

## PROGRAMACIÓN LINEAL EN LAS MATEMÁTICAS DE LAS CIENCIAS SOCIALES Y HUMANAS Y LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

**Baltasar Sánchez Marín.**

Universidad de Jaén

**Francisco Jiménez Gómez.**

Universidad de Granada

**Jorge Ollero Hinojosa.**

Universidad de Cádiz

### INTRODUCCIÓN

El vigente procedimiento que regula el acceso de estudiantes a la Universidad ha demandado de manera permanente la atención de los investigadores, siendo muchos los trabajos y estudios sobre este tema que desde su implantación en 1974 se han venido sucediendo, como resúmenes de jornadas de debate sobre el acceso a la Universidad, Aguirre de Cárcer (1984), o trabajos que analizan comparativamente el sistema de acceso a la Universidad de distintos países europeos, Escudero (1991), o los que estudian las calificaciones y los sistemas de corrección de las pruebas de acceso, Martí Recober (1995).

Nosotros presentamos un estudio comparativo sobre la programación lineal en Matemáticas II de COU y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de Segundo Curso del nuevo Bachillerato establecido en la Ley Orgánica 1/1990 de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo, Bachillerato–LOGSE, a través de las Pruebas de Acceso a la Universidad, conocidas como selectividad, en Andalucía, desde casi la implantación del distrito único andaluz, analizando datos de las convocatorias correspondientes a los cursos 96/97 y 97/98.

Metodológicamente, el estudio supone, por un lado, un análisis cualitativo de los programas y de la estructura de cada prueba, partes y preguntas que la conforman, optatividad y puntuación de los contenidos de los que consta y tipología de los ejercicios de programación lineal propuestos, y, por otro lado, un análisis cuantitativo ligado a las calificaciones obtenidas por los estudiantes de una y otra asignatura en los ejercicios de programación lineal.

### PROGRAMAS Y ORIENTACIONES

La programación lineal bidimensional se contempla entre los contenidos de Matemáticas en las opciones o modalidades de Ciencias Sociales y Humanidades, en el Curso de Orientación Universitaria y en Segundo Curso de Bachillerato–LOGSE, que corresponden, respectivamente, a cada uno de los sistemas de enseñanza que actualmente coexisten en España.

Si comparamos el Programa Unificado de la Asignatura Matemáticas II de COU para las Universidades Andaluzas (Resolución de 19/7/95) y el Documento de Trabajo elaborado por la Ponencia Andaluza de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II (1996 y 1997), Segundo Curso de Bachillerato–LOGSE, resulta que los contenidos y objetivos mínimos, sobre los que se basan las propuestas de Pruebas de Selectividad en uno y otro tipo de enseñanza, COU (C) y LOGSE (L), respectivamente, son análogos en Programación Lineal. Hay una diferencia sustancial en cuanto al propósito del nuevo sistema de enseñanza, LOGSE, que incluye entre los aspectos generales del Bachillerato en Andalucía una serie de prescripciones y orientaciones en relación con las capacidades que deben desarrollarse en los alumnos y las alumnas: “*Las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales han de contribuir a que los alumnos y alumnas desarrollen, entre otras, las capacidades de:*

- a) Aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones diversas, utilizándolos, en particular, en la interpretación de fenómenos y procesos de las Ciencias Sociales y Humanas y en las actividades cotidianas.*
- b) Establecer relaciones entre las Matemáticas y el entorno social, cultural y económico”, (BOJA 26/7/94, p. 8710).*

Las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, tienen como criterio propio de evaluación: “*Transcribir un problema expresado en lenguaje usual al lenguaje algebraico y resolverlo utilizando técnicas algebraicas determinadas: matrices, resolución de sistemas de ecuaciones lineales y programación lineal bidimensional*”, (BOJA 26/7/94 , p. 8798). En este sentido, en el mencionado Documento de Trabajo elaborado por la Ponencia Andaluza de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales figura, como objetivo mínimo: Resolver problemas de programación lineal de dos variables, procedentes de diversos ámbitos, por métodos analíticos y gráficos. Este matiz de contextualización no se contempla en los objetivos de Matemáticas II de COU, ya que en éstas se parte de la formulación algebraica del ejercicio.

#### ESTRUCTURA DE LA PRUEBA

A continuación indicamos la estructura de la prueba, que es la misma en ambas asignaturas, con el mismo nivel de opcionalidad e igual puntuación de los ejercicios correspondientes a las distintas áreas temáticas:

- La prueba consta de dos opciones excluyentes. Cada opción incluye ejercicios de cada uno de los tres bloques diferenciados del programa: Álgebra, Análisis y Estadística.
- La parte de Álgebra se califica sobre 3 puntos, la parte de Análisis sobre 3 puntos y la parte de Estadística sobre 4 puntos.

#### POBLACIÓN, PERIODOS Y EJERCICIOS

La población objeto de estudio está constituida por los alumnos de la provincia de Jaén que se examinaron de Matemáticas II de COU o de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de segundo curso de Bachillerato–LOGSE, de las Pruebas de Acceso a la Universidad, en las convocatorias de junio y septiembre de los cursos 96/97 y 97/98 (**J97**, **S97**, **J98** y **S98**, respectivamente) y que eligieron en las distintas convocatorias de dichos periodos la opción de examen que contenía ejercicios de programación lineal. Hay que indicar aquí que en COU no se propusieron ejercicios sobre esa materia en las convocatorias **S97** y **J98**.

La distribución de la población por sistemas de enseñanza y convocatorias aparece en la tabla siguiente, que presenta también los mencionados ejercicios de programación lineal clasificados en dos categorías:

- a) Ejercicio contextualizado (**CX**): problema expresado en lenguaje usual, no algebraico, que adquiere su significado al ser interpretado en un contexto.
- b) Ejercicio no contextualizados (**NCX**): expresado en lenguaje algebraico, que para su resolución exige solo el conocimiento de ciertos conceptos y la inmediata aplicación de procedimientos determinados.

**Tabla 1**

| Sistema de Enseñanza | Convocatoria | Ejercicio    | Nº de alumnos |
|----------------------|--------------|--------------|---------------|
| Cou                  | J97          | NCX          | 279           |
|                      | S98          | NCX          | 67            |
| Logse                | J97          | NCX          | 62            |
|                      | S97          | CX           | 49            |
|                      | J98          | CX           | 113           |
|                      | S98          | NCX          | 51            |
|                      |              | <b>Total</b> | <b>681</b>    |

En adelante identificaremos los ejercicios con las siglas correspondientes al sistema de enseñanza seguidas de las de la convocatoria. Los enunciados están publicados según referenciamos a continuación:

Ejercicios CJ97, LJ97 y LS97, en Pruebas de Acceso a la Universidad, 96/97, Junta de Andalucía, p.p. 193,448 y 440, respectivamente.

Ejercicios CS98, LJ98 y LS98, en Pruebas de Acceso a la Universidad, 97/98, Junta de Andalucía, p.p. 219,521 y 529, respectivamente.

**COMPARACIÓN POR CONVOCATORIAS**

Para comparar las calificaciones obtenidas por los alumnos en programación lineal en distintas convocatorias mantenemos fijas las variables tipo de enseñanza y categoría de ejercicio, siendo tres los casos que se presentan, que indicamos a continuación a través de la identificación que hemos hecho de los distintos ejercicios por sistema de enseñanza y convocatoria:

**CASO 1: CJ97 con CS98**

**CASO 2: LJ97 con LS98**

**CASO 3: LS97 con LJ98**

Calculamos en cada caso los siguientes parámetros estadísticos de las calificaciones,  $x$ , en ambos ejercicios: media ( $\bar{x}$ ), varianza ( $s^2$ ), mediana ( $M_d$ ), puntuación mínima observada ( $m$ ), puntuación máxima observada ( $M$ ), porcentaje de calificaciones mayores o iguales a 1,5 (la calificación máxima del ejercicio es 3 puntos), coeficiente de asimetría estandarizado ( $Cas$ ), coeficiente de curtosis estandarizado ( $Ccs$ ), y, para contrastar si existe o no diferencia significativa de los resultados en una y otra convocatoria, se ha realizado un contraste de hipótesis no paramétrico o libre de distribución, un test de Mann–Whitney ( $W$ ) de una cola y al 95% de confianza, para lo cual hemos utilizado el paquete estadístico Statgraphics (González Carmona, A., Ollero Hinojosa, J. y otros, 1997). Los resultados se muestran en la tabla siguiente.

**Tabla 2**

|        |      | Nº de<br>alumno<br>s | $\bar{x}$ | $M_d$ | $s^2$  | $m$  | $M$  | $x \geq 1,5$ | $Cas$   | $Ccs$   | $W$                                     |
|--------|------|----------------------|-----------|-------|--------|------|------|--------------|---------|---------|-----------------------------------------|
| CASO 1 | CJ97 | 279                  | 2,2831    | 2,5   | 0,7257 | 0,00 | 3,00 | 84,23<br>%   | -6,8407 | 0,0341  | P=0,00056<br><br>( $M_{dj} > M_{ds}$ )  |
|        | CS98 | 67                   | 1,8881    | 2     | 0,9911 | 0,00 | 3,00 | 67,16<br>%   | -1,5258 | -1,7877 |                                         |
| CASO 2 | LJ97 | 62                   | 1,9113    | 2,375 | 1,2092 | 0,00 | 3,00 | 66,13<br>%   | -1,9611 | -1,8779 | P=0,011332<br><br>( $M_{dj} > M_{ds}$ ) |
|        | LS98 | 49                   | 1,1716    | 0,5   | 1,5662 | 0,00 | 3,00 | 39,77<br>%   | 1,3937  | -2,3415 |                                         |
| CASO 3 | LJ98 | 113                  | 1,8561    | 2     | 1,2129 | 0,00 | 3,00 | 66,37<br>%   | -2,0533 | -2,6503 | P=0,00107<br><br>( $M_{dj} > M_{ds}$ )  |
|        | LS97 | 51                   | 1,2449    | 1     | 1,3737 | 0,00 | 3,00 | 38,78<br>%   | 1,1949  | -1,9301 |                                         |

Observamos que en todos los casos la nota media de junio es superior a la de septiembre, que la mediana de junio ( $M_{dj}$ ) es superior a la de septiembre ( $M_{ds}$ ), que el porcentaje de calificaciones mayores o igual a 1,5 es muy superior en junio que en septiembre, en ambos sistemas de enseñanza, que el coeficiente de asimetría estandarizado y/o el coeficiente de curtosis estandarizado están fuera del rango  $[-2,2]$  en alguna de las distribuciones correspondientes. Los resultados del contraste no paramétrico de Mann–Whitney para las medianas dan un valor crítico, P–valor, muy por debajo de 0,05 en los distintos casos, lo que nos confirma estadísticamente que las notas de junio son mejores que las de septiembre, con un nivel de confianza del 95%, en ambos sistemas de enseñanza y en los dos cursos analizados.

**COMPARACIÓN POR SISTEMAS DE ENSEÑANZA**

El paso siguiente ha sido comparar Selectividad–LOGSE con Selectividad–COU a partir de las calificaciones obtenidas en ejercicios de la misma categoría. Hemos tenido en cuenta las conclusiones del apartado anterior, por eso hemos comparado resultados de junio con resultados de junio, por un lado, y septiembre con septiembre, por otro. Con estas condiciones, y volviendo a considerar que ni en septiembre del 97 ni en junio del 98 se propusieron ejercicios de programación lineal, se nos presentan dos casos: uno en junio y otro en septiembre.

**CASO 1: (junio) LJ97 con CJ97****CASO 2: (septiembre) LS98 con CS98**

Procediendo como en el apartado anterior hemos calculado en cada caso los parámetros estadísticos de las calificaciones en ambos ejercicios y hemos realizado también un contraste de hipótesis no paramétrico, test de Mann–Whitney, de una cola al 95% de confianza. Los resultados se muestran en la tabla siguiente.

**Tabla 3**

|        |      | nº de<br>alumno<br>s | –      | $M_d$ | $s^2$  | m    | M    | x 1,5   | Cas     | Ccs     | W                                   |
|--------|------|----------------------|--------|-------|--------|------|------|---------|---------|---------|-------------------------------------|
| CASO 1 | LJ97 | 62                   | 1,9113 | 2,375 | 1,2092 | 0,00 | 3,00 | 66,13 % | -1,9611 | -1,8779 | P=0,0057<br>( $M_{dL} < M_{dC}$ )   |
|        | CJ97 | 279                  | 2,2831 | 2,5   | 0,7257 | 0,00 | 3,00 | 84,23 % | -6,8407 | 0,0341  |                                     |
| CASO 2 | LS98 | 51                   | 1,1716 | 0,5   | 1,5662 | 0,00 | 3,00 | 39,77 % | 1,3937  | -2,3415 | P=0,000053<br>( $M_{dL} < M_{dC}$ ) |
|        | CS98 | 67                   | 1,8881 | 2     | 0,9911 | 0,00 | 3,00 | 67,16 % | -1,5258 | -1,7877 |                                     |

Observamos que también en Septiembre los valores de los distintos parámetros estadísticos calculados indican que las calificaciones en COU son mejores que en LOGSE. Los resultados del contraste no paramétrico de Mann–Whitney para las medianas dan un P–valor o valor crítico muy por debajo de 0,05 en los distintos casos, lo que nos confirma estadísticamente que las notas obtenidas en Selectividad–LOGSE son inferiores a las notas obtenidas en Selectividad–COU al nivel de significación del 95%.

**COMPARACIÓN POR CATEGORÍAS DE EJERCICIOS**

En las pruebas de Selectividad–LOGSE de junio del 97 y junio del 98 se propusieron ejercicios de programación lineal de distinta categoría, ejercicio contextualizado en el 97 y no contextualizado en el 98, según se refleja en la tabla 1. Al tratarse de convocatorias ambas de junio y en el mismo sistema de enseñanza, LOGSE, procedemos a analizar los resultados como en los apartados anteriores, ahora por categorías de ejercicios, para lo cual retomamos las medidas estadísticas de las calificaciones, calculadas anteriormente y hacemos un contraste de hipótesis no paramétrico, test de Mann–Whitney, de dos colas al 95% de confianza. La tabla siguiente muestra los resultados obtenidos.

**Tabla 4**

|      | Nº de<br>alumno<br>s | –      | $M_d$ | $s^2$  | m    | M    | x 1,5   | Cas     | Ccs     | W                                     |
|------|----------------------|--------|-------|--------|------|------|---------|---------|---------|---------------------------------------|
| LJ97 | 62                   | 1,9113 | 2,375 | 1,2092 | 0,00 | 3,00 | 66,13 % | -1,9611 | -1,8779 | P=0,820332<br>( $M_{d97} - M_{d98}$ ) |
| LJ98 | 113                  | 1,8561 | 2     | 1,2129 | 0,00 | 3,00 | 66,37 % | -2,0533 | -2,6503 |                                       |

Vemos, en este caso, que los valores de los distintos parámetros difieren muy poco y que el resultado del test aplicado da un valor crítico muy superior a 0,05, lo que indica que no hay diferencia significativa en las calificaciones contrastadas.

**CONCLUSIONES**

La revisión realizada sobre programas y orientaciones pedagógicas de las asignaturas Matemáticas II de COU y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de Segundo Curso de Bachillerato–LOGSE en Andalucía,

muestra una clara diferencia plasmada en los criterios de evaluación acerca de los aprendizajes que se espera que alcancen los alumnos en su iniciación al estudio de la programación lineal bidimensional, que en LOGSE pone el énfasis en transcribir problemas reales a lenguaje algebraico e interpretar los resultados tras su resolución, mientras que en COU el objetivo es simplemente resolver ejercicios enunciados en lenguaje algebraico que implican un sistema de inecuaciones y la función a optimizar. De ahí que aunque la estructura de la prueba sea la misma, con el mismo nivel de optatividad y puntuación, los ejercicios de programación lineal que se proponen en COU son siempre no contextualizados y al no haber contexto no hay interpretación de los resultados obtenidos, mientras que en LOGSE la mitad de las veces han sido ejercicios contextualizados que llevan aparejada las actividades de planteamiento, resolución e interpretación de resultados.

El análisis cuantitativo de las calificaciones de los 681 alumnos que forman la muestra pone de manifiesto que los resultados de junio son siempre mejores que los de septiembre, en los dos cursos analizados y en los dos sistemas de enseñanza.

Las calificaciones obtenidas por los alumnos de COU han sido siempre superiores a las de LOGSE, pues un 84,23 % de los primeros consiguen una calificación mayor o igual a 1,5 puntos (la calificación máxima del ejercicio es de 3 puntos) frente a un 66,13 % de los segundos en la convocatoria de junio del 97, diferencia de porcentajes que se incrementa en la convocatoria de septiembre del 98 con un 67,16 %, en COU, frente a un 39,77% en LOGSE, lo que pone de manifiesto que los alumnos de COU tienen más afianzadas las técnicas analíticas y gráficas de resolución de sistemas de inecuaciones, representación gráfica, cálculo de vértices y puntos y valores óptimos. Los bajos resultados en LOGSE se dan tanto en un tipo de ejercicio como en otro, con resultados totalmente análogos en ejercicios contextualizados o no contextualizados. No podemos decir nada, al respecto, de lo que ocurriría en COU, pues no se proponen ejercicios contextualizados en COU en las pruebas de acceso en Andalucía.

### BIBLIOGRAFÍA

- AGUIRRE DE CÁRCER, I.: La selectividad a debate, Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, 1984.
- DECRETO 126/1994, de 7 de julio, por el que se establecen las Enseñanzas correspondientes al Bachillerato en Andalucía. BOJA de 26/7/94
- DOCUMENTOS DE TRABAJO – Ponencia Andaluza de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II (1996 y 1997).
- ESCUDERO ESCORZA, T.: Acceso a la Universidad: modelos europeos, vías alternativas y reformas en España, Zaragoza, Universidad de Zaragoza, 1991.
- GONZÁLEZ CARMONA, A., OLLERO HINOJOSA, J, y otros: Análisis Estadístico con Statgraphics, Grupo Editorial Universitario, Granada, 1997.
- MARTÍ RECOBER, M.: Los sistemas de corrección de las pruebas de Selectividad en España. Análisis y propuestas. Concurso nacional de Proyectos de Investigación Educativa, Ministerio de Educación y Ciencia, CIDE, 1995.
- PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD 96/97, Consejería de Educación y Ciencia, Junta de Andalucía, 1998.
- PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD 97/98, Consejería de Educación y Ciencia, Junta de Andalucía, 1999.
- RESOLUCIÓN de 19/7/1995, por la que se hacen públicas las programaciones del Curso de Orientación Universitaria - BOJA de 25/8/95.