

MATEMÁTICAS Y CREATIVIDAD.

Por José M. Pichel Cosme.

*La cualidad fundamental del matemático,
como la del poeta, es la imaginación creadora.
Weizsäcker*

El desarrollo de la **creatividad** de los alumnos y alumnas, - y en particular la del matemático -, debería ser un objetivo esencial en la formación, no solo por que esta forma parte de las capacidades más motivadoras del ser humano, sino porque es imprescindible para contribuir a enriquecer el bagaje de todas las ciencias, artes y tecnologías. Un enfoque del aprendizaje orientado fundamentalmente a la recepción de información limita las posibilidades individuales y colectivas de aportar conocimientos significativos y útiles. Esta preocupación por la creatividad no es extraña en matemáticos profesionales, tal es el caso de Hadamard cuando trata la naturaleza de la Invención o el de Wiener sobre la gestación y el cultivo de las Ideas. Desde otros campos científicos, de la llamada ciencia dura, también se ocupan del "extraño tema". Gerd Binnig es un físico que en 1986 recibió el premio Nobel por sus trabajos sobre el microscopio de túnel. En su libro "Desde la Nada" reflexiona sobre la creatividad en el hombre y la naturaleza. Dice: "... el mejor método para el aprendizaje es llegar a comprender el material mediante el juego, porque "resulta divertido", es placentero; por otro lado resulta que " el músculo creativo" tiene que ejercitarse. El pensamiento creativo debe aprenderse y practicarse. En mi caso resolví esa deficiencia dedicándome durante mis estudios a otras actividades que nutrían mi afición al juego. Compuse música, escribí versos y pinté cuadros. Hoy día me consta cuan valioso fue todo eso para mi- incluso para mi formación científica -, ya que los mecanismos que conducen a la creatividad en el arte son exactamente los mismos que conducen a la creatividad en la ciencia. El material es distinto, pero el juego que se entabla con el es el mismo.". No tiene sentido en esta comunicación ir más allá de estas referencias que avalarían una reflexión "ligera". Si acaso conviene decir que un proceso educativo orientado al desarrollo de la creatividad, necesariamente debe estar abierto a que se produzcan muchas "ideas basura", para poder encontrar las "ideas fértiles". Esta apertura a recibir de manera tolerante ideas nuevas, debe ir seguido por procesos de análisis estrictos, que permitan depurar las propuestas creativas. Aún más, la creatividad es un fenómeno colectivo; es raro el tipo de personas eficaces al mismo tiempo produciendo ideas y depurándolas, ambas cualidades se encuentran más fácilmente en grupos. Y existen diferentes obstáculos a la creatividad: el dogmatismo, la pérdida de libertad, el dominio opresivo del conocimiento, el miedo y otras barreras psíquicas. Es imprescindible educar a la gente en los procesos de investigación para que la condición "ser humano" progrese, ya que en definitiva: "...creatividad es la capacidad de evolucionar, y sin evolución no habría vida ni tampoco humanidad".

Por otro lado la **belleza** está ligada a los procesos de creatividad, ya sea de la propia naturaleza o del ser humano en los distintos campos: científico, artístico o técnico; estos procesos creativos son básicamente idénticos sea cual sea el campo en el que operan. Los artesanos de la Alhambra realizan sus mosaicos usando todas las estructuras geométricas posibles, Escher se inspira en estas obras y elabora sus teselas; los matemáticos formulan la Teoría de Grupos Cristalográficos Planos; todo esto forma la Cultura Común da la sociedad y está ligado a la creatividad general, el desarrollo de diferentes lenguajes y la búsqueda apasionada de la belleza - verdad - conocimiento - comprensión y recreación de nuestro entorno.

Parecería, en principio, que la construcción de las matemáticas es una tarea reservada para unos pocos afortunados con altísima capacidad. Ser creativo en matemáticas, entonces, no estaría al alcance de un alumno normal en proceso de formación, salvo pequeñas libertades en aspectos procedimentales, estrategias y así. Lo conceptual, la elaboración de conceptos, la investigación de regularidades matemáticas originales, la formulación de "pequeños teoremas" no sería por tanto un objetivo de la formación matemática. ¿Sería posible cambiar esta actitud frente a las matemáticas?

Entremos en las aulas y echemos un vistazo; en otras áreas, muy especialmente en las Lenguas, cuando se plantean sus objetivos se tiene como referencia el trabajo y la producción "profesional" sin que la modestia de recursos de los aprendices, alumnos y alumnas jóvenes, sea una traba para experimentar con su creatividad. Los alumnos y alumnas escriben poesía, sin que sean poetas, fabulan una historia, sin que sean novelistas, interpretan un documento histórico sin que sean historiadores, dibujan, sin que sean pintores... En Matemáticas repiten procesos consolidados sin mucho margen para la "alegría", salvo pequeñas cositas. ¿Sería posible que los alumnos y alumnas "crearan matemáticas"? Diversas propuestas recogidas en materiales innovadores, como el libro de Alsina sobre Matemáticas de la forma, avanzan en este sentido, pero es necesario profundizar y ampliar este enfoque a la totalidad de la educación matemática.

La **historia de las Matemáticas** es una fuente de reflexiones en este sentido. Escritos de Galileo, por ejemplo, aportan una idea del trabajo matemático de esa época. Los titubeos, errores conceptuales, y aciertos ponen al alcance de la comprensión de los alumnos el trabajo matemático, lo humanizan, pero sobre todo permiten que el/la alumno/a sienta una cierta accesibilidad en la construcción de las matemáticas. Los/as alumnos/as pueden reflexionar sobre el número, el infinito, el cero, inventar categorías de números, jugar a la criptografía, pueden inventar operaciones, estrategias, fabular en geometría, analizar en estadística, inventar problemas en topología, diseñar funciones, analizar juegos, “recrear” en fin; pero lo más interesante es el análisis de regularidades matemáticas en situaciones novedosas, en principio.

Veamos un ejemplo: Algunas reflexiones de Galileo sobre la continuidad usan, digamos, métodos geométrico - dinámicos. Hace rodar hexágonos. En esa y posteriores épocas, y muy ligado al nacimiento del cálculo diferencial e integral, está el estudio de la cuadratura de la cicloide. *¿Cuál es la superficie que la cicloide limita sobre la recta por la que rueda sin deslizar una circunferencia de radio r ?* Como es sabido la **respuesta es $3\pi r^2$** , es decir el triple del área del círculo que la genera. Para tener una idea sobre la respuesta al problema, Galileo comparaba, mediante una balanza, el peso de un círculo con el peso, recortado en el mismo material que el círculo, del área que abarcaba la cicloide. Tan heterodoxo procedimiento no daba una respuesta matemática, pero hacia más fácil saber por donde tirar. Las herramientas informáticas hoy nos permiten una capacidad de experimentación que ni soñaría el bueno de Galileo, y por añadidura posibilita que cualquier alumno de secundaria construya pequeños teoremas, encontrando regularidades que detectaría experimentalmente.

Idea: hagamos rodar polígonos regulares (para trabajar con alumnos de ESO, manipulativamente y con CABRI II)

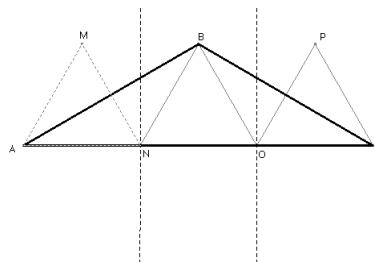
Triángulo equilátero.

Trazamos un triángulo y dibujamos las tres posiciones por las que pasa cuando rueda a lo largo de una recta. Para facilitar el ejercicio a los alumnos que tengan más dificultades de visualización espacial, se podría recortar el triángulo en papel o cartulina. Señalando el vértice izquierdo se sitúan las tres posiciones por las que pasa el vértice: Inicial en la recta, media por encima de la recta y final otra vez en la recta. Trazado el triángulo resultante el ejercicio ahora es demostrar que el área es *triple* del área del triángulo inicial. Con CABRI se puede realizar el ejercicio pero es suficientemente trivial como para que cualquier alumno identifique la igualdad del área de los tres triángulos en que se descompone el **trioide**: El área depende solo de la base y la altura, no de la forma.

Los triángulos ANB, NOB y OCB tienen la misma altura y base, por tanto sus áreas son iguales; en efecto:

$$ACB = 3 NOB$$

“El área del trioide es triple de la del triángulo”



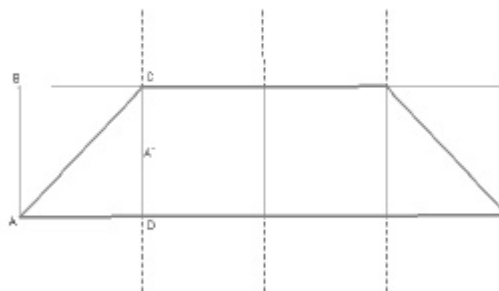
Cuadrado:

Dibujamos un cuadrado, y seguimos el mismo procedimiento que antes. Al rodar el cuadrado pasa por cuatro posiciones, y el vértice inferior izquierdo en la posición inicial, define un cuadrilátero al unir las cuatro posiciones que llamaremos **tetrioide**. Analizamos y relacionamos.

El tetroide contiene dos cuadrados completos y dos medios cuadrados, luego de nuevo:

$$AEFC = 3.ADCB$$

“El área del tetroide es triple de la del cuadrado”



Pentágono:

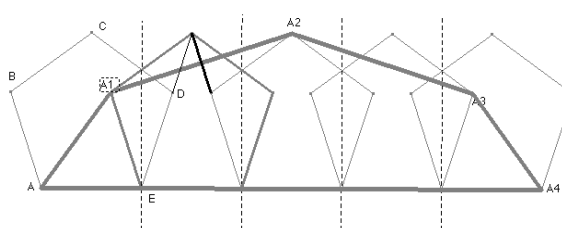
Seguimos el mismo procedimiento: dibujo del pentágono, elaboración del modelo en cartulina, trazado de las cinco posiciones del polígono al rodar, definición del polígono **pentoide**, trazado del movimiento con CABRI. Hacemos el análisis de la figura resultante. (Si tenemos interés, podemos encontrar en ella la razón áurea)

El pentoide contiene un pentágono central y dos figuras simétricas (pentágonos también).

Obviamente los triángulos AEA_1 y AED tienen la misma área y por tanto la misma que el triángulo FGH . Así que el polígono $AFIA_2A_1$ tiene el mismo área que el polígono. Luego:

$$AA_1A_2A_3A_4 = 3 AEDCB$$

“El área del pentoide es triple de la del pentágono”



Hexágono:

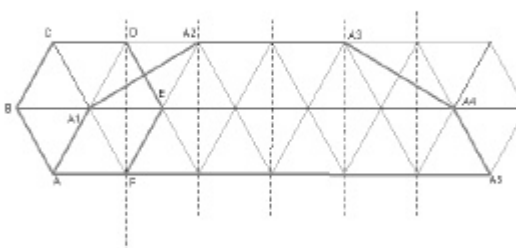
Construimos un hexágono en la forma habitual o bien usamos una parrilla de triángulos equiláteros, y hacemos rodar la figura. Obtenemos un **exoide**. Analizamos el área por simple descomposición en triángulos.

El **exoide** contiene 16 triángulos equiláteros y dos isósceles A_1EA_2 y $A_3E_1A_4$.

Obviamente $A_1EA_2 = A_1ED$.

Luego el exoide tiene 18 triángulos y el hexágono 6.

“El área del exoide es triple de la del hexágono”

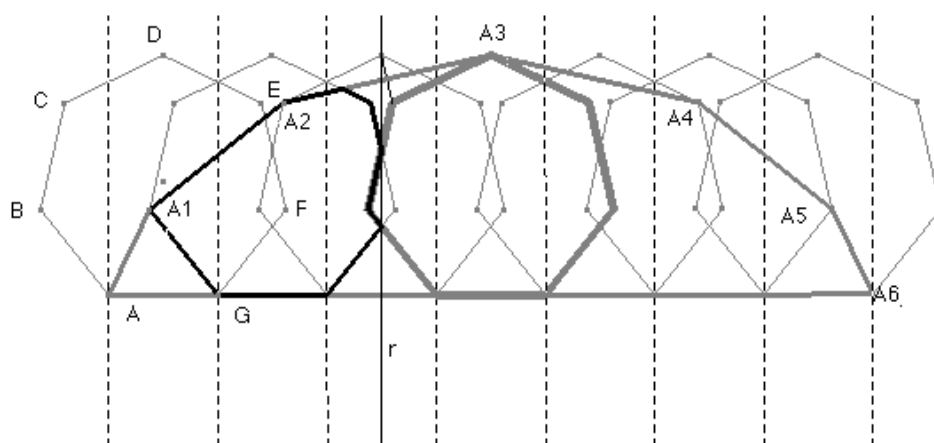


Hasta aquí sería el tipo de actividades que un alumno podría trabajar para comprobar la regularidad. A partir de aquí sería un ejercicio más complejo que en todo caso se podría abordar con CABRI II.

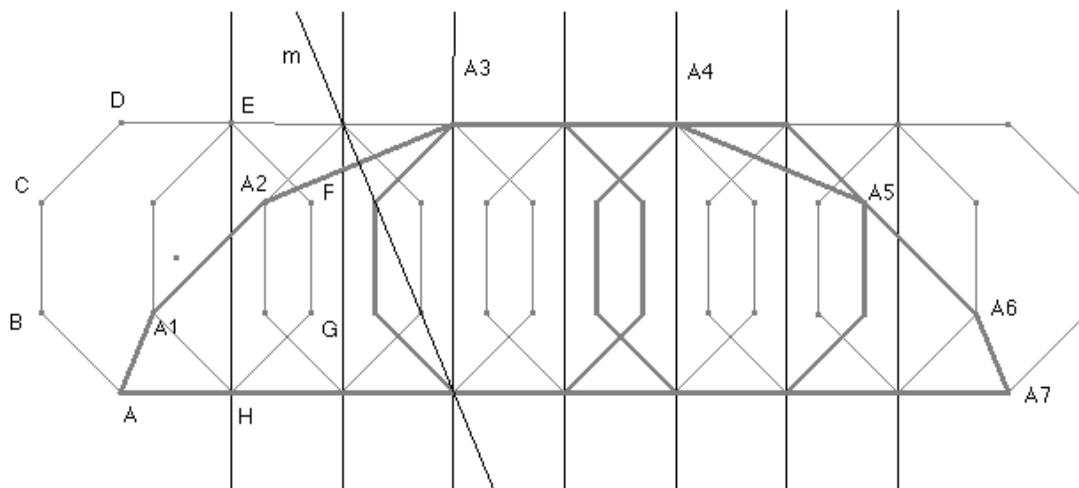
Tendríamos una oportunidad de hacer distinguir entre comprobación y demostración. La demostración no es el objetivo de esta propuesta didáctica, sino la **Formulación de un pequeño teorema** y la **elaboración de un concepto**. Sigamos con el heptágono, el octógono,...

Heptágono:

Construimos con CABRI II el **heptoide**. Pedimos el área de ambas figuras. De nuevo el área del heptoide triplica la del heptágono



Proponemos esta actividad para los "mayores". De igual forma para el **octoide**:



¡Admirable regularidad!. Descompongamos las figuras, relacionemos de manera abierta. ¿por qué la igualdad de tales áreas?. ¿Por qué el alineamiento de tales vértices?. Hablemos de Gauss y el polígono de 17 lados. ¿No se vislumbran aquí las figuras de la alhambra?. ¿No son estas formas sorprendentemente bellas?. Y en el límite, la bella Helena, la cicloide ¿No encierra en si misma un infinito de regularidad?. Hablemos de las justas matemáticas de los siglos XVII y XVIII, el nacimiento de nuevas ciencias, el imperio del rigor...

Permitidme dar nombres a esta categoría de polígonos :

PICHELOIDES: trioide, tetraide, pentoide.....

Permitidme formular un pequeño teorema:

Teorema de los Picheloides: *El área de un picheloide de n lados es el triple del área del polígono regular que lo genera.*

Y ahora a trabajar en una demostración.

Permitidme formular un problema:

Un vaso tiene sección hexagonal. Diseñar un recipiente de la misma altura que el vaso, pero con triple capacidad y sección también hexagonal.

En fin...una sonrisa, por favor.

BIBLIOGRAFÍA

- ACTAS DAS III XORNADAS DE MATEMÁTICA RECREATIVA. "Cuando la ciencia entra por la puerta ¿sale la belleza por la ventana?". Rafael Pérez Gómez. Coordinador Manuel Pazos Crespo. CEFOCOP da Coruña. Xunta de Galicia. Junio 1998.
- DESDE LA NADA. Sobre la creatividad de la Naturaleza y del ser humano. Gerd Binnig. Galaxia Gutenberg - Círculo de lectores. Barcelona 1996.
- MATEMÁTICAS DE LA FORMA. Claudi Alsina Catalá. MEC-Edelvives. Zaragoza. 1993
- HISTORIA DE LA MATEMÁTICA. Carl B. Boyer. Alianza Universidad Textos. Madrid 1986
- LAS DOS NUEVAS CIENCIAS. Galileo Galilei. Edición.