

OBRADOIRO DE MATEMÁTICAS: ALGUNAS PROPUESTAS

Luis Bou

IES Ramón Menéndez Pidal
La Coruña

La mejor manera de aprender es hacer
Aforismo popular

El Obradoiro de Matemáticas, optativo en el Primer Ciclo de la ESO, podría concretarse en una serie de actividades y apuntes de investigación que sirviera para que, como se ha repetido hasta la náusea, los alumnos percibieran las matemáticas como una materia viva, etc.

Tal vez sea mejor decir lo que no debe ser un obradoiro:

- Un aburrimiento para los alumnos
- Un suplicio más para el profesor
- Una forma de que los docentes completen su horario
- Un mero refuerzo para la asignatura de Matemáticas
- Un motivo de ansiedad o inseguridad en quien lo imparte

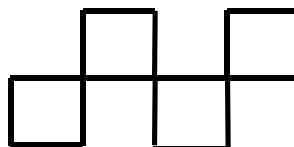
El fastidio es contagioso. Un obradoiro no podrá tener éxito si quien lo imparta no lo hace con la firme determinación de pasarlo bien, aprender algo e improvisar bastante.

Lo ideal sería que los alumnos reprodujesen una ontogénesis de la matemática: ir examinando situaciones de su entorno, para llegar a inferir abstracciones plasmadas en relaciones formales y cuantificables. En lugar de entrar en las perfectas esferas platónicas, tal vez sea preferible apuntar algunas de las propuestas que hemos desarrollado en nuestro Centro, y ver después de qué han podido servir.

1. Palillos

"Cambiar de lugar dos palillos para lograr exactamente cuatro cuadrados iguales"

Se entiende que cada lado de cada cuadrado es un palillo desplazable.



Es conveniente proponer antes otros problemas más sencillos, con palillos, cerillas o tiritas de cartulina, para que los alumnos tengan éxito en ellos y se interesen por estas construcciones. En este problema, las primeras soluciones, si aparecen, tardan alrededor de cinco minutos. Se da una de las dos posibles.

El juego debe conducir al análisis. Por ejemplo: la figura dada tiene 16 palillos. Con 16 palillos pueden formarse fácilmente cuatro cuadrados "disjuntos". Se trata de minimizar el número de cuadrados. La dificultad debe estar en que hay palillos que forman parte de más de un cuadrado.... etc.

¿Qué puede haber aprendido el alumno después de realizar este ejercicio?

¿Qué podemos haber aprendido nosotros de este ejercicio y qué hemos observado en los alumnos? ¿Cuál ha sido su actitud? ¿Qué ideas han tenido que no se han ocurrido a nosotros? Y un poco de investigación: ¿Qué soluciones tiene el problema inverso, maximizar el número de cuadrados con un número prefijado de palillos? Ahora ya podemos tratar de que investiguen por su cuenta. Podrían, por ejemplo, formar una tabla que diera el número máximo de cuadrados en función del número de palillos. Los más ambiciosos pueden tratar de hallar una regla general.

2. Juegos con múltiplos y divisores

Se prepara una plantilla con los números, por ejemplo, de 1 a 100, dispuestos en matriz cuadrada de 10 x 10. (El tamaño se elige según la destreza numérica de los alumnos; los menos diestros pueden usar, por ejemplo los números de 1 a 49). Se juega por parejas. El primer jugador empieza tachando el número que prefiera. Actúan por turno, eligiendo el jugador entre los números no tachados un múltiplo o un divisor del último número elegido por su oponente. Pierde el primero que no pueda encontrar el múltiplo o divisor requerido.

El objetivo obvio del juego es que los alumnos practiquen las nociones de múltiplo y divisor, se ejerciten en el cálculo mental... y pasen un rato ameno. Conviene llevar preparadas las plantillas para no perder tiempo; caben cómodamente seis en una hoja; cada una puede ser utilizada varias veces si se usan lápices de distintos colores. Los alumnos no tardan en descubrir una estrategia de victoria. Si se elige un número primo "grande", como 97, el jugador siguiente se ve obligado a tomar el 1, y el primer jugador "mata" con otro primo "grande", como el 89. Este descubrimiento puede servir para resaltar el papel de los números primos y también para introducir la noción de estrategia vencedora en teoría de juegos. Para evitar partidas demasiado cortas, se modifican las reglas, exigiendo que el primer número haya de ser par, u otra condición similar. Ahora la estrategia de victoria no es obvia. Pueden tratar de hallar alguna en plantillas pequeñas.

3. Reflejos [Estudio estadístico del tiempo de respuesta]

Se trata de realizar una actividad que sea

- amena
- fácil de realizar
- enseñe a realizar un experimento
- permita obtener datos para tratamiento estadístico
- su costo sea nulo
- sirva para que los alumnos averigüen algo acerca de sí mismos y de los demás

Descripción

Vulgarmente, los "reflejos" son el tiempo que media entre la percepción de un fenómeno y una determinada respuesta. Por ejemplo, al conducir, el tiempo que media entre la percepción de un peligro y la adopción de las medidas oportunas.

El experimento consiste en dejar caer una regla o tira de cartón entre los dedos pulgar e índice del sujeto, quien ha de asirla en cuanto observe que la regla se ha puesto en marcha. La medición de la distancia de caída de la regla antes de su detención permitirá conocer el tiempo de reacción.

Material

Se puede utilizar una regla (vieja) de plástico, una tira de cartón, o una hoja de papel de tamaño folio, convenientemente plegada. En la regla se marcará, p.e. en rojo, una línea "origen"; si no está graduada, conviene hacerlo de 2 en 2 cm, en una longitud de unos 30 cm. Si la regla es de plástico conviene envolver sus extremos con cinta aislante, plastilina, o similar, para evitar que al caer se deteriore.

El experimento se realiza entre dos personas, repitiéndolo, por ejemplo, 10 veces. Una de ellas, "el experimentador" sujeta la regla y determina aleatoriamente el momento de soltarla. El "sujeto" ha de asirla entre los dedos pulgar e índice. Un problema típico es que el sujeto se anticipe al experimentador, lo que falsea el experimento. Para evitarlo, se puede usar una lista de 10 dígitos aleatorios. El experimentador cuenta hasta el número de la lista correspondiente al ensayo. Las distancias, en centímetros se anotan

Tratamiento de los datos

Se pueden determinar, por ejemplo, los valores medios, el recorrido, y otros parámetros similares. Las distancias de sujeción se pueden traducir a centésimas de segundo mediante la fórmula

$$\text{espacio en centímetros} = 0,05 (\text{centésimas de segundo})^2$$

4. Papiroflexia

Que la papiroflexia puede tener multitud de aplicaciones didácticas es sabido desde antiguo. Así decía el prólogo del libro del Dr. N. Montero, médico pediatra y maestro de 1ª Enseñanza: “La idea de enseñar trabajos manuales a los niños ... es muy antigua. (siglo XI)... A los maestros no se les escapó jamás la importancia de la educación especial de las manos a través de los sentidos visual, táctil y estereognóstico...”

En el marco de un obradoiro de matemáticas, podrá servir para presentar de forma amena, motivadora y concreta:

- las nociones de perpendicularidad y ángulo
- los polígonos y sus propiedades básicas
- los conceptos de diagonal, bisectriz y mediatriz
- la noción de semejanza
- las simetrías respecto a ejes y planos
- la noción de equivalencia de áreas,
- la medición de áreas por triangulación

Se ha de exigir la máxima precisión en todas las dobleces y construcciones. La calidad del papel es importante.

Podemos hacernos una idea de la riqueza de posibilidades y la variedad de figuras que pueden obtenerse, viendo el desarrollo de un avioncito de papel. El estudio y medición de los ángulos, segmentos y áreas (que puede hacerse sin más que saber descomponer en triángulos y usar $\sqrt{2}$ en forma irracional o aproximada) puede ocupar varias sesiones. ¡Y el avioncito vuela!

5. Un estudio de costes

Puede resultar interesante el estudio de costo por kilómetro de un automóvil. Conviene que sean los propios alumnos quienes vayan especificando los capítulos de gasto, clasificándolos en gastos fijos, de mantenimiento, de utilización, gastos variables e imprevistos. Desde otro enfoque, cabe hacer, además, consideraciones sobre el impacto ambiental, sociológico, etc.

Por lo general, al comprar un coche, en los aspectos económicos se piensa sólo en afrontar los gastos de combustible, aceite y seguros. Un cálculo tan simplista puede llevar a conclusiones desastrosas. Normalmente, bastan unos pocas semanas de uso para convencer al más previsor de que los gastos estimados no son ni la mitad de los reales.

Sucinto estudio de costos

Ciertos gastos son independientes de los kilómetros que recorra el vehículo anualmente, e incluso, del vehículo mismo. Es corriente olvidar, por ejemplo, que la conducción de un vehículo requiere un permiso de conducción, cuyo coste puede fácilmente rondar las 100.000 pts. Otros conceptos fijos, como los intereses del capital invertido en el vehículo, el costo del seguro, impuesto municipal de circulación, etc. dependen del automóvil, pero no, en principio, de los kilómetros anualmente recorridos. La depreciación del vehículo es una variable que depende del tiempo y del kilometraje.

Ya en carretera, hay que tener en cuenta no sólo el combustible, sino los consumos de aceite, neumáticos, filtros, forros de los frenos, embrague, bujías, etc. No se han de olvidar los gastos de garaje, estacionamiento, peaje, posibles multas por infracciones, reparaciones, accidentes y otros conceptos.

Por sencillez, pensemos en un vehículo nuevo, de fabricación nacional y de tipo familiar. Antes de su entrega por el concesionario están los siguientes

Gastos de adquisición

- 1) precio del vehículo + transporte + IVA + impuesto de matriculación
- 2) impuesto municipal de circulación para el año en curso
- 3) matriculación y gestoría

Gastos de amortización y financiación

- 1) Rendimiento del capital invertido (caso de pago al contado)
- 2) Intereses de la financiación
- 3) Gastos por depreciación del vehículo

Gastos fijos (de carácter anual)

- 1) seguros

- 2) impuesto de circulación
- 3) garaje (plaza de) : costo de oportunidad o alquiler
- 4) ITV (a partir del 4º año)

Gastos variables

- 1) combustible
- 2) lubricantes y otros consumibles
- 3) filtros
- 4) lavados

Mantenimiento programado

- 1) juego de neumáticos
- 2) batería (2- 3 años)
- 3) frenos
- 4) embrague

Reparaciones no programadas

- 1) averías mecánicas
- 2) reparaciones de la carrocería

Otros gastos de utilización

- 1) aparcamientos de pago
- 2) peajes

Imprevistos

- 1) Multas
- 2) Accidentes
- 3) Otros conceptos (grúa, accesorios, etc.)

Los alumnos deben recabar información concreta sobre cada uno de estos aspectos, y finalmente, evaluar el costo por kilómetro de un vehículo como el que puedan disponer en su familia.

Impacto medioambiental

Es realmente difícil de estimar. El automóvil necesita carreteras, cuya construcción y mantenimiento conlleva gastos económicos y energéticos muy elevados y trastornos sociales muy importantes, y la invasión de valles y terrenos de labradío. Las autovías de acceso a las grandes ciudades hacen que éstas, polo de atracción de las comunidades vecinas, se conviertan en agujeros negros, que absorben los recursos y la población circundantes y provocan a su vez la creación de zonas residenciales, de servicios, etc. Todos éstos y otros muchos conceptos, sean directos o inducidos, provocan enormes cambios, que es fácil cuantificar.

Sí son cuantificables, en cambio, las emanaciones gaseosas y la contribución del automóvil al efecto invernadero. El estudio simplista sólo requiere unos pocos rudimentos de química. Un coche que recorra 200.000 km. antes de ser retirado del servicio, con un hipotético consumo de 8 litros/100 km, habrá utilizado $2000 \times 8 = 16\,000$ litros de combustible y producido alrededor de 22400 metros cúbicos de CO₂.

¿Cuántos millones de automóviles hay?

Conclusión

Es fácil imaginar decenas de otras actividades y tareas que sirvan para contemplar la realidad con una visión un poco más matemática. Después de realizadas, algunos --pocos-- alumnos, incitada su curiosidad, podrán abstraer nociones que en el futuro serán valiosas. Lo que yo recuerdo es a un veterano de 2º diciéndole a un novato que se matriculaba de 1º. "Coge el Obradoiro. ¡Nunca sabes lo que va a pasar!"