

LA ESTADÍSTICA. SU PRESENCIA EN LA SOCIEDAD ACTUAL Y EN EL CURRÍCULUM DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA.

Pol Masjoan, Anna
Borrel Thio, Francesc

Actualmente la estadística es una ciencia en continuo desarrollo debido principalmente a los grandes avances de la tecnología. Este desarrollo tendría que producir cambios en la manera de enseñar estadística. Es una realidad que los currículos responden lentamente a los cambios que se producen en la sociedad. La estadística no es una excepción.

Ha de reconocerse que es esencialmente una asignatura aplicada que puede y debe estar al alcance de todos nuestros alumnos. No es una materia sólo para matemáticos, a pesar de su fuerte dependencia de las matemáticas. En consecuencia, el currículum de estadística ha de romper las barreras deterministas de la enseñanza de las matemáticas.

¿Cómo enseñar estadística? Un reto pendiente

Antes de la implantación de la Reforma Educativa, diferentes colectivos de profesores habían mostrado su preocupación e insatisfacción por la manera como se enseñaba la estadística. Aunque formaba parte de los programas oficiales, o bien no figuraba en las programaciones de muchos seminarios o bien era una parte del programa que se dejaba para última hora y se hacía deprisa y mal. En muchos casos la estadística quedaba reducida al cálculo de algunos parámetros y a la realización de unos cuantos gráficos. El debate en aquellos momentos se situaba en torno a la necesidad de explicar estadística durante la secundaria dado que forma parte de los conocimientos básicos que debería tener cualquier ciudadano. Este debate se había producido con anterioridad en otros países y ya se conocían algunas propuestas didácticas muy bien elaboradas, como por ejemplo la del Schools Council Project on Statistical Education del Reino Unido.

La reflexión didáctica que se produjo en torno la implantación de la Reforma Educativa supuso un primer avance: la estadística forma parte del currículum común de matemáticas. Tenemos que enseñar estadística y probabilidad y, desde la administración educativa se nos explica por qué, cuándo y a quien. Es indiscutible su presencia en la sociedad, y por lo tanto todos los alumnos deberían aprender sus fundamentos básicos durante la escolarización obligatoria para ser capaces de entender el lenguaje de los medios de comunicación. En el planteamiento didáctico, en teoría también se ha avanzado. En las propuestas didácticas de la propia administración educativa o bien de las diferentes editoriales ya se habla del proceso de recolección de datos, se habla de poblaciones pequeñas y grandes, de muestras y también parece claro que se debe alentar a los alumnos a sacar conclusiones. Pero este avance teórico a menudo no queda suficientemente reflejado en el trabajo en el aula. Y este avance solamente será posible cuando el profesorado, que es el motor real de cualquier proceso de renovación didáctica, haga suyas estas indicaciones.

Así, el reto pendiente continúa siendo de qué manera debemos enseñar la estadística, pero es evidente que esta decisión queda determinada a partir de los grandes objetivos que se planteen.

Entendemos que en la etapa 12-16 de la Educación Secundaria Obligatoria estos objetivos no deberían centrarse en el dominio de los procedimientos estadísticos sino mas bien en la comprensión de qué significa un trabajo estadístico y cuáles son sus aplicaciones.

En este sentido, creemos que los dos grandes objetivos que formuló en los años 80 el Schools Council Project on Statistical Education, dirigido desde la Universidad de Sheffield, continúan siendo de absoluta actualidad.

- “El alumnado debe conocer y apreciar el papel que juega la estadística en nuestra sociedad, es decir, ha de conocer la mayoría de campos que utilizan conceptos estadísticos, sin olvidar el papel que juega en otras disciplinas académicas”.
- “El alumnado debe conocer y apreciar hasta donde puede llegar la estadística, es decir, ha de tener una idea del tipo de preguntas que puede responder y conocer sus potencialidades y limitaciones”.

Estas dos afirmaciones sintetizan de alguna manera el porqué y el cómo se ha de trabajar la estadística en el aula.

Los alumnos están familiarizados con estudios estadísticos que nos presentan constantemente los medios de comunicación (resultados deportivos, encuestas de opinión, etc.) y no tienen dificultad en identificar las fases de estos estudios: se recogen datos, se organizan y se analizan para poder obtener información. Tenemos que aprovechar estos estudios para mostrar a los alumnos qué significa la estadística, para que sean conscientes de su utilidad, de qué tipo de problemas resuelve, de qué tipo de información proporciona y de cuáles son sus limitaciones.

Un estudio estadístico tiene como finalidad obtener información para poder tomar decisiones. Por otro lado, se tiene que decidir cuál es la manera más adecuada de recoger los datos y cómo se deben organizar; una vez organizados es necesario analizarlos y se tiene que interpretar los resultados para llegar a unas ciertas conclusiones. En consecuencia, este es el tipo de actividad que tendríamos que proponer a nuestros alumnos.

Para conseguir estos objetivos es necesario romper radicalmente con el tratamiento clásico de la estadística, centrado en la elaboración de tablas y gráficos y cálculo de parámetros a partir de datos proporcionados en el libro de texto y casi siempre inventados. Además estos contenidos se tratan de manera aislada unos de otros. Así, por ejemplo, cuando se trabaja la representación gráfica, se dibujan todo tipo de diagramas para representar datos ya tabulados. No se presta ninguna atención a las otras fases ya mencionadas, como son la recogida de datos o la interpretación de los resultados para obtener conclusiones, fases que por otro lado tienen menor trasfondo matemático. Esta manera de enseñar estadística puede llegar a ser útil para alumnos que continuarán estudiando pero es evidente que no proporciona la formación necesaria para todos los ciudadanos.

En la actualidad parece obvio que debemos presentar el trabajo estadístico de una forma más global, dejando claro un principio (recogida de datos) y un final (sacar conclusiones). El problema está en que a menudo **esta globalidad se explica pero no se practica**. Se puede constatar un esfuerzo general, reflejado en los libros de texto, en contextualizar el trabajo estadístico, es decir, se hace referencia a todo el proceso, se utilizan ejemplos reales pero no se presta la misma atención a todas las fases. En cierta manera, **se consigue que el alumno sea consciente de que mucha gente utiliza la estadística, que comprenda el proceso de un trabajo estadístico pero no se le proponen las actividades adecuadas para que sea él mismo quien la utilice.**

Algunas ideas para reflexionar

En este marco de una enseñanza/aprendizaje comprensivo y práctico de la estadística queremos introducir tres puntos de reflexión que consideramos importantes para conseguir cambios reales en el aula.

1. Se tienen que plantear actividades que permitan captar la globalidad de un trabajo estadístico.
2. La iniciación de la probabilidad debe quedar ligada a la estadística
3. No se pueden esquivar cuestiones relevantes, como por ejemplo el muestreo.

¿Por qué no se plantean actividades que permitan un estudio global?

En un estudio estadístico hay aspectos muy importantes a los que todavía hoy no se les presta la suficiente atención. Éste tiene el objetivo de obtener información a partir de la recogida y posterior análisis de un conjunto de datos y este objetivo debería hacerse explícito en cualquier actividad, para que los alumnos comprendieran la importancia de cada una de las fases de su estudio. Así, por ejemplo, si no se recogen correctamente los datos, las conclusiones derivadas pueden no tener ninguna validez.

Es evidente que hay un cierto recelo a la hora de plantear un estudio estadístico. A menudo se identifican excesivamente con las encuestas de opinión que suelen ser trabajos largos y muy complejos. Aun siendo muy interesantes no son ni los únicos que se pueden realizar ni los más adecuados para empezar. Por otro lado, está la pregunta “¿qué queda de todo esto? ¿qué aprenden los alumnos?

Realizar pequeños, o no tan pequeños, trabajos globales no significa que se planteen actividades desligadas de una secuenciación de contenidos. Ahora bien, una secuenciación no tiene por qué ser lineal, ni tampoco es necesario trabajar con profundidad los distintos conceptos y técnicas que aparecen en una actividad. Trabajar con una cierta profundidad un contenido requiere tiempo y necesariamente provoca que se pierda el hilo conductor de la actividad que se está realizando. Así, ésta pierde su importancia como tal y se convierte en un ejemplo de cómo aplicar unas ciertas técnicas.

Creemos que cuando las técnicas se utilizan con una finalidad y no únicamente para ejercitarse en ellas, se adquieren de una manera mucho más significativa y probablemente no será necesaria mucha práctica. Así, si en una clase se recoge el mes del cumpleaños de todos los alumnos con el fin de celebrarlos a lo largo del curso, el alumnado entenderá fácilmente cómo organizar toda esta información en una tabla de recuentos y frecuencias dado que esta disposición de los datos le será muy útil para poderlos analizar, y podrá continuar la actividad sin necesidad de práctica adicional. Cuando, en una actividad posterior, necesite organizar de nuevo un conjunto de datos el profesor podría revisar el trabajo realizado en este sentido para que el alumnado vaya consolidando sus conocimientos.

En contraposición a una secuenciación lineal proponemos la realización de distintas actividades que permitan trabajar la estadística a partir de situaciones prácticas y cercanas al entorno del alumno. Estamos convencidos de que esta manera de trabajar crea el contexto necesario para que los alumnos puedan comprender qué es la estadística, y proporciona la práctica suficiente para que puedan ejercitarse en las técnicas más usuales y comprender los conceptos más relevantes.

Sin lugar a dudas se trata de una decisión importante, ya que condicionará la visión global que los alumnos adquieran sobre qué es y para qué sirve la estadística. Probablemente no existan demasiadas diferencias en distintas selecciones de contenidos para un mismo nivel, pero el hecho de secuenciarlos de una u otra manera determinará distintas actividades, distintas maneras de trabajar y, en definitiva, distintas apreciaciones de la importancia de aprender estadística.

Entendemos que en cualquier actividad que se proponga a los alumnos debería quedar explícito el objetivo (estadístico) del estudio, que en una primera etapa será básicamente descriptivo. A continuación, deberán plantearse las distintas fases:

-¿cómo se recogerán los datos?

-¿de qué manera se organizarán?

Una vez que se disponga de los datos bien organizados (tablas, gráficos), se analizarán para obtener información. Finalmente, se redactará un pequeño informe para exponer las conclusiones.

A continuación presentamos, a manera de ejemplo, un pequeño estudio estadístico. Se trata de una actividad adecuada para trabajar en el primer ciclo de la ESO, pero aunque sea de nivel básico no se puede plantear como una primera actividad. Tiene que ubicarse dentro de la programación en función de los contenidos que es conveniente que se hayan introducido anteriormente, de los contenidos que permite trabajar y de los que se vayan a introducir en actividades posteriores. Se trata de una actividad pensada para reforzar y ampliar algunos conocimientos sobre las fases de un estudio estadístico y no tendría sentido en una programación de mínimos. Una concreción de esta actividad está publicada en *Guías Praxis para el profesorado de ESO. Matemáticas*

Actividad “Ojo con la vista”**Objetivo:**

Los objetivos (estadísticos) de la actividad son averiguar si el alumnado ve correctamente y, por otro lado, averiguar con qué ojo ve mejor. No resultará difícil encontrar elementos de motivación por ser una cuestión directamente relacionada con ellos.

Recogida de datos:

Planteamos esta actividad porque quizás la fase más importante está en la recogida de datos, fase que, por otro lado, todavía se elude con demasiada frecuencia. Es absolutamente necesario que los alumnos obtengan algunas veces sus propios datos para que puedan comprender las dificultades del proceso de recogida. Se empezará con poblaciones pequeñas y datos objetivos, dado que son más fáciles de obtener que las opiniones.

Es importante que el alumnado entienda que recoger datos no significa necesariamente preguntar y responder a las preguntas. Hay datos que pueden recogerse de una observación directa (sexo), o formulando una pregunta (edad). Pero, a veces, es necesario tomar algunas medidas y otras veces habrá que diseñar un experimento que permita la recogida de estos datos.

Si preguntamos a los alumnos “¿ves correctamente cuando lees?”, (aunque muchos contestarán de alguna manera), las respuestas pueden ser muy subjetivas y además serán muy difíciles de analizar. Para poder obtener información se necesitan respuestas claras, objetivas y fáciles de analizar. Por lo tanto, será necesario especificar qué entendemos por “ver correctamente” y planificar una manera objetiva de obtener los datos. Por otro lado, el diseño del experimento dependerá del tipo de respuestas que queramos obtener y la finalidad del estudio. Es evidente que no esperamos el mismo tipo de respuestas de un oftalmólogo que de un profesor que quiere saber si, en general, sus alumnos ven bien la pizarra.

La recogida de datos que se propone en la actividad consiste en la lectura de siete líneas de palabras, numeradas 1-7, cada línea con letras de tamaño inferior. Los alumnos trabajan en parejas y, mientras uno controla los requisitos necesarios para que todos realicen

la prueba la en las mismas condiciones, su pareja copiará todas las palabras que sea capaz de leer. Después de la correspondiente comprobación, se anota el número de la última fila que ha leído correctamente, sin ningún error.

Esta recogida se hace en dos fases. En la primera parte de la actividad los alumnos leen normalmente, con los dos ojos destapados y, en una segunda parte, se repite este proceso primero con el ojo izquierdo tapado y luego con el derecho.

Organización de datos:

En la primera parte, los resultados se recogen en una tabla de recuentos y frecuencias con siete valores de la variable (número de la última fila que se ha leído correctamente, sin ningún error). Esta información se resume en una segunda tabla en la que los valores de la variable serán vista deficiente, vista normal y vista aguda. Las personas que copian correctamente menos de 4 líneas tienen vista deficiente, las que copian 4 ó 5 líneas tienen vista normal y más de 5 líneas vista aguda. Este tipo de información es la que se espera obtener como resultado de la prueba y no el número de la última línea leída. Así, el alumnado debería comprender que, a menudo, la información directa debe ser recodificada para poder responder a las cuestiones planteadas.

A continuación se propone a los alumnos que representen gráficamente los resultados. Dado que se trata de una variable cualitativa con pocos valores (3), resulta muy adecuado un diagrama de sectores.

En todo este proceso de organización de datos, es importante insistir en la documentación correcta de las tablas y los gráficos: título, fecha, población, leyenda (diagrama de sectores)

La organización de los datos en la segunda parte de la actividad es más compleja. Se dispone de dos datos de cada persona: línea ojo derecho, línea ojo izquierdo. Para organizar los datos correctamente sin perder información, deben disponerse en una tabla de doble entrada. El alumnado debería comprender que si se separa la información de las dos variables resultará imposible averiguar con que ojo ven mejor los alumnos de la clase.

Las tablas de doble entrada en general resultan difíciles de interpretar. No obstante, esta interpretación resulta mucho más fácil si la tabla la construyen los alumnos para organizar los datos que ellos mismos han recogido. Es interesante que el alumnado comprenda que, a partir de este tipo de tablas, se puede recuperar la información correspondiente a cada una de las variables por separado (distribuciones marginales).

Una tabla de doble entrada permite un trabajo muy rico de interpretación, se pueden formular muchas preguntas del estilo: ¿cuántos alumnos ven igual con los dos ojos? ¿dónde quedan situados en la tabla?

Conclusiones:

El alumnado tendría que redactar, en las dos partes de la actividad, un pequeño informe de tres o cuatro líneas para exponer sus conclusiones. Se tendría que procurar que no consistiera en una traducción directa de las tablas, sino más bien comentarios sobre los hechos observados que les parezcan más relevantes.

Esta fase de sacar conclusiones debe realizarse siempre, aunque éstas sean muy evidentes a partir de la organización de los datos. No olvidemos que la motivación de un estudio estadístico es intentar llegar a alguna conclusión sobre las cuestiones planteadas.

Obsérvese que la actividad planteada, aun tratándose de un estudio global, puede realizarse en un tiempo relativamente corto (aproximadamente dos sesiones). No obstante, es una actividad abierta que se puede ampliar en dos sentidos. Por un lado, el trabajo a partir de la tabla de doble entrada puede ser más intenso, podría construirse una nueva tabla que permitiera comparar la visión con los dos ojos y las características de cada uno por separado. Así, por ejemplo, se podría averiguar cuántos alumnos tienen vista normal pero tienen vista deficiente en uno de sus ojos, o bien, si el nivel de la clase lo permite, podría averiguarse cuántos alumnos de los que tienen vista normal tienen vista deficiente en alguno de sus ojos (perfiles). Otra posible ampliación es relacionar el ojo con el que ven mejor con la mano con la cual escriben, o algunas otras cuestiones de lateralidad.

La iniciación en la probabilidad

Es una idea bastante común entre los profesores de matemáticas que la probabilidad resulta bastante compleja para los alumnos del primer ciclo de ESO y resulta más adecuado presentarla en el segundo ciclo.

También es cierto que la introducción de la probabilidad normalmente queda asociada a la regla de Laplace, con lo cual se supone que el alumnado es capaz de discernir si los distintos resultados de una experiencia aleatoria son o no son equiprobables. Además, es evidente que existen dificultades en los recuentos en el momento en que se superan las experiencias aleatorias más elementales como tirar un dado o una moneda.

Sin embargo se acepta sin ningún reparo la introducción de la estadística en el primer ciclo de la ESO. El hecho de introducir la estadística y la probabilidad por separado comporta muchos inconvenientes. Quizás el más importante es que se pierde la oportunidad de que los alumnos de esta franja de edad experimenten como se comporta el azar y se familiaricen con el indeterminismo realizando distintas actividades que en general les resultan más motivadoras que a los alumnos mayores. Por otro lado, en algún momento posterior habrá que rehacer la relación entre la estadística y la probabilidad si se quiere que el alumnado pueda entender las técnicas de la estadística inferencial.

Creemos que la probabilidad tiene que introducirse paralelamente a la estadística procurando, en un primer momento, que el alumnado reconozca que en su vida cotidiana se enfrenta a menudo con el indeterminismo, es decir, con situaciones que tienen varias respuestas conocidas pero de las cuales no podemos prever el resultado.

- Hemos planeado una excursión para el sábado que viene pero quizás lloverá todo el día
- En un examen tipo test contesté la última pregunta al azar y acerté

Una vez reconocidas las situaciones indeterministas se puede trabajar el lenguaje asociado. Palabras como *probable*, *imposible*, *bastante probable*, *casi seguro*, *seguro*... forman parte del vocabulario de los alumnos y las utilizan para graduar las posibilidades que un resultado ligado a una situación de incertidumbre se pueda producir.

A partir de este reconocimiento del tipo de situaciones que se van a tratar, se pueden aplicar las técnicas de la estadística descriptiva (recuentos, tablas, gráficos) a los resultados que se producen cuando se realizan muchas experiencias de un fenómeno aleatorio, como lanzar un dado, una chincheta o una moneda. Esto permitirá definir la probabilidad de manera natural, como el valor en el cual se estabilizan las frecuencias relativas (ley empírica del azar). Además, se pueden aprovechar las listas de resultados para que el alumnado aprecie cómo se comporta el azar y así tratar de eliminar creencias erróneas y supersticiones ligadas a estos fenómenos.

Creemos que es después de esta práctica cuando se puede introducir la regla de Laplace para casos sencillos, algunos de los cuales ya se habrán trabajado estadísticamente. Se ha de intentar que el alumnado entienda en qué situaciones puede aplicarla y en cuáles no. Así, puede resultar muy útil haber lanzado monedas y chinchetas.

Si analizamos lo que ocurre en muchas aulas observamos que, después de introducir la probabilidad a partir de la regla de Laplace y de realizar muchos ejercicios bastante repetitivos y en general poco significativos, resulta muy difícil avanzar porque el cálculo de posibilidades se escapa del nivel de los alumnos. Queremos presentar una alternativa a esta situación: **las simulaciones**.

Entendemos que las simulaciones, que ni siquiera se mencionan en el currículum, permiten a los alumnos:

- **Familiarizarse con situaciones de incertidumbre**
- **Profundizar en la comprensión de la ley empírica del azar**
- **Utilizar las técnicas básicas de la estadística descriptiva**
- **Mantener la relación entre estadística y probabilidad**
- **Comprender una de las aplicaciones de la probabilidad**

Una simulación es un modelo de una situación real que permite probar por ejemplo qué pasaría en situaciones médicas o sociales en las cuales la experimentación con personas podría resultar poco ética o demasiado larga. Así, se podría simular

- La difusión de una enfermedad en una población humana, animal o vegetal; o la difusión de un rumor.
- La evolución de especies amenazadas de extinción.
- El comportamiento de las colas en una gasolinera, en un peaje de autopista o en una consulta médica.

Normalmente son situaciones en las que intervienen distintos factores aleatorios relacionados entre ellos de manera muy compleja. No se trata de plantear al alumnado problemas tan complicados, sino problemas de probabilidad sencillos que podrían resolverse con un cierto dominio de la combinatoria pero que están fuera de su alcance. Así, por ejemplo les podríamos plantear las siguientes situaciones:

- Muchas parejas prefieren tener hijos de diferente sexo. Si una pareja decide tener tres hijos, ¿cuál es la probabilidad de que los tres no sean del mismo sexo?
- La marca de helados “BONS” ha lanzado una campaña de promoción de sus polos. En cada palo aparece una de las letras de la marca, quien reúna las 4 letras de la palabra “BONS” tendrá un polo gratis. ¿Es muy difícil conseguir las 4 letras?

Un alumno de bachillerato podría resolver teóricamente la primera situación, pero quizás algunos profesores tendrían dificultades en abordar la segunda. Nos basaremos en esta segunda situación para mostrar que una simulación permite resolver problemas fuera del alcance teórico de los alumnos de una manera sencilla y significativa. Es evidente que no debe ser la primera simulación que se plantea a los alumnos, dado que deberán suponerse algunas condiciones iniciales como la equiprobabilidad y la independencia. Una posible concreción de esta situación es la actividad “Colecciones” publicada en *Guías Praxis para el profesorado de ESO. Matemáticas*

Actividad “Colecciones”

Objetivo

El objetivo de la actividad es responder a la pregunta: ¿Es muy difícil conseguir las 4 letras?

Vamos a intentar reproducir la situación planteada en el aula. Para ello seguiremos las siguientes etapas:

1. Diseño de la simulación: Observación de la situación real e identificación de las variables más importantes ¿Se ajustan las características observadas a algún modelo matemático o estadístico?
2. Realización repetida de la simulación
3. Conclusiones

En general, cuando se realiza una simulación, es importante tener en cuenta una última etapa, que consisten en contrastar los resultados obtenidos con la realidad, siempre que esto sea posible.

Diseño de la simulación

Es evidente que la dificultad de obtener las 4 letras de la palabra BONS dependerá de la proporción en que aparezcan. Puede asumirse directamente que la empresa pone en circulación la misma proporción de todas las letras.

Se puede plantear a los alumnos cómo “comprar polos” en clase. Se sabe que en cada polo aparecerá una de las letras B, O, N o S, pero no se sabe cuál. También se sabe que la proporción de cada letra es la misma. A partir de este análisis pueden idearse distintos sistemas, como por ejemplo:

- Se pueden poner 4 papeles en una bolsa, uno con cada letra. Se saca un papel, se anota el resultado y se vuelve a introducir en la bolsa. Repetimos la operación hasta obtener la palabra BONS
- Se podría lanzar un dado y decidir que 1=B, 2=O, 3=N, 4=S. Se van anotando los resultados hasta obtener la palabra BONS. Si se saca el 5 ó el 6 no se anota nada.

Está claro que no se compran polos. Lo que se hace es diseñar un experimento que permite reproducir lo que puede pasar con las letras de los polos, es decir, se diseña una simulación. Por otro lado, realizar una sola simulación no serviría de mucho. En la siguiente podría obtenerse un resultado completamente distinto. Solamente podrá llegarse a alguna conclusión si se realiza la simulación muchas veces.

Los sistemas de “comprar polos” que se han sugerido son muy lentos. En realidad las simulaciones se realizan con ordenadores pero en esta franja de edad creemos muy conveniente la utilización de tablas de números aleatorios.

Por lo tanto es conveniente que antes de realizar esta actividad se haya introducido a los alumnos en la utilización de estas tablas

Una buena introducción podría ser la construcción de una pequeña tabla dado que esta práctica les ayudaría a entender su significado. Se tienen que generar 10 resultados aleatorios equiprobables y esto puede hacerse de distintas maneras. Una podría ser codificar y anotar los distintos resultados que se obtienen lanzando simultáneamente un dado y una moneda (habrá que suprimir dos resultados). Así, por ejemplo:

(1,C) = 1 (2,C) = 2 (3,C) = 3 (4,C) = 4 (5,C) = 5 (6,C) no se anota ningún resultado
(1,+) = 6 (2,+) = 7 (3,+) = 8 (4,+) = 9 (5,+) = 0 (6,+) no se anota ningún resultado

Los alumnos podrían utilizar esta tabla y otras proporcionadas por el profesor para simular experiencias sencillas como nacimientos de niños y niñas, y así adquirir la práctica necesaria que les permita utilizarlas de manera eficaz.

Repeticiones de la simulación

Los alumnos, por parejas, realizarán distintas simulaciones, por ejemplo 20 ó 30. Utilizarán una tabla de números aleatorios. Como solamente necesitan 4 resultados podrían asignar:

1,5 - B 2,6 - O 3,7 - N 4,8 - S.

Los resultados de las distintas simulaciones se anotarán en una tabla de recuentos como la siguiente:

Simulaciones	1,5 B	2,6 O	3,7 N	4,8 S	“polos comprados”
1	2	1	4	1	8
.....					
20					
Total “polos comprados en 20 simulaciones”:					
Media “polos comprados por simulación”					

Organización y análisis de todos los resultados

En el conjunto de toda la clase fácilmente se dispondrá de aproximadamente 300 simulaciones agrupadas de 20 en 20. Se pueden acumular los distintos resultados en una tabla y observar como evolucionan las correspondientes medias de los datos acumulados. Es de esperar que se establezcan en un valor cercano a 8,3 que es el resultado teórico.

Es interesante que los alumnos se den cuenta de la variabilidad de las distintas simulaciones. Se puede pedir a las distintas parejas el número mínimo y el número máximo de polos que “han tenido que comprar” para completar la palabra BONS, y averiguar el número máximo de toda la clase, que normalmente será bastante alto, muy alejado de 8,3. Es de esperar que el mínimo sea 4 y se haya obtenido más de una vez.

Conclusiones

El objetivo de esta actividad era responder a la pregunta: ¿Es muy difícil conseguir las 4 letras de la palabra BONS?

Los alumnos tendrían que ser capaces de responderla y ser conscientes del tipo de respuesta que se puede dar después de realizar muchas simulaciones y analizar los datos. Tendrían que dar respuestas del tipo: “Por término medio será necesario comprar 8 o 9 polos”. Los alumnos deberían haber comprendido la gran variabilidad de los posibles resultados.

El muestreo

Cuando se plantea un trabajo estadístico para obtener información de una población grande, es difícil analizar a todos los individuos de la población, es decir, realizar un censo, ya que puede resultar muy largo y costoso. Para economizar tiempo y dinero lo que se hace es seleccionar una muestra. Este hecho no impide que los titulares de los periódicos o las conclusiones que se publican sobre el trabajo se refieran a toda la población. Así, es normal encontrar en los medios de comunicación titulares como estos: “La actitud de los jóvenes frente al matrimonio es más conservadora que la de sus padres” o “ Los precios han subido durante el mes de enero un 0,1%”. Los alumnos, ante noticias de esta índole, entienden que no se ha preguntado a todos los jóvenes españoles sobre sus convicciones sobre el matrimonio, (casi seguro que no se les ha preguntado a ellos), y también que no se han registrado todos los precios de todos los productos durante un mes. Ellos saben que se ha hecho un muestreo y es posible que hayan observado que muchas de estas noticias basadas en estudios estadísticos incluyen una ficha técnica, que les informa, entre otras cosas, del tamaño de la muestra.

El muestreo es fundamental en el proceso de recogida de datos y no se debería esquivar ya que se realiza en la mayoría de estudios estadísticos y por consiguiente forma parte del trasfondo de muchas noticias publicadas en los medios de comunicación. A partir de la Reforma, el concepto de muestra aparece en los objetivos de la ESO, y en los libros de texto se describe en qué consiste el muestreo, pero es difícil encontrar actividades relacionadas con este proceso. Da la impresión que se menciona por obligación, pero no se tiene muy claro como tratar el tema con los alumnos. Es importante diseñar actividades que ayuden a esclarecer un poco las claves de este sorprendente proceso que nos lleva a concluir sobre muchos analizando unos pocos. **El muestreo ocupa un lugar fundamental en la estadística moderna y es necesario que los alumnos conozcan sus características principales.**

Por tratarse de un proceso complejo ligado a conceptos que resultan difíciles a los alumnos entendemos que tendría que trabajarse en el segundo ciclo de la ESO, después de haber trabajado con poblaciones pequeñas y bien definidas como puede ser la clase.

El problema conceptual más importante cuando se escoge una muestra es el de su representatividad, es decir, que los resultados que se obtengan se parezcan a los de la población. A simple vista, parece un objetivo ambicioso y, por lo tanto, el método que se utilice para seleccionar la muestra será clave. Muchos errores en las conclusiones de estudios estadísticos son debidos a una mala selección de la muestra. Cuando se les pregunta a los alumnos sobre cómo podríamos conseguir una muestra representativa, tienden a inventarse métodos en los cuales todos los colectivos que se les ocurran tengan sus “representantes”. Parece ser que su idea de representatividad va más ligada a otros significados de la palabra, distintos del estadístico.

A continuación vamos a sugerir tres cuestiones que se pueden tratar en torno al muestreo y sobre las cuales pueden diseñarse algunas actividades.

La primera cuestión es **el sesgo**, es decir, que la muestra represente más a una parte de la población que a otra. Para evitar el sesgo es necesario que todos los individuos de la población tengan las mismas posibilidades de formar parte de la muestra. Existen diferentes aspectos de la recogida de datos que si no se controlan adecuadamente pueden producir sesgo. Hay bibliografía sobre este tema y en ella se recogen muchos ejemplos de errores realizados en trabajos reales. Si el método para elegir la muestra es aleatorio, se pueden medir las posibilidades de formar parte de la muestra mediante el cálculo de probabilidades, lo cual pone en evidencia la relación entre estadística y probabilidad. Un tipo de muestreo muy extendido y que puede servir de ejemplo de método no aleatorio es aquel en el cual los individuos deciden por sí mismos si formarán parte de la muestra. Se utiliza mucho en programas de TV y es importante que los alumnos sepan que estos tipos de trabajos no tienen ningún valor estadístico.

La segunda cuestión es **la variabilidad**. Los alumnos comprenden fácilmente que muestras distintas producen resultados distintos. La variabilidad muestral no se puede evitar, pero se puede controlar si el método de muestreo es adecuado, gracias a la teoría de la probabilidad. Existen programas de ordenador que generan muchas muestras aleatorias en muy poco tiempo y que permiten observar

que esta variabilidad tiene un comportamiento muy determinado. También permiten comprobar que al aumentar el tamaño de la muestra disminuye la variabilidad; por esto se escogen muestras razonablemente grandes.

Finalmente se puede tratar el bloqueo de alguna variable de la que estemos seguros que no es homogénea respecto a la respuesta de la población. Se trata de mostrar que se puede disminuir la variabilidad mediante la **estratificación**

Algunas concreciones de estas sugerencias están en proyecto de publicación en *Guías Praxis para el profesorado de ESO. Matemáticas*.

Actividad “Muestras aleatorias”

Ya se ha comentado que los alumnos reconocen el proceso de selección de una muestra dentro de la fase de recogida de datos de un estudio estadístico, pero que tienen dificultades para comprender qué significa la representatividad, que va ligada principalmente al tamaño y al método de selección. Por lo tanto, las primeras actividades tendrían que ir dirigidas a esclarecer este concepto, proponiendo a los alumnos distintas situaciones en las cuales tengan que decidir si el método de selección les parece correcto, o bien si el tamaño de la muestra les parece adecuado. Con estas actividades se pretende que el alumno descubra métodos de selección incorrectos y que entienda que los estudios realizados sobre muestras mal escogidas no tendrán ninguna validez. También se pretende que entienda que un buen método de selección debe garantizar que cualquier individuo de la población tenga la misma probabilidad de formar parte de la muestra.

La actividad que pasamos a desarrollar con más detalle sería, por tanto, una actividad posterior y está pensada para **trabajar el concepto de la variabilidad muestral**. Para poder estudiar a nivel práctico esta variabilidad es necesario conocer la población. Así, los alumnos podrán comparar los valores obtenidos a partir de las muestras con los valores de la población. En los estudios reales no se conocen estos resultados que son precisamente los que se pretenden averiguar a partir de la muestra escogida.

Descripción de la población

El estudio que se propone consiste en averiguar la actitud de los alumnos frente al instituto.

El instituto objeto de estudio tiene 1000 alumnos: 350 de primer ciclo de la ESO, 350 de segundo ciclo y 300 de bachillerato. Los alumnos han respondido a la siguiente pregunta:

¿Con cuál de las tres afirmaciones te sientes más identificado/a?:

G: “Voy al instituto porque me gusta”

O: “Voy al instituto porque es mi obligación”

P: “Voy al instituto para preparar mi futuro profesional”

Las respuestas de los alumnos se han recogido en una tabla. Las respuestas no son homogéneas respecto de la variable “Nivel educativo”. El 65% de los alumnos de primer ciclo responden G, el 63% de los alumnos de segundo ciclo responden O y el 79% de los alumnos de bachillerato responden P, lo cual permitirá plantear la conveniencia de la estratificación.

Selección de una muestra aleatoria simple.

Con la ayuda de una tabla de números aleatorios, cada pareja de alumnos escoge una m.a.s. de 100 alumnos. A continuación se recogen los resultados en una tabla de doble entrada y se analiza el cruce de las variables “Actitud” (G,O,P) y “Nivel educativo”. Se comparan los distintos resultados obtenidos a partir de las diferentes muestras escogidas en toda la clase. En esta primera fase solamente se observa que los resultados obtenidos por cada pareja de alumnos son distintos.

Análisis de la muestra.

Se introducen los perfiles según “Nivel educativo” para estudiar la homogeneidad de las respuestas, que pueden representarse en un diagrama de barras múltiples.

El proceso de diseñar las tablas de perfiles a partir de la tabla de doble entrada de recogida de datos, no es sencillo y puede ser la primera vez que se realice. Es posible que los alumnos tengan dificultades de comprensión. Además los alumnos han de ser competentes en el cálculo de porcentajes, lo cual corrobora la conveniencia de situar esta actividad en el segundo ciclo de la ESO.

Selección de una muestra estratificada.

A partir de la observación de que la distribución de las respuestas en la m.a.s. no es homogénea, se plantea la conveniencia de que los distintos niveles educativos estén representados en la muestra en la misma proporción que figuran en la población. Seguidamente se escoge por parejas una muestra del mismo tamaño (100 alumnos) estratificada según “Nivel educativo”.

Comparación entre las muestras y con los parámetros poblacionales.

Se proporciona a los alumnos los porcentajes de la población para que los comparen con los que han obtenido a partir de los dos tipos de muestras. Finalmente se mostrarán todos los resultados obtenidos en la clase en un gráfico de puntos. Este gráfico permite observar la variabilidad obtenida en los dos tipos de muestreo y establecer conclusiones.

Conclusiones

En estas líneas hemos intentado aportar algunas ideas con el ánimo de colaborar en una reflexión conjunta de cómo se debe enseñar la estadística. Nuestra reflexión parte de la convicción de que debe hacerse desde un punto de vista práctico y comprensivo.

Enseñar estadística a partir de situaciones prácticas puede tener algunos inconvenientes. Por un lado la gestión de la clase puede resultar más complicada, pero afortunadamente la participación activa de los alumnos en el proceso de aprendizaje va ganando terreno frente a otras concepciones más magistrales. En cambio, puede resultar más preocupante para el profesorado el hecho de introducir los diferentes contenidos de manera no aislada, y pasar a otros de nuevos antes de que el alumnado se haya ejercitado en ellos con una cierta profundidad.

Nuestra propuesta va en la dirección de intentar enseñar una estadística lo más realista posible, que permita una lectura crítica de las informaciones que nos llegan constantemente de los medios de comunicación, que permita distinguir los buenos usos y los abusos de las técnicas de descripción de datos y que permita ser consciente de la validez de algunas conclusiones. Es decir, creemos que la estadística que se debe enseñar en las clases debe ser lo más parecida posible a la real para que ciertamente sea un referente que ayude a los futuros ciudadanos a interpretar el tipo de información que los estudios estadísticos pueden proporcionar. Nuestros alumnos reciben mucha información fuera de las aulas, y es importante que ésta no entre en contradicción con los que pretendemos enseñar en clase sino que se convierta en un complemento que ayude a construir un conocimiento lo más significativo posible.

Si pretendemos enseñar con profundidad las distintas técnicas de las fases de un trabajo estadístico y no nos arriesgamos a la interpretación aunque algunas veces pueda parecer más intuitiva que bien fundamentada no conseguiremos que estos conocimientos sean útiles para todos los estudiantes, solamente lo serán para aquellos que continuarán estudiando.