

UNA EXPERIENCIA DE CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS PARA ALUMNOS DE INGENIERÍA

M. Ojeda Aciego
S. Sánchez Merino

Resumen

En los últimos años se ha dado a la enseñanza de la Geometría en los estudios de Matemáticas un enfoque excesivamente analítico. Para paliar este sesgo, hemos desarrollado unos seminarios de prácticas con el programa Cabri Géomètre II, en los que se presentan las propiedades geométricas de algunas de las curvas planas más conocidas, se desarrollan algunos problemas de aplicación y se concluye con algunas nociones sobre representación espacial.

Introducción

Es opinión mayoritaria en el colectivo de profesores universitarios que el alumnado carece de modelos concretos sobre los que apoyar el conocimiento de estructuras abstractas. Por otra parte, hemos de tener en cuenta que, además de formar matemáticos *puros*, hay que formar matemáticos *prácticos* para la industria y el desarrollo de nuevas tecnologías. Así pues, por lo que respecta a la enseñanza de la Geometría, y teniendo en cuenta que los profesores de los niveles básico y medio se forman en nuestras universidades, no es conveniente la eliminación del punto de vista sintético del estudio de la geometría clásica.

Para paliar el enfoque excesivamente analítico que ha recibido la enseñanza de la Geometría durante los últimos años, hemos desarrollado unos seminarios de prácticas con el programa Cabri Géomètre II, en los que se presentan las propiedades geométricas de algunas de las curvas planas más conocidas. El estudio teórico (a un nivel universitario) se acompaña de la práctica correspondiente, y está especialmente pensado para los alumnos de las distintas titulaciones de Ingeniería.

Los objetivos que pretendemos con estos seminarios se pueden resumir como sigue: familiarizar a los alumnos con los objetos geométricos así como con sus construcciones, observar los cambios que se producen al modificar parámetros de su construcción y detectar propiedades invariantes frente a transformaciones o movimientos.

Breve descripción de Cabri

El desarrollo de las nuevas tecnologías ha proporcionado programas de ordenador de indudable calidad y de especial interés para el mundo de la enseñanza. Desde el punto de vista de la docencia en Matemáticas, podemos destacar programas tales como Derive, Maple, Mathematica o Cabri. En esta comunicación nos centraremos en Cabri, ya que presenta la posibilidad de realizar animaciones para simular el movimiento realizado en el trazado de una curva plana, lo cual nos permite reproducir su estudio siguiendo el método no analítico original.

Inicialmente concebido para la enseñanza de la geometría, Cabri dispone de funciones primitivas que nos permiten abordar la resolución de problemas geométricos siguiendo el ideal de la matemática griega, según el cual todo problema geométrico debía ser resuelto con regla y compás. Cabri es sencillo de usar y su empleo por los alumnos prácticamente no requiere preparación previa. Un aliciente añadido consiste en la posibilidad de trabajar de modo interactivo con Cabri, junto con la opción de modificar las construcciones en tiempo real.

La utilización de un programa como Cabri permite realizar una aproximación a la geometría mediante la experimentación y la manipulación de unos pocos elementos, facilitando la realización de construcciones geométricas, y así poder deducir resultados a partir de la observación directa, escapando por unos momentos de la deducción abstracta.

Las restricciones que impone Cabri sobre las herramientas que es posible utilizar durante la construcción, obliga a desarrollar el ingenio de los alumnos y potenciar el conocimiento de las propiedades de las curvas como única fuente de ayuda.

Curvas planas

La primera parte del seminario está dedicada a la representación de distintas curvas. Este año, como primera experiencia, se han elegido algunas cónicas y trocoides. Se trata de que el alumno se familiarice con sus formas y sus elementos notables. Básicamente se realizan tres tipos de ejercicios: determinación, construcción y manipulación de curvas. Además, se fundamenta su importancia, explicando y comprobando algunas propiedades físicas.

Las *cónicas*, las curvas planas más conocidas que fueron estudiadas en profundidad por Apolonio en el siglo III a.C., gozan de una gran variedad de propiedades fácilmente expresables sin necesidad de emplear métodos analíticos. En particular, presentamos al alumno:

- La sencilla construcción de una circunferencia a partir de su definición; su determinación como la trayectoria que determina el punto medio de una escalera que se desliza apoyada simultáneamente en el suelo y en una pared vertical.
- La construcción de una elipse a partir de su definición como lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a los focos es constante; manipulación de su forma a partir de la posición de los focos o de la suma de distancias; comprobación de la propiedad acústica que se produce por la focalización de los sonidos.
- La construcción de una parábola, también a partir de su definición; manipulación de su forma a partir de la posición del foco y la directriz; comprobación de la propiedad de concentración en el foco de un haz de rayos paralelos que convergen sobre ella.

También abordamos, además de las cónicas, el estudio de algunas curvas *mecánicas* (en el sentido griego relativo a que su construcción se realiza por combinación de movimientos en el plano). Presentamos la *cicloide*, llamada primero *trocoide* por Roverbal, después *ruleta* por Pascal y que parece haber sido estudiada por primera vez por Galileo. En particular presentamos al alumno:

- La construcción de la cicloide como la curva engendrada por un punto situado sobre una circunferencia que gira sobre una recta sin deslizarse.
- Distintas curvas de la misma familia, obtenidas al cambiar la posición del punto sobre el radio de la circunferencia (cicloides alargadas o reducidas), cambiando la recta sobre la que gira por otra circunferencia (hipocicloides y epicicloides) o ambos cambios simultáneamente (hipotrocoides y epitrocoides).
- Las propiedades de la cicloide como curva tautócrona, braquistócrona e isócrona.

Problemas de aplicación

La segunda parte del seminario está concebida para mostrar distintos problemas de aplicación haciendo uso de la animación que permite el programa Cabri. Se han seleccionado o creado algunos ficheros para mostrar:

- Un problema de optimización (a partir de una cuerda de longitud dada, construir un círculo y un cuadrado de área total máxima) para los que el programa permite integrar las formas geométricas, los datos numéricos y la representación mediante tablas de valores y gráficas.
- Un problema de óptica que permite manipular el objeto y el foco de la lente que lo refleja y observar la incidencia y emergencia de los rayos de luz.
- El mecanismo compuesto de émbolo, biela y volante que permite la transformación del movimiento de vaivén en otro de rotación, o viceversa.

Representación de figuras n-dimensionales

Para el final de la sesión hemos dejado una curiosidad geométrica que tiene como objetivo desarrollar la visión espacial del alumno.

Se explica el procedimiento de la proyección de figuras tridimensionales en perspectiva como medio de representación en el plano. Después se generaliza esta situación a “figuras” de cuatro o más dimensiones.

En este caso hacemos uso del programa *Geom* que permite la representación y el movimiento de figuras de cualquier dimensión. El alumno debe crear un fichero con las coordenadas de los puntos n-dimensionales que el programa se encarga de representar.

BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez Falcón, J. M. Actividad multisesión con Cabri-Géomètre (La circunferencia de Feuerbach). *Suma* 25:53-60, 1997
- Arenzana Hernández, V. Las curvas mecánicas en la geometría griega. La cuadratriz de Dinóstrato. *Suma* 28:31-36, 1998
- Beato Sirvent, J. La cicloide y su propiedad de braquistocrona: una actividad interdisciplinaria. *Epsilon* 12(3):407-416
- Boyer, C.B. *Historia de la matemática*. Alianza Universidad, 1992
- Cárdenas Martín, S. Representación de figuras n-dimensionales. *Matemática Recreativa* 1:21-28, 1996
- Castillo de Albornoz, A., Llamas, I. Trazado de curvas ilustres. Una propuesta con CABRI II. *Suma* 30:103-109, 1999
- Figueiras Ocaña, L., Molero Aparicio, M., Salvador Alcaide, A., Zuasti Soravilla, N. *El juego de Ada (Matemáticas en las Matemáticas)*. Proyecto Sur de Ediciones, S.L. 1998
- García, A., Martínez, A. y Miñano, R. *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*. Síntesis, 1995
- Hildebrandt, S., Tromba, A. *Matemática y formas óptimas*. Ed. Prensa Científica, 1990
- Sánchez Vázquez, G. La enseñanza de la geometría en el momento actual y en el futuro inmediato. *Suma* 25:17-22, 1997