

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE SITUACIONES PARA UNA INGENIERÍA DIDÁCTICA DE RESIGNIFI- CACIÓN: EL CASO DE LA MATEMÁTICA

RICARDO CANTORAL

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

MARTA MARCOLINI

Universidad de Jaén.

RESUMEN. Este escrito presenta algunos elementos de la aproximación teórica de la socioepistemología del conocimiento y muestra, esquemáticamente, su puesta en funcionamiento en el diseño de una particular ingeniería didáctica de resignificación para la matemática superior. Con ello buscamos favorecer procesos mentales relativos al pensamiento y lenguaje variacional atendiendo a que en este nivel los conocimientos matemáticos adquieren su significación progresivamente con el uso en diversas prácticas de referencia, como aquéllas propias del saber físico escolar.

Introducción.

Llevamos a cabo una investigación en Matemática Educativa en la enseñanza universitaria que se enmarca en el seno de una línea de investigación más amplia, en la cual se considera como necesidad básica el dotarla de una aproximación sistémica que permita incorporar las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza. A esta aproximación múltiple se le ha dado en llamar el acercamiento socioepistemológico del conocimiento (Cantoral, 1998).

Este acercamiento a la investigación se apoya en la teoría de las situaciones didácticas, pero busca extenderla considerando plenamente a las prácticas socioculturales de referencia del saber matemático. En este sentido, la matemática con la que tratamos no es considerada como autocontenida, sino que debe su naturaleza y su papel didáctico a una serie de prácticas científicas y no científicas que desbordan el sentido y el significado de los objetos matemáticos. Con esta aproximación se busca construir referencias teóricas de los fenómenos didácticos que incorporen explícitamente los aspectos de la cultura y de la construcción social del conocimiento matemático, y en esa medida pretende favorecer el tránsito entre la investigación y la realidad del aula.

Según nuestra experiencia docente, y los resultados de la investigación contemporánea en el campo lo confirman (Artigue, 1999), las dificultades detectadas en el aprendizaje del Análisis Matemático son robustas y persistentes. Los estudiantes logran competencias básicas como el cálculo de derivadas, integrales o límites de expresiones funcionales mas o menos sofisticadas, pero suelen mostrarse frágiles al reconocer en un cierto problema de física escolar la necesidad de usar una derivada, una integral o un límite. Del mismo modo, tampoco reconocen como a una nueva y legítima función a aquélla que se obtiene del proceso de derivación y por lo tanto no anticipan que pueda ser derivable a su vez. Desde nuestro punto de vista, creemos que ello obedece al escaso desarrollo que en la enseñanza alcanza el pensamiento y el lenguaje variacional.

En muchas situaciones de la vida diaria se dan múltiples oportunidades de utilizar el pensamiento y el lenguaje variacional, aunque éstos no se incluyan en el discurso didáctico vigente. Esto produce en los alumnos la impresión de que la enseñanza es un dominio cerrado que debe ser aceptado como en una especie de contrato social. Sostenemos que esta falta de relación entre las estructuras del pensamiento y los contenidos escolares justifica en buena medida el escaso éxito escolar, incluso aquél del nivel universitario (Cantoral, 1999).

En este sentido, la investigación que estamos desarrollando considera algunos elementos centrales:

- La enseñanza del análisis debe plantearse a través de diferentes marcos (gráfico, geométrico, físico, verbal, algebraico, etc.) de manera tal que se posibilite las acciones de tratamiento y codificación de registros.
- En nuestro caso, así como en otras investigaciones (Azcárate, 1990), no suponemos la existencia de objetos matemáticos sin un uso, sin un proceso de significación y de resignificación progresiva. Por lo tanto planteamos las actividades a partir de un contexto físico para construir al objeto matemático. Es importante recordar al respecto que la enseñanza del análisis se proyecta hacia futuros usuarios y no hacia sus futuros expertos.

Bajo estas premisas es que hemos diseñado e implementado diversas situaciones didácticas a fin de poner de relieve resultados generales sobre procesos de aprendizaje. En dichas situaciones utilizamos la noción de de-

rivada sucesiva (no la de derivada iterada que domina en los textos) en relación con la Serie de Taylor para tratar con problemas planteados en contextos físico - gráficos y en planteamiento y resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias extraídas de la matematización de fenómenos físicos.

Análisis preliminar para el diseño de situaciones en una ingeniería didáctica de resignificación.

Como hemos dicho, nuestro objetivo es diseñar situaciones didácticas que permitan reconocer estrategias cognitivas puestas en juego por estudiantes al resolver problemas planteados desde un contexto físico, en los casos en que se utiliza significativamente la noción de derivada como una organización de las derivadas sucesivas.

En este momento, estamos llevando a cabo la experiencia con alumnos de primero de carrera de ingeniería técnica industrial en la especialidad de Mecánica y Electricidad y de primero de la Licenciatura en Química. Los primeros, al momento de ponerse en marcha la experiencia, habían ya tenido un curso cuatrimestral de Matemáticas I, que versa sobre temas de álgebra y cálculo diferencial e integral en una variable. También habían cursado una física mecánica o eléctrica según su especialidad. En el segundo cuatrimestre, momento en que se pone en marcha la experiencia, cursan un segundo curso de Matemáticas y de Física Mecánica o Eléctrica. Los alumnos de la Licenciatura en Química cursan en forma anual la Física y las Matemáticas.

Hemos seguido dos fases a efecto de favorecer la construcción y selección de las situaciones didácticas

1.- Estudio del estado que guarda la enseñanza de la noción de derivada en la enseñanza universitaria. Específicamente hemos estudiado los programas escolares y cuatro de los manuales recomendados: dos de matemáticas y dos de física. La selección se hizo entre los que aparecen en la bibliografía de los programas de las asignaturas involucradas en todas las titulaciones de la Universidad de Jaén.

2.- Examen epistemológico del cuerpo de nociones en la ciencia.

Una observación que es posible extraer de los diversos estudios realizados al momento es que la mayoría de las investigaciones reportadas se han centrado en problemáticas que se ocupan de la matemática relevante en la enseñanza superior, asumiendo que la matemática interviene en ese nivel casi exclusivamente como disciplina principal de enseñanza, olvidando un hecho fundamental que caracteriza al sistema didáctico de la educación superior. También, y quizá con mayor fuerza, la matemática escolar está al servicio de otros dominios científicos y de otras prácticas de referencia, de donde a su vez adquiere sentido y significación. De este modo es posible señalar una limitación metodológica a la investigación en didáctica del análisis que considera a los objetos matemáticos: número, límite, función, derivada, integral,... como entidades con vida propia. Es decir, desligadas parcial o totalmente, de otros dominios del conocimiento y de una variedad de niveles de tratamiento. Digámoslo así, la tendencia dominante en la investigación contemporánea analiza el status de los conceptos entre los alumnos sin estudiar la relación que dichos conceptos tienen con prácticas socialmente compartidas ni con sentidos y significados extra matemáticos. En una segunda fase se han trabajado los siguientes asuntos:

3.- Diseño y validación de las situaciones - problema.

4.- Análisis estructural de las situaciones - problema.

En la elección de situaciones - problema hemos construido y elegido aquéllas que hagan intervenir la noción de derivadas sucesivas desde los marcos previamente seleccionados. Para ello nos hemos apoyado sobre el conocimiento del concepto de derivada y su interpretación geométrica con el que están familiarizados. También hemos hecho intervenir la derivada como razón de cambio o variación de cambio, acepción ésta menos conocida y trabajada por los alumnos. De la misma manera, nos hemos apoyado sobre conceptos de la física previamente estudiados en las asignaturas correspondientes: posición, velocidad, aceleración o tirón, por ejemplo.

Hemos tenido en cuenta que para que las situaciones problema puedan llevar a una adquisición deben apoyarse en saberes anteriores de los alumnos y en sus modelos espontáneos.

Para ello, hemos supuesto que los alumnos deberían:

- Reconocer los términos y conceptos empleados en Física al nivel de COU.
- Graficar funciones en una referencia cartesiana.
- Interpretar los datos presentados en una tabla.
- Codificar de los registros numéricos a los gráficos.
- Interpretar geométricamente el concepto de derivada.
- Calcular las derivadas sucesivas de una función y anticipar sus comportamientos.
- Trazar la gráfica de una función hallando los puntos extremos, los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad.
- Manejar el concepto de integral y función primitiva.
- Resolver ecuaciones algebraicas y verificar sus soluciones.
- Saber utilizar el Teorema de Taylor en el contexto estudiado en el curso de cálculo.

A modo de ejemplo presentamos una de las situaciones de aprendizaje planteada a los estudiantes.

La siguiente tabla da los valores de la posición (distancia desde un punto arbitrario O, escogido como origen del sistema de coordenadas) en cierto tiempo para un móvil que se mueve con movimiento rectilíneo no uniforme.

t(segundos)	0	1	2	3	4
s(t) (metros)	3	2	5	-2	0

- ¿Puedes decir a partir de estos datos en cuántos valores de t, como mínimo, el móvil tiene velocidad instantánea cero?
- ¿En cuántos instantes, como mínimo, la aceleración es cero?
- ¿Se puede asegurar que la variación instantánea de la aceleración, $d(s'')/dt$, toma el valor cero en algún punto?

En una primera observación hemos detectado, en el contexto físico, dificultad para interpretar el problema planteado a través de una tabla de datos. Además el llevar estos datos a una gráfica les exige un manejo versátil entre el contexto físico, el analítico y el geométrico al que no están acostumbrados.

La experiencia se está desarrollando en estos momentos, por lo que será posible anticipar sólo algunos resultados, sin tener naturalmente la versión final de nuestro análisis.

BIBLIOGRAFÍA

- Artigue, M. (1999). L'Evolution d'une problematique en didactique de l'analyse. *Recherche en Didactique des Mathématiques*.
- Azcárate, C. (1990). *La velocidad: Introducción al concepto de derivada*. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Cantoral, R. y Farfán, R.-M. (1999). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon – Edición especial*.
- Cantoral, R. (1998). *Pensamiento Matemático Avanzado: Una revisión de los enfoques a la investigación sobre Didáctica del Análisis*. CRM - Notes. Centre de Recerca Matemàtica del Institut D'Estudis Catalans. Barcelona: España.
- Cantoral, R. (1998). Approccio socioepistemologico alla ricerca in Matematica Educativa: Un programma emergente. *La matematica e la sua didattica*.