

ANÁLISIS DEL CONCEPTO DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN EN UN MANUAL DEL BACHILLERATO-LOGSE, REFERIDO A LA INTRODUCCIÓN DEL CONCEPTO.

Sánchez Gómez, Carmen

Universidad de Jaén.

Luque Cañada, Lorenzo

I.E.S. "Pablo Olavide" de La Carolina (Jaén).

Ordóñez Cañada, Lourdes

I.E.S. "Martín Halaja" de La Carolina (Jaén).

Ortega Carpio, Manuela

Universidad de Jaén.

Contreras de la Fuente, Ángel

Universidad de Jaén.

Resumen:

Algunos investigadores relevantes como Laborde (1988) y Schubring (1997) han destacado la importancia de efectuar estudios relacionados con el análisis de textos matemáticos, en los que se investigue el desarrollo de los conceptos por el autor a fin de poder describir determinados fenómenos didácticos propios de la transposición didáctica (Chevallard, 1997) cuando se efectúa el paso del saber a enseñar al saber escolar.

En este estudio se ha analizado un manual del Bachillerato-LOGSE, elegido por su frecuente utilización en las aulas objeto de nuestra investigación, en cuanto al desarrollo del concepto de límite de una función según la variable "introducción", basándose en la metodología aplicada en Schubring (1987) y Contreras y Sánchez (1998). (*)

INTRODUCCIÓN

Tal y como se señala en Sánchez (1997) y Contreras y cols. (1999), el análisis didáctico de manuales constituye un elemento fundamental para poder interpretar los fenómenos de enseñanza que se pueden observar en el aula.

Desde una perspectiva sistémica de la Didáctica de la Matemática, el polo del saber está relacionado con el polo del alumno y el polo del profesor, dándose una interacción entre ambos que trata de explicar el complejo mundo de la enseñanza y del aprendizaje de conceptos matemáticos (Henry, 1991). En el estudio de los manuales que utilizan los estudiantes confluyen esos tres polos, aunque de una manera cualitativamente diferente. Mientras el saber a enseñar se interpreta en el libro por unos autores cuya visión de las Matemáticas suele representar unas verdaderas concepciones colectivas de la época (El Bouazzoui, 1988); los profesores, en su labor de reflejar el saber del aula utilizan no únicamente un texto, sino varios de ellos, quedando sus concepciones sobre la enseñanza de un concepto determinado reflejadas en lo que podemos denominar "sus apuntes", en los aparece la sabiduría del docente y un compendio de todas sus experiencias propias en torno al saber puesto en juego; por último, los estudiantes al conformar su propio saber, que denominaremos "saber del alumno", interaccionan no sólo con los apuntes del profesor sino con el libro de turno, al ejercitarse con la lectura de las definiciones, las propiedades, ejemplos, etc. Por tanto, el estudio de manuales constituye una fuente de gran riqueza en cuanto a la interpretación de la evolución de los conceptos matemáticos en los alumnos.

Son diversas las variables que intervienen en el estudio del manual, aunque entre ellas la introducción quizás constituya la más clarificadora en cuanto a las "intenciones" didácticas del autor, ya que en ella aparecen aspectos motivadores, objetivos, referencias históricas, conocimientos previos y el propio modo de introducción del concepto, que nos informan ampliamente de la trayectoria didáctica seguida en el discurso. En este trabajo se describe el análisis de un determinado manual del Bachillerato-LOGSE en cuanto a la introducción. El texto elegido, parte de otros textos cuyo estudio es parte de un trabajo más amplio, tiene ciertas características respecto a la introducción que lo hacen, a nuestro entender, idóneo para el estudio.

VARIABLES QUE INTERVIENEN EN EL ESTUDIO

Según el estudio realizado en Contreras y cols. (1999), la variable objeto de estudio es la introducción del concepto de límite de una función. Dentro de esta variable, se consideran varias subvariables que conforman a aquella. las subvariables son:

a) Referencias sobre epistemología histórica del concepto de límite de una función.

Es decir, se verá si en el manual los autores se refieren al desarrollo epistemológico del concepto de límite señalando aquellos aspectos relacionados con su evolución histórica. No se tendrán en cuenta las meras referencias históricas como la vida del matemático, una anécdota aislada, etc., que corresponde, entendemos, más a la disciplina de la Historia que a la de las Matemáticas.

b) Objetivos.

Se considerará la subvariable objetivos cuando en la iniciación del tema aparezcan, de modo explícito, una relación de conductas a conseguir por el lector a lo largo del capítulo objeto de estudio. No se estimarán las meras relaciones de contenidos al inicio del tema, ya que esos contenidos deben aparecer necesariamente en algún lugar del libro y no señalan en grado de profundidad que ha de abordarse la noción de límite.

c) Motivación intrínseca.

Se supondrá que un autor intenta motivar intrínsecamente a sus lectores cuando utilice situaciones matemáticas, o susceptibles de modelizar matemáticamente, que conduzcan al lector a un contacto inicial con el concepto de límite.

d) Conexión con las ideas previas.

Si el autor del manual busca en el lector que éste pueda enlazar el concepto de límite con aquellos otros conceptos anteriormente estudiados y que tienen una relación relevante con la noción objeto de estudio, se estimará que esta subvariable.

Un aspecto importante para aquellos manuales que sean de segundo curso es la conveniencia de realizar una conexión entre el curso actual y el de primer año. La existencia, o no, de esa conexión también se reflejará en el análisis.

e) Modo de introducción.

Se considerarán dos posibles modos de introducir el límite de una función. Una de ellas, tomando el concepto como elemento incluser y extrayendo de él los ejemplos y propiedades (diferenciación progresiva), que siguiendo las ideas de Piaget asociaremos con la instrucción formal; la otra, introduciendo primero una colección de ejemplos que preparen la definición del límite (aprendizaje superior), que se asociará con la instrucción concreta.

MUESTRA ELEGIDA Y RESULTADOS

Al ser este trabajo parte de un proyecto de investigación más amplio, en el que se aborda el análisis de numerosos manuales, se ha elegido un manual, para el análisis de la variable introducción según las subvariables ya definidas, cuyo estudio aporta elementos de interés respecto a las posibles consecuencias, a nivel didáctico, en el lector.

El manual objeto de estudio corresponde al nivel de segundo del Bachillerato Logse, donde el concepto de límite de una función tiene un tratamiento como objeto de conocimiento, lo que permite realizar un análisis de cierta profundidad.

En la tabla adjunta se resumen las diversas variables que intervienen en el análisis del límite de una función.

LÍMITE DE UNA FUNCIÓN	
Referencias sobre epistemología histórica.	Descontextualizadas. Simples reseñas biográficas de matemáticos.
Objetivos.	Se enumeran objetivos, procedimientos y actividades.
Motivación intrínseca.	No hay.
Conexión con las ideas previas.	Se recuerdan conceptos como desigualdad, semirrectas e intervalos.
Modo de introducción.	Directamente la definición. Sin utilizar ejemplos previos.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Al analizar los resultados se observa que no hay una contextualización histórica del concepto de límite, en cuanto a su evolución. No hay referencias a las diferentes concepciones que se dieron a lo largo de sus desa-

rollo. Los datos que se aprecian son únicamente de la biografía de algún matemático que, obviamente, no enlazan con el estudio del concepto.

Hay un desarrollo aceptable de los objetivos que se propone el autor, que se completa con una descripción de los procedimientos que utilizarán los lectores así como una enumeración de las actividades a realizar. Consideramos que estas síntesis ayudan al alumno a situarse y mentalizarse antes de abordar el estudio del tema.

No se observa en el manual ninguna situación previa que motive la lector respecto al concepto de límite. Teniendo en cuenta la cantidad de acepciones que tiene el término límite, el no dirigir al lector hacia el sentido correcto no facilita el aprendizaje del concepto.

Aunque se recuerdan ciertos conceptos previos, como el de semirrecta, desigualdad e intervalo, se hecha en falta referencias explícitas a lo ya estudiado en primer curso por los alumnos, por lo que la conexión con las ideas previas del estudiante es deficiente.

En cuanto al modo de introducción, el manual primeramente da las definiciones de los límites laterales y después desarrolla algunos ejemplos. Se trata, por tanto, de un modo de introducción formal.

BIBLIOGRAFÍA

- CHEVALLARD, Y.; GASCÓN, J. y BOSCH, M. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Cuadernos de Educación. ICE. Universidad de Barcelona. Horsori.
- CONTRERAS, A. y cols. (1999). La enseñanza del límite de una función en manuales del Bachillerato-LOGSE. Una metodología de análisis en cuanto a la introducción del concepto. *IX Jornadas Nacionales para al Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Lugo.
- CONTRERAS, A. y SÁNCHEZ, C. (1998). Estudio de manuales universitarios de la segunda mitad del siglo XX sobre el concepto de límite de una función en cuanto a los ejemplos. *VI Simposio de Enseñanza e Historia de las Ciencias*, pp. 1-12. Huesca (Jaca).
- EL BOUAZZOUI, H. (1988). Conceptions des élèves et des professeurs a propos de la notion de continuité d'une fonction. PH. D. Université Laval (Canadá).
- HENRY, M. (1991). *Didactique des Mathématiques. Une présentation de la didactique en vue de la formation des enseignants*. IREM de Besancon.
- LABORDE, C. (1988). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploitation de phénomènes didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9-3, pp. 337-364.
- SÁNCHEZ, C. (1997). *Estudio estadístico sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la noción de límite de una función*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- SCHUBRING, G. (1987). On the methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as textbook Author. *For the Learning of Mathematics*, 7, 3, pp. 41-51.
- SCHUBRING, G. (1997). *Analysis of Historical Textbooks in Mathematics*. PUC do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática.

(*) Este trabajo se ha realizado dentro del marco del Proyecto: "Estudio sobre la enseñanza-aprendizaje de conceptos fundamentales del Análisis Matemático (límite, continuidad, derivada e integral) en manuales y en estudiantes del Bachillerato-LOGSE y de primer curso universitario.", otorgado a los autores de la Comunicación por el Centro de Investigación y Documentación Educativa (C.I.D.E.), según concurso nacional (Orden Ministerial de 7 de julio de 1998, BOE de 16 de septiembre de 1988).