

ALGUNAS CONSIDERACIONES A LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS ALGORITMOS DE LA RESTA Y LA DIVISIÓN

Antonio Ramón Martín Adrián

En muchos centros de enseñanza obligatoria, el horario escolar destinado a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se dedica en un gran porcentaje a la numeración y a las operaciones aritméticas. De tal forma, que los algoritmos de las mismas, forman gran parte del trabajo en el aula, dedicando un gran número de horas al afianzamiento de estas destrezas, algunas de las cuáles empiezan a estar en desuso, debido a la aparición de las calculadoras, estando solo presentes en la cultura escolar. Quedando ajenos, y, en desuso en la futura realidad social y laboral del alumnado. Se invierte demasiado tiempo para que los alumnos los asimilen, en ocasiones, se cometen abusos, sacrificando otras partes de las matemáticas (Geometría, Organización de la información), necesarias para la formación lógico-matemática del alumnado. En contrapartida, se destina muy poco tiempo, a veces ninguno, en trabajar otros aspectos de las matemáticas, más útiles desde el punto de vista del aprendizaje significativo, como pueden ser: la estimación, el cálculo mental, la resolución de problemas,...

Dentro del campo de la Didáctica de las matemáticas, tenemos distintas opiniones en lo que se refiere a la enseñanza y aprendizaje de los mismos. Por un lado, aquellos que son partidarios de su enseñanza, y por otro los no partidarios. Se puede encontrar un resumen de los diferentes enfoques en DICKSON (1984).

La llegada de la Reforma Educativa, supone un buen momento para analizar y reflexionar sobre estos tópicos de las matemáticas. Nosotros queremos contribuir con estas páginas al debate; por un lado, del algoritmo de la resta, ¿qué método empleo, el tradicional o el de la descomposición?; y por otro, al del algoritmo de la división, ¿dejamos la escritura completa de las operaciones necesarias (las restas)?

Dejaremos para otra ocasión, por falta de tiempo, los algoritmos de la suma y la multiplicación.

DEFINICIÓN

En primer lugar, debemos empezar por conocer lo que es un algoritmo, para lo cual utilizamos las siguientes definiciones

“Un algoritmo es una secuencia lineal de acciones que deben ser ejecutadas Utilizar el teléfono, por ejemplo, responde a este esquema: Descolgar el auricular, esperar el tono, marcar, etc. (Maza, 1991)”

Los algoritmos son procedimientos que resuelven un determinado problema matemático. Se caracteriza fundamentalmente por prescribir una secuencia lineal de instrucciones de forma que cumpliendo etapa tras etapa se llegue a la solución requerida (Hiebert y Lefevre, 1986).

En España se carece de estudios sistemáticos y generales de lo que sucede en las aulas en relación a esta parcela de la didáctica. Por ello, las experiencias reducidas que tiene cada cual se transforman en **CREENCIAS** y, a falta de confirmación, en **CERTEZAS** que pueden resultar falsas. De cualquier forma, nosotros nos atrevemos a formular la siguiente hipótesis:

“La gran mayoría del profesorado, sigue desarrollando en sus clases los algoritmos de las cuatro operaciones como meras rutinas que, a través de ejercicios repetidos y del adiestramiento conveniente, deben ser mecanizados por el alumno.”

ETAPAS DEL APRENDIZAJE

Primero haremos un paréntesis, para tratar las etapas del aprendizaje propuestas por Bruner. Según este investigador, el proceso de aprendizaje de los conceptos matemáticos debe respetar las siguientes etapas:

1. MANIPULATIVA.

Hay que presentar al niño los objetos, los materiales, en la situación real y concreta que se quiere resolver, para que opere en un contexto significativo. “La manipulación”, “La concretización”, es precisa para que el alumno perciba, a través de sus acciones concretas, cuáles son las operaciones aritméticas que debe utilizar. Es conveniente, que los alumnos traduzcan, de manera verbal, lo que ha realizado de manera manipulativa.

2. GRAFICA

Representar lo realizado, de manera manipulativa, en forma de dibujos o esquemas gráficos.

3. SIMBOLICA

Valiéndose de los símbolos numéricos y del texto escrito.

Desde el punto de vista didáctico y metodológico, una de las principales contribuciones del profesorado al fracaso escolar en el área de matemáticas es “**que no se respetan estas fases de aprendizaje**”. La tendencia general ha sido dedicar a las dos primeras fases un tiempo demasiado escaso, **comenzando en la gran mayoría de las ocasiones el aprendizaje en la etapa simbólica**, y por lo tanto abusando de las actividades de **lápiz y papel (trabajo simbólico)**, (Maza, 1991). El discurso que recoge este párrafo, ha sido pronunciado en múltiples oportunidades por muchos investigadores. Sin embargo, la situación se sigue repitiendo, la pregunta a encontrar respuesta es, **¿cuándo va a empezar a cambiar esta situación?**

SISTEMA DECIMAL. VALOR DE POSICION

Antes de emprender el aprendizaje de cualquier algoritmo, es necesario dominar con soltura su fundamento: unidades, decenas, centenas, etc., y las relaciones que existen entre estos agrupamientos. Para esta tarea se hace necesario **respetar las etapas del aprendizaje de Bruner y utilizar materiales físicos**, que los alumnos puedan manipular: bloques multibase, regletas, palillos, ábacos,...

Ignorar lo anterior, significa entrar en un camino árido y con múltiples dificultades,

Si hemos tenido en cuentas las cuestiones anteriores, estamos en condiciones de empezar con la didáctica de los algoritmos.

ALGORITMO DE LA RESTA

Se introduce la operación con la resolución de problemas.

¡No debemos olvidar que se debe comparar globalmente el minuendo y sustraendo, y hacer la ESTIMACION! Para evitar, el error tan habitual que genera el aprendizaje en columna (unidades con unidades, decenas con decenas,...), por ejemplo:

Empezaremos con:

1. Restas en disposición horizontal. Teniendo en cuenta las siguientes estrategias:

a) SUSTRACTIVA (“Quitar”, “Separar” “Recuento hacia atrás desde el dado”).

b) ADITIVA (Complementario. “Recuento hacia adelante desde el dado”).

2. Restas sin llevar. No olvidar la globalidad del número

3. Restas llevando.

¿Qué ocurre con esta resta? ¿Cuál es la reacción de los alumnos?

Veamos algunos de los métodos algoritmos utilizados en esta operación.

Método tradicional

Este método consiste, como es sabido, en añadir diez unidades a la columna correspondiente del minuendo si no se puede realizar la resta. Ello tiene que venir compensado con un aumento equivalente del sustraendo y para ello se añade una unidad del orden superior en las de orden inmediatamente superior del sustraendo. (MAZA, 1991)

Este método utiliza una propiedad que debe ser dominada antes por el niño: “El hecho de que, sumada la misma cantidad al minuendo y sustraendo, la diferencia no varía”. Muchas veces se excluye un aprendizaje detallado y previo de esta propiedad resultando que el algoritmo se aprende sin la capacidad conceptual necesaria y generándose multitud de errores.

Aún aprendiéndolo adecuadamente, este algoritmo resulta artificioso: En el de la “**descomposición**”, se cambian de lugar cantidades que existen previamente. Aquí, sin embargo, se añaden cantidades que no existían antes, dando lugar a un procedimiento auxiliar que, por rápido que se pueda mecanizar, supone en sus comienzos una dificultad conceptual añadida. Por ello nos inclinaremos decididamente por el “**método de la descomposición**” por considerarlo de una mayor facilidad de aprendizaje y comprensión por parte del niño (MAZA, 1991).

Otro aspecto a señalar dentro de la enseñanza del algoritmo es el del uso de materiales: bloques multibase, regletas, ábaco,...

Investigadores y profesores están de acuerdo en emplear material para la enseñanza de los algoritmos, fundamentalmente en sus comienzos. En la práctica, no obstante, se suele hacer caso omiso de estas recomendaciones y se pasa a la automatización del algoritmo.

Esto último es necesario si queremos iniciar un proceso de aprendizaje idóneo, de lo contrario, ya sabemos sus resultados...

Método de la descomposición

¡No podemos entender que se trabaje este método sin utilizar materiales concretos! Nosotros, empleamos una combinación de las regletas de Cuisenarie y los bloques multibase.

A medida que avanzamos en el curso, le planteamos a los alumnos, si serán capaces de hacer el algoritmo sin tener que tachar el orden superior y hacer los cálculos mentales. ¡ No hay dificultad! El secreto, está en no precipitarles, a que abandonen esa práctica, salvo cuando ellos lo crean oportuno.

Hace años, cuando asistíamos a un curso de formación, una de las participantes le planteó al ponente, ¿qué ocurre con el método de la descomposición y las siguientes restas?

La argumentación de la profesora era que por el método de la descomposición las resta anteriores son difíciles.

Podemos decir que no, si bien la estrategia a utilizar es otra diferente a este método; aquellos niños que lo utilizan llegan a descubrir que los ceros se transforman en nueves, haciendo el algoritmo comprensible y racional.

En la práctica, los niños no consideran especialmente fácil ninguno de los dos métodos. Ellos se debe sin duda a que ambos métodos requieren una **COMPRESION** adecuada de la difícil noción de **VALOR POSICIONAL** (HUGHES,1986).

Nosotros no compartimos plenamente esta idea. Sí estamos de acuerdo, en que es cierta, cuando no se emplean materiales estructurados.

ALGORITMO DE LA DIVISION

Como hemos mencionado anteriormente. ¡No olvidemos hacer la estimación del resultado! Y presentarla mediante la resolución de problemas.

Empezaremos por:

1. Divisor de una sola cifra. "División en árbol". Estimación.
2. MÉTODO SUSTRATIVO. División de dos o más cifras.
3. Analizar y reflexionar sobre divisiones resueltas.
4. ¿Qué **MÉTODO** utilizo para el algoritmo de la división?

Veamos lo que dicen algunos investigadores a este respecto.

"...debe resultar obvio a estas alturas que el aprendizaje es más significativo porque se apoya en los dos recursos con que cuenta el alumno en este momento; una forma más o menos esquematizada de resolver la división a través de la suma o resta reiterada, y una concepción de la división como operación inversa de la multiplicación. Algunos maestros tienden a prescindir con suma rapidez de la resta en el dividendo pero, con la misma celeridad, ello lleva a olvidar el fundamento de lo que se está haciendo: encontrar un múltiplo del divisor que se acerque lo más posible al dividendo." (MAZA GÓMEZ, 1991).

"Incluso más que en el caso de la multiplicación, conviene subrayar la necesidad de utilizar un procedimiento y una disposición espacial que permita al niño encontrar, sin vacilación, el punto en que se encuentran:

- El cuadro cuadrículado para el dividendo y el cociente.

- **La escritura completa de las sustracciones necesarias.**

- La eventual indicación de los cálculos accesorios para la búsqueda de la cifra que conviene al cociente; para esto, una poderosa ayuda consiste en establecer previamente la tabla de los productos del divisor por los números del 1 al 9." (VERGNAUD, 1991)

CONCLUSIONES E IMPLICACIONES EDUCATIVAS

1. Hoy en día, a unos meses del siglo XXI e invadidos por la tecnología; hacer divisiones largas con muchos dígitos, no tiene ningún sentido en la escuela, ni fuera de ella.
2. En el campo de los cálculos aritméticos, la escuela no responde a las necesidades de la sociedad actual, tanto en las situaciones cotidianas como en el mundo laboral.
3. Es necesario un reciclaje cognitivo de las profesoras y profesores, acompañado de la respectiva información a madres y padres.
4. Antes de hacer ningún cálculo algorítmico, se debe realizar la estimación del resultado.
5. En la resta llevando, el método de la descomposición, es de mayor facilidad de aprendizaje y comprensión por parte de los niños que el método tradicional. Tanto si se emplean materiales estructurados o no. Aunque, no se entiende la enseñanza del método de la descomposición sin material si se quiere llevar a cabo un proceso de aprendizaje idóneo, de lo contrario, ya sabemos sus resultados.
6. En el caso del algoritmo de la división, independientemente del método utilizado para las restas (tradicional o por descomposición), debe permanecer la escritura completa de las sustracciones necesarias (VERGNAUD).
7. En la escuela no debemos hacer algoritmos de la división (con lápiz y papel), con más de 5 ó 6 cifras en el dividendo y no más de 3 cifras en el divisor.

BIBLIOGRAFIA

- DICKSON, L.: “El aprendizaje de las matemáticas”. Labor. Madrid (1991)
- HUGHES, M.: “Los niños y los números” Paideia. Barcelona (1987)
- LUCEÑO CAMPOS, J.L.: “El número y las operaciones aritméticas básicas: su psicodidáctica”. Marfil. Alcoy (1986)
- MAZA, C.: “Enseñanza de la suma y la resta”. Síntesis. Madrid (1991)
- MAZA, C.: “Enseñanza de la multiplicación y división”. Síntesis. Madrid (1991)