteriormente;
- (2) el método *resolver*, que básicamente consistía en practicar la resolución de problemas; y
- (3) el método *tradicional* en su país para la resolución de problemas aditivos.

Los alumnos que siguieron los métodos *escribir* y *resolver* obtuvieron resultados similares en un test realizado inmediatamente después de finalizar la experiencia, y ambos grupos obtuvieron más éxito que el tratamiento *tradicional*. Pero en un test pasado cuatro meses después de finalizada la experiencia, los alumnos del método *escribir* obtuvieron mejores resultados que los que siguieron los otros métodos.

2 La experiencia

La experiencia que hemos realizado tiene como objetivo investigar la posible extensión de los resultados de Rudnitsky et al. (1995) a los problemas aditivos con números negativos, si bien ampliamos los tipos al introducir en el estudio los problemas $v + v = v$. Desarrollamos una experiencia de aula siguiendo los tres tratamientos mencionados. Tres de los grupos que participaron en la experiencia siguieron el tratamiento *escribir* con el siguiente esquema de trabajo: (1) *Presentación de historias* por el profesor, discusión y clasificación. (2) *Escribir historias*, intercambiarlas con los compañeros y clasificarlas. (3) *Escribir historias y sus problemas correspondientes*, intercambiarlos con los compañeros, clasificarlos y resolverlos. (4) *Escribir problemas* de cada una de las estructuras, intercambiarlos con los compañeros, clasificarlos y resolverlos.

Expone en este artículo resultados del trabajo de clase de los tres grupos del método *escribir*. Analizamos los problemas que redactaron los alumnos, recogidos al finalizar las sesiones y mostramos las observaciones cualitativas sobre la metodología en estas clases.

3. Las historias y problemas que escriben los alumnos

3.1 Identificación de estructuras. Los alumnos dedicaron las primeras sesiones de clase a redactar *historias* con números positivos y negativos. Analizando sus redacciones encontramos más errores de clasificación en las historias con números negativos que con positivos. Por ejemplo, escriben historias del tipo $e + v = e$ diciendo que son del tipo $e + e = e$ o $v + v = v$. Además, con números negativos escriben más historias $v + v = v$, con las que tienen especiales dificultades. Necesitan, y de hecho expresan, el estado inicial y final, es decir, que en realidad escriben historias con estructura $e + v + v = e$, normalmente con estado inicial 0. En

Bruno y Martínón (1997b) se ha comprobado que este razonamiento en problemas con esta estructura a través de esta metodología tiene como posible justificación que la situación es irreal para los alumnos, ya que lo que encuentran natural es dar la posición inicial y final, además de los dos cambios, y no expresar dos cambios y la variación total. Se observó que pueden entender la historia, pero cuando se les propone escribir otra similar insisten en expresar la situación final. Es cierto que en su vida cotidiana y en la práctica escolar con los números positivos no suelen aparecer tantos problemas de esta estructura.

3.2 De las historias a los problemas. Las intenciones didácticas de pedir a los alumnos que escriban historias tiene una doble función: facilitar la identificación de las estructuras y resaltar el papel de la incógnita en los problemas con respecto a la operación que hay que plantear. Esto último es un paso importante, y distinto frente a la metodología *tradicional*, porque se puede aprovechar para hacer conscientes a los alumnos de las diferentes operaciones que hay que plantear según la posición de la incógnita. Lo que es causa de mayor dificultad en estos problemas (Bruno y Martínón, 1997b).

Pocos estudiantes manifestaron a través de sus redacciones dificultades para extraer los problemas que surgen de la historia. Algunos ejemplos de dificultades son: volver a preguntar por algunos de los datos ya dados en el enunciado o escribir incorrectamente alguno de los problemas. Aunque sí demostraron algunas dudas al elegir la operación adecuada para resolver el problema, lo que requirió que en algunos momentos se discutieran las operaciones adecuadas con todo la clase.

Una ventaja que tiene el método *escribir*, que puede convertirse en desventaja si no se toma el cuidado oportuno, es que consigue que los alumnos entiendan perfectamente la situación, y por lo tanto, saben de antemano el resultado del problema, por lo que muchos minimizan la importancia de escribir la operación, y pueden no razonarla. Este hecho, que suele darse con otros métodos de enseñanza (Bruno y Martínón, 1997b), se agudiza con la metodología *escribir*.

3.3 Los problemas que escriben los alumnos. Una cuestión que surge, inevitablemente, cuando se da a los alumnos la oportunidad de escribir los problemas, es que redactan situaciones (incorrectas o no) que se escapan de las que se están estudiando. Es decir, se observa al discutir con ellos que algunos alumnos entienden las estructuras, pero la menor facilidad para redactar les lleva a crear situaciones más confusas. En general, los alumnos no escriben de forma tan "esquemática" como los profesores y, a veces, escriben problemas más complicados que los requeridos, e incluso incalificables. En estos casos, puede ser complejo convencer al alumno que debe cambiar la redacción del problema, para que coincida con algunas de las estructuras propuestas para trabajar. Todo esto es al mismo tiempo interesante para el profesor, porque le sirve de reflexión sobre las situaciones que interesan a los alumnos y las puede usar para crear problemas más cercanos a ellos. Además, algunas de las cuestiones que surgen se pueden utilizar para discutir con los alumnos características de los problemas y sus operaciones.

3.4 Las variaciones y comparaciones. En Bruno y Martínón (1997a) se ha señalado que las variaciones y las comparaciones pueden expresarse de dos forma distinta: Por ejemplo:

Variación cambio: "perdí dos pesetas a lo largo del día".

Variación diferencia: "por la noche tenía dos pesetas menos que por la mañana".

Comparación cambio: "Tengo que perder dos para tener lo mismo que tú".

Comparación diferencia: "Tengo dos menos que tú".

En las situaciones propuestas a los alumnos nos centramos en las *variaciones cambio* y las *comparaciones diferencia*; sin embargo, en los problemas que escribieron encontramos que utilizan *variaciones diferencias*, sin haber sido instruidos en ello, o escriben un problema de *variación diferencia* clasificándolo como de *comparación*. También en los problemas de comparación utilizan con frecuencia la expresión "cuál es la diferencia ..."; por ejemplo, "¿cuál es la diferencia de temperaturas entre las dos ciudades?". Tal expresión lleva a dar un resultado positivo y esto requiere una discusión con toda la clase. Por lo tanto, hay cuestiones interesantes en la forma de expresar las variaciones y comparaciones que merecen un estudio especial.

4. La clase siguiendo una metodología escribir

El ambiente en una clase que sigue la metodología *escribir* cambia con respecto al que se produce con otras metodologías, ya que, por ejemplo, no se da el hecho de que el profesor explica y los alumnos practican a continuación. Al "escribir", los alumnos trabajan por parejas, escriben, intercambian sus problemas y se toma alguno de los problemas para discutir toda la clase, momento en el que el profesor utiliza para explicar las ideas necesarias sobre los problemas. Una metodología así implica que en la clase haya "más ruido". Esto puede provocar dificultades con alumnos tendentes a desconcentrarse con facilidad. En uno de los grupos que participaron en la experiencia, la profesora manifestó haber tenido dificultades para controlar la clase en algún momento.

Algunas características de la metodología *escribir* que encontramos en nuestra experiencia

- Es más lenta que la habitual, porque aparte de resolver problemas hay que escribirlos y discutir las estructuras. Será útil si es un "tiempo ganado en comprensión".
- Los alumnos tienen diferentes ritmos cuando redactan los problemas, por lo que el profesor debe tener preparadas alternativas para los alumnos que terminan pronto de redactar sus problemas.
- A la mayoría de los alumnos les gusta sentirse protagonistas, es una forma distinta de trabajar en clase y les motiva el que los problemas creados por ellos sean el centro de las discusiones de toda la clase.
 - La evaluación del método es diaria, implica un seguimiento diario por parte del profesor sobre cómo evolucionan los alumnos, no se puede dejar para el final.
 - Los problemas que escriben los alumnos son una fuente de conocimiento sobre los alumnos.

Normalmente analizamos resultados de problemas que nosotros proponemos a los alumnos. Nos planteamos que los errores que cometen pueden estar provocados por una mala comprensión del enunciado. A través de esta metodología podemos controlar, de alguna manera, el nivel de comprensión de los enunciados de los problemas por parte de los estudiantes y se puede ver que, en los problemas aditivos con números negativos, muchos errores no se producen por ese motivo, ya que hay una redacción correcta en los tres problemas correspondientes a una misma historia y, sin embargo, fallan al escribir la operación. El problema está en identificar la estructura como un problema de suma o de resta, y en el caso de la resta el orden de los términos.

BIBLIOGRAFÍA

- Bruno, A.; Martínón, A. (1997a). Clasificación funcional y semántica de problemas aditivos. *Educación Matemática*, 9 (1), 33-46.
- Bruno, A.; Martínón, A. (1997b). Procedimientos de resolución de problemas aditivos con números negativos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15 (2), 249-258.
- Rudnitsky, A.; Etheredge, S.; Freeman, J.M.; Gilbert, T. (1995). Learning to solve addition and subtraction word problems through a structure-plus-writing approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26 (5) 467-486.