

DISEÑO, EVALUACIÓN Y REDISEÑO CURRICULAR DE LA MULTIPLICACIÓN

Ignacio Linares Pérez

Colegio S.A.F.A. Padre Villoslada

Tomás Macías González

Universidad de Cádiz

“Dejad que los niños nos enseñen a enseñar”

Caleb Gattegno

La falta de alternativas a las metodológicas transmisivas clásicas de la multiplicación dentro de la enseñanza primaria nos lleva a proponer un proceso de enseñanza-aprendizaje dentro de un contexto socio constructivista. Con estos planteamientos hicimos un diseño curricular que basado en la introducción a la multiplicación a través del estudio de las áreas ya fue desarrollado en los cursos 96/97, 97/98 (Macías T., Linares I.). Tras una evaluación del desarrollo de este diseño, hacemos unas modificaciones que tengan en cuenta el estudio de modelos tridimensionales, su representación en el plano y la construcción de los mismos.

DISEÑO:

El trabajo se realiza en el Segundo Ciclo de Educación Primaria en centro educativo situado en una barriada que recoge un alumnado de unas características socio-económicas medio-bajas.

Objetivos planteados:

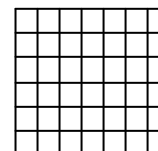
- Trabajar la multiplicación a partir de la cuadrícula y las áreas creando por una parte la necesidad de construir esquemas espaciales y numéricos, y por otra, descubriendo el algoritmo de la multiplicación.
- Fomentar la socialización y la cooperación en el aula.
- Trabajar la representación numérica y la representación gráfica paralelamente.

Metodología empleada:

- Pretendemos que los alumnos partan de experiencias propias con una gran riqueza perceptiva que les ayuden posteriormente a hacer buenas representaciones ya sean verbales, gráficas o simbólicas de las situaciones planteadas. De igual forma que para el aprendizaje de la suma y la resta los dedos y las manos se consideran como **situación privilegiada** para los niños, en el caso de la multiplicación las estructuras rectangulares y las áreas también lo son (Burns M.).
- En cada una de las actividades se comienza con una tarea **individual** en la que tienen libertad para tomar cualquier postura con respecto a la situación planteada. Luego, en **grupos de cuatro**, defienden su postura y analizan las de los compañeros. Finalmente pasan a un **debate** con toda la clase, donde cada grupo explica y defiende sus ideas. En este punto pedimos que analicen las ventajas e inconvenientes de cada una de las aportaciones.
- En todo este trabajo el **papel del profesor** (Chamorro C.) pasa de ser la autoridad (el que tiene el conocimiento) a ser un dinamizador de todo el proceso. Participa con el grupo como uno más, dando soluciones erróneas o válidas pero sin imponer nada. Lo que se busca es que sean los propios alumnos los que tomen las decisiones para que lleguen a ser críticos. Son ellos los que deben buscar sus propios caminos, sin adelantarles aspectos básicos en su proceso de aprendizaje. Esta es una de las cosas más importantes que debe aprender un profesor: a permanecer callado y confiar en sus alumnos.

A continuación escribiremos algunas de las actividades que consideramos más significativas de las muchas que se han realizado. Para una mayor comprensión de las mismas hemos elegido una muestra de trabajos hecha por los alumnos que sería conveniente ver paralelamente a la lectura de la actividad correspondiente.

Actividad 1: En el retroproyector colocamos una transparencia con una figura como la que se ve a continuación. Antes de encenderlo advertimos a los alumnos que tienen que estar muy atentos porque se va a encender un momentito y luego tendrán que decir cuantos cuadritos tiene la figura y representarla. El retro se enciende sólo el tiempo suficiente para contar el número de cuadrados que hay en los laterales pero no como para contar el total de cuadrados, al menos que se hiciera una suma reiterada.



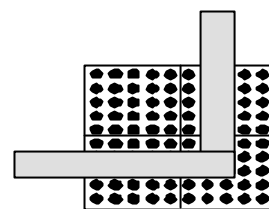
En general los niños hacen la figura cuadro a cuadro agregándolos de uno en uno pero tienen dificultades para organizar toda la figura. Hay niños que hacen cuadrados en el contorno pero el interior no consiguen completarlo. Otros sin embargo hacen líneas para cuadrificar pero tienen las mismas dificultades para organizar toda la figura, ya bien sea porque el número de cuadrados no es el mismo en los lados o por la dificultad que hay en el cuadrado que falta en la esquina inferior derecha. Pensamos que si los niños no saben representar gráficamente este tipo de estructura tampoco entenderán lo que es el área de una figura.

Actividad 2: Viendo las dificultades que presentaba el dibujo de la cuadrícula nos planteamos trabajar con una trama cuadrada de puntos. Pedimos a los niños que nos dibujaran figuras rectangulares con cinco cuadrados en

horizontal y los que quisieran en vertical.

Con la ayuda de la trama de puntos los niños dejan de hacer cuadrado a cuadrado y construyen la figura mediante las líneas. Siguen contando de uno en uno, muchas veces se pierden en el recuento y algunos marcan las casillas que han contado para no perderse. En esta actividad Emilio, que ha hecho un rectángulo de 26x5, llega a cansarse de contar y se pierde. Vuelve a contar hasta que se da cuenta de cómo riman los finales de cada fila (cinco, diez, quince, veinte, veinticinco, treinta, treinta y cinco) y empieza a contar de cinco en cinco, aunque con ciertas dificultades ya que al principio se salta el quince, pero con la ayuda de su compañero Adrián resuelve este problema. Le preguntamos por qué lo hace así, y contesta que es más fácil y más rápido. Con este método comprueban los resultados que habían obtenido mediante el recuento y corrigen los que tenían equivocados. Entonces les pedimos que coloreen en la cuadrícula según las agrupaciones que hayan hecho. Van abandonando el recuento unitario y adquiriendo el recuento agrupado. Después expresarán las ventajas e inconvenientes que han visto en cada uno.

Actividad 3: De la misma manera hemos trabajado el resto de las tablas: representación en cuadrícula, utilización del color y simbolización en cifras. Para poder trabajar con cualquier multiplicación hasta 10x10 utilizamos un material estructurado como es el “cuadro del 100”. Como vemos en la figura está dividido en cuatro cuadros de 5x5 con el fin de que puedan subitizar las cantidades ayudados de una escuadra. Se reparte una fotocopia con el material, recortan el cuadro, lo colorean y lo pegan en un cartoncito. Con este material pueden hacer rápidamente cualquier multiplicación. En la figura vemos cómo está representado 6x6. Con este material observamos cómo los alumnos agrupan por filas, y que son muy pocos los que utilizan los grupos 25.



Actividad 4: Algunos alumnos ya habían aprendido las tablas simplemente con el cúmulo de actividades que se habían realizado hasta ese momento. Otros habían traído fotocopias de tablas sacadas de libros que tenían en su casa. Es entonces cuando les proponemos lo siguiente: hacer un cuadro de 10x10 del cual dibujamos en la pizarra la esquina superior izquierda, y colocando la escuadra tal como se ve en el dibujo, escribir en el rincón el número de cuadros que se ven. Los niños primero dibujan la cuadrícula ayudados de una regla, algunos ponen más filas y columnas de las necesarias. A la hora de escribir los números hay una gran variedad de resultados, unos hacen la primera fila hasta el 10 y en la segunda continúan con el 11, 12, 13, etc.; otros dicen que lo que sale son las tablas de multiplicar y también se dan cuenta de que lo pueden hacer contando de 2 en 2 en la segunda fila, de 3 en 3 en la tercera etc. Entre ellos ven cómo lo han hecho y si todo está bien. Luego preguntamos para qué puede servir y cómo las utilizarían en otras actividades.

1	2		
2	4		
3	6		

Actividad 5: Después del trabajo con números inferiores a diez nos planteamos avanzar con números superiores. Así, presentamos una hoja con un cuadro de 21x21 y preguntamos “¿cuántos cuadraditos hay?”. Ante el planteamiento de cómo lo podríamos resolver nos sugieren que agrupando, coloreando, etc. De todos los trabajos presentados la técnica que utilizan es, básicamente, la de agrupar. Tienen que colorear los agrupamientos en el dibujo como hemos hecho tantas veces y les sugerimos que los números que utilicen tengan el mismo color. Con esto se pretende facilitar la relación entre representación gráfica y simbolización numérica. Este es uno de los puntos claves de todo nuestro planteamiento: estimular a los alumnos las conexiones de los hemisferios izquierdo y derecho del cerebro (Verlee Williams L.). El dibujo se localiza en la parte derecha, junto con lo espacial y visual, mientras que los símbolos numéricos pertenecen más al lenguaje y por tanto al hemisferio izquierdo. Es el color el que hace de nexo entre ellos.

Algunos alumnos hacen columnas de 21 teniendo que hacerlas muy largas y complicadas. Otros no relacionan la división de la figura con los números que utilizan. Es el caso de Roberto, quien divide el total en cinco columnas de 5x21, es decir, forma cuatro grupos de 105 cuadraditos y le sobran 21. A continuación cuenta el primer grupo y anota el resultado (105). Ya sin necesidad de contar, considera que la siguiente columna tiene 110, es decir, 105 igual que la anterior y otros cinco que él le añade. Parece como si en cierto sentido no tuviese la conservación de la cantidad ya que por un lado ve que las columnas son iguales y por otro le asigna cantidades distintas.

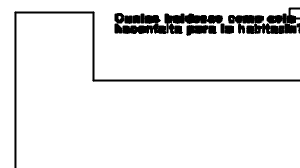
Un caso muy significativo es el de Luismi. Disponiendo de un solo cuadro de cien, pide prestado a sus compañeros otros hasta completar un recuadro de 30x30 con nueve cuadros del cien. A continuación dibuja esto en su hoja de trabajo y marca con una escuadra el recuadro de 21x21. Seguidamente obtiene la suma del problema sumando cuatro cuadros de cien, cuatro tiras de diez y un cuadradito suelto.

Algunos alumnos intentan hacer un “algoritmo” de la multiplicación que aprendieron en el curso anterior demostrándose que no lo dominan. Se sienten más seguros con los agrupamientos y las sumas que con los algoritmos, ya que, en aquellos, los colores del dibujo coinciden con los números, y en el caso del algoritmo de la multiplicación se sienten inseguros, no saben hacerlo y lo dejan en negro sin relacionarlo con el dibujo, como se puede observar en el trabajo de Silvia.

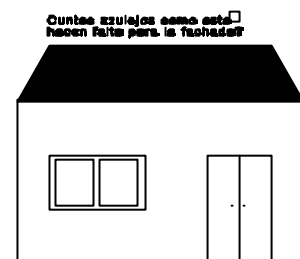
Actividad 6: Después de varias actividades similares y una vez que la mayor parte de la clase ha asumido el

método de Luismi Pepi dice que lo sabe hacer de otra forma. Sale a la pizarra y realiza el algoritmo de la multiplicación estándar para el caso 13×12 . Los compañeros le preguntan por qué coloca así los números y en definitiva cómo lo hace. Se debe anotar que Pepi venía de un colegio donde en segundo curso ya habían dado el algoritmo de la multiplicación, y en casa se lo habían estado reforzando durante el verano. Ante las dificultades que tiene Pepi para explicar a sus compañeros por qué salen esos resultados, pedimos a todos los niños que intenten relacionarlo con todo el trabajo anterior. En la cuadrícula colorean el cuadro del 100 y ven que el resultado coincide con el de Pepi. Al discutir lo que ha hecho Pepi empiezan a hablar del valor de los números y su descomposición en unidades y decenas que ya habían estado trabajando a lo largo del curso. Y es cuando deciden que para entenderlo mejor necesitan descomponer los números y a partir de aquí multiplicar utilizando los mismos colores para cada número que los que han utilizado en la representación gráfica. Lo que obtienen son multiplicaciones expandidas pero personalizadas y reforzadas por el color y la representación gráfica (Englert G.R.). Hay un momento de júbilo porque todos se dan cuenta de que pueden multiplicar con números de varias cifras.

Actividad 7: Para aplicar los conocimientos adquiridos en la multiplicación proponemos el embaldosado de una habitación como la que se ve en la figura: en la hoja que le entregamos la baldosa tiene medio centímetro por cada lado, de manera que las baldosas cuadran perfectamente en la figura. La mayoría empieza a cuadrar con ciertas dificultades. Unos lo hacen a ojo, otros utilizan la regla para medir la baldosa y ver cuántas entran en cada lado de la figura, y luego cuadrar, sin que nosotros propusiéramos nada de esto. Elena mide con la regla y obtiene el resultado mediante el algoritmo sin necesidad de cuadrar. Junto a Elena está Cristina que hace lo mismo y obtiene idéntico resultado. No obstante les pedimos que en una hoja nueva lo hagan cuadrando. Elena cuadrar perfectamente con la ayuda de la regla, pero Cristina no lo consigue. Copiar el algoritmo es mucho más fácil que cuadrar y entender la relación existente entre la cuadrícula y el algoritmo. Vemos que en algunos alumnos se ha producido una transferencia de lo que se ha trabajado anteriormente a esta última actividad, es el caso de Elena, mientras que en otros se hace cierta transferencia pero no se consigue organizar totalmente.



Actividad 8: En la hoja que les entregamos el azulejo tiene en realidad medio centímetro en cada lado y cuadra en la fachada de la casa. Hay alumnos que tienen dificultades en la descomposición de la figura. Otros siguen cuadrando la fachada y le pedimos que busquen otra estrategia más rápida. En la descomposición que hacen de la figura algunos incluyen la ventana, otros consideran el total de la fachada y al quitarle la puerta también quitan la parte superior. Hay alumnos que utilizan dos estrategias para comprobar si su resultado es correcto o no. Para la defensa de los trabajos utilizábamos bien la pizarra o el retroproyector.



A partir de aquí aprovechamos el dominio que van teniendo en las áreas para trabajar los números decimales, esto lo hacemos con baldosas que no ajusten en la figura que le damos. En algunos problemas utilizan la calculadora para así conseguir que se centren en la estructura espacial de éste.

EVALUACIÓN:

El interés de este planteamiento radica en dos puntos: el soporte espacial les sirve para construir lo numérico y además para dominar el propio soporte, es decir lo espacial. Desde el principio hay que hacer de todo, y todo ayuda a la construcción del concepto de multiplicación. El planteamiento tradicional consiste en trabajar primero el algoritmo de la multiplicación para luego aplicarlo a las áreas, lo que da como resultado el aprendizaje de trucos como puede ser el caso de Cristina. Pensamos que los alumnos se tienen que enfrentar a los problemas de forma global sin facilitarles previamente el método para solucionar pequeños problemas. En realidad están tratando cuestiones que se abordan en cursos superiores al de estos niños.

Durante todo el trabajo precedente la representación numérica se ha realizado en el plano, con lápiz y papel. Esto impide la manipulación y creemos que por este motivo a muchos niños les cuesta familiarizarse con figuras geométricas, aunque sean planas, notándose carencia de habilidad espacial. Desde nuestro punto de vista el método se mejora con la riqueza perceptiva que aporta la manipulación del material tridimensional, por lo que debe ser introducida desde el principio. Otro aspecto que ha debido corregirse es la dificultad en la comunicación de los niños.

La comunicación suele ser unidireccional y no hay un intercambio rico de ideas en el grupo. Tienen dificultades de atención y en muchos casos se debe a la misma distribución de los alumnos en la clase.

REDISEÑO:

Aunque hay trabajos (Battista M.T.) que muestran la dificultad que tienen los alumnos al enfrentarse con estructuras tridimensionales estas son más ricas que las actividades con lápiz y papel. Proponemos a los alumnos la siguiente actividad. Le decimos que le vamos a enseñar un bloque de madera que tienen que analizar para luego hacer uno igual con los centicubos. Le mostramos un bloque multibase de $5 \times 5 \times 5$ que se van pasando de uno a otro

por toda la clase. Luego lo escondemos. En una hoja tienen que representar lo que han visto y estudiar cuántos centicubos necesitan. Cuando están seguros, uno de los miembros del grupo se levanta y recoge exactamente los centicubos que necesita. Al construir el tarugo van “construyendo” la estructura espacial que tiene y ven si coincide con la representación mental que se habían hecho. En muchos grupos se crea un conflicto cognitivo al no entender por qué les pueden sobrar o faltar centicubos.

Esta misma actividad la proponemos pero con tarugos de madera lisos en los que tienen que medir los lados ya que no tienen muescas como lo bloques multibase.

Para mejorar la comunicación en las puestas en común hemos colocado un panel donde van pegando sus trabajos a medida que los terminan. Salen por parejas para analizar los trabajos de los compañeros y en los casos que no entienden lo que pone alguno de ellos reclaman su presencia para que les de una explicación. De esta forma el intercambio de ideas es mucho más rico que en el planteamiento anterior.

BIBLIOGRAFÍA

BATTISTA M.T.; CLEMENTS D. H. (1996), *Students' Spatial Structuring of 2D Arrays of Squares*, Journal for Research in Mathematics Education. vol. 29. num. 5.

BATTISTA M.T. Et al. (1998), *Students' Understanding of Three-dimensional Rectangular Arrays of Cubes* Journal for Research in Mathematics Education. vol. 27. num. 3.

BURNS M., (1989), *Teaching for Understanding: A focus on Multiplication*, New Directions for elementary school mathematics, N.C.T.M.

CHAMORRO C. (1991), *El aprendizaje significativo en el área de matemáticas*, Alhambra Longman.

ENGLERT G.R.; SINICROPE R., *Two-digit multiplication*, Arithmetic Teacher, vol. 41-8, Abril-1994.

MACIAS GONZALEZ T. LINARES PEREZ I.,(1999). *Aprendizaje de la multiplicación en un contexto significativo*. en Epsilon num. 42.

VERLEE WILLIAMS L., (1986), *Aprender con todo el cerebro*, ed. Martinez Roca.