

EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO PARA TODOS

Ángeles Ortiz

*Pensamiento y lenguaje son, para el artista, los instrumentos de su arte.
 Todo arte es a la vez superficie y símbolo.
 Quienes profundizan, sin contentarse con la superficie, se exponen a las consecuencias.
 Quienes penetran en el símbolo se exponen a las consecuencias.
 (Óscar Wilde. El retrato de Dorian Gray)*

Si se considera al álgebra como un arte, ¡y que menos se puede considerar! Se tiene que llegar a conseguir que se pongan de manifiesto los instrumentos de ese arte: pensamiento y lenguaje pero hasta llegar a este punto nos pasará lo que dice Óscar Wilde que tanto si nos quedamos en la superficie como si penetramos en los símbolos nos exponemos a las consecuencias. Los profesores de Secundaria nos hemos visto en más de una ocasión enfrentados a esta dicotomía y ya sabemos sus consecuencias pero a pesar de todo pocas veces hemos renunciado a prescindir de este arte.

Pero hay que justificar las razones que se tiene para introducir el álgebra porque no se puede aprender sólo porque tiene muchas ventajas o porque se requiere para estudios posteriores porque muchos alumnos no van a seguir estudios posteriores y porque muchos más no se van a dar cuenta de esas ventajas. Por ejemplo el alumno que en 3º de secundaria, a final de curso, dice sinceramente:

“yo sé que x vale para todos los valores pero yo en realidad, no sé para ninguno que sirva”

Por eso ante este nuevo reto con el que nos enfrentamos de ser profesores de todos los alumnos: de los que no quieren serlo y de los que querían serlo mucho más, nos tenemos que plantear el tema con todas sus consecuencias, pensando qué hay que dar y cómo hay que darlo.

¿Qué ideas de álgebra se espera que tengan los alumnos?

Al iniciar el álgebra lo primero que hay que plantearse es decidir cuál de los aspectos del álgebra se va a elegir:

- El álgebra como un sistema simbólico - los símbolos son los signos por los que se suele reconocer su presencia.
- El álgebra como instrumento de cálculo y, en este caso se empleará fundamentalmente para el cálculo de soluciones numéricas a problemas.
- El álgebra como un sistema de representación que permitirá jugar un amplio papel en la matematización de situaciones y experiencias.

Para muchos, el álgebra comienza en el momento que se elige un símbolo o un conjunto de símbolos para indicar un objeto o una situación y la mayoría de las veces sólo se ha reconocido la presencia del álgebra en este caso. Pero esto no es suficiente para garantizar el nombre de álgebra y la representación para ser verdaderamente algebraica debe estar dotada de una estructura.

El álgebra elemental se suele asociar con la acción: agrupar términos parecidos, factorizar, operar, resolver ecuaciones, simplificar expresiones, sumar sucesiones, dibujar gráficas,.... Cada expresión algebraica en cuanto se escribe se tiene una urgente necesidad de hacer algo más (Wheeler, D, 1996) y con la resolución de problemas de un tipo determinado y pocas veces se utiliza para representar situaciones.

El álgebra proporciona un conjunto de herramientas: tablas, gráficas, fórmulas, ecuaciones, sucesiones, identidades, relaciones funcionales, ... muy relacionados entre sí pero que en muchos casos no se ve esta relación. Estas herramientas sirven de ayuda para resolver problemas pero a veces también se pueden utilizar para descubrir e

inventar cosas. ¿Pero cuántos alumnos pueden aprovechar estas ventajas?

Los obstáculos del aprendizaje del álgebra

Con el álgebra se produce un distanciamiento de la realidad que contribuye a marginar a muchos alumnos, que no logran relacionar los símbolos que se están utilizando para resolver una situación con la situación en sí misma. Sin embargo no es fácil distinguir si esto es intrínseco del aprendizaje del álgebra o es propio de las formas tradicionales de enseñarla.

Pero el mayor obstáculo se produce por el hecho de que el álgebra utiliza muchas de las palabras y símbolos de la aritmética. Y esto que tiene un lado positivo, pues permite un acceso inmediato a expresiones algebraicas sencillas, también tiene un lado negativo porque dan a los símbolos el mismo significado que le dan en aritmética y a veces esto lleva a error como ocurre en el caso del 23 y en $2x$..

Además el álgebra es intrínsecamente muy general y muy abstracta y de contexto libre. La razón por la que el álgebra funciona de forma tan eficaz como cálculo es que trata datos imparcialmente aunque no se relacionen con el significado del contexto en el que están situados. Esto es útil si se trata de manipular símbolos pero se convierte en un gran inconveniente cuando se trata de dar significado a los símbolos.

Por eso cuando se inicia el álgebra hay que tener en cuenta todas estas dificultades y muchas otras como son: las diferentes interpretaciones que hacen del uso de las letras (incógnita, número generalizado, variable, objeto, etc..), los convenios de notación, los diferentes usos del signo igual, la naturaleza de la respuesta, el concepto de variable, la traducción de enunciados del lenguaje natural al lenguaje algebraico, las cuestiones relacionadas con el planteamiento y resolución de ecuaciones, las características de los problemas de enunciado con resolución algebraica, Todo esto ha sido tratado en las investigaciones didácticas que se han realizado en las dos últimas décadas, pero el álgebra escolar en nuestro país no ha cambiado mucho en los últimos veinte años y, para comprobar esto, basta con echar un vistazo a los nuevos textos de secundaria y comprobar que no han tenido en cuenta las graves dificultades cognitivas implicadas en el aprendizaje de este tema, ni los nuevos enfoques recomendados para su enseñanza.

¿Cuándo podemos hablar de pensamiento algebraico?

Pero aunque se haya tratado el álgebra en los distintos niveles y se hayan dado los contenidos establecidos en ellos eso no implica que se dé en nuestros alumnos un pensamiento algebraico. Sólo podemos decir que esto ocurre cuando se trata con situaciones en las cuales el álgebra se utiliza de forma correcta. Aunque no siempre es fácil definir en qué consiste esta precisión. Para ayudar a ello se puede utilizar como referencia la expresión: $3(x+5) + 1$. (Kieran,C.,1995)

- Esta expresión puede representar un proceso de cálculo que consiste en una sucesión de instrucciones: sumar 5 a un número, multiplicar el resultado por 3 y después sumar 1.
- O puede representar un cierto número cuando se da un valor a la x . En este caso en vez del proceso de cálculo se trata del resultado de ese cálculo o incluso, si en ese momento el número x es desconocido, se puede interpretar la expresión completa como un número.
- O puede representar una aplicación que transforma un número x en su imagen $3(x+5) + 1$. En este caso la expresión refleja un proceso de cambio.

Se puede decir que una persona tiene un pensamiento algebraico cuando al enfrentarse con los problemas algebraicos adopta indistintamente cualquiera de estos significados. Lichenski (1994) se refiere a esta capacidad como “versatilidad” y “adaptabilidad” del conocimiento algebraico. La experiencia nos dice que los alumnos de secundaria carecen de esta capacidad para pasar de una forma a otra cuando lo pide la situación pues para que esto ocurra es necesario, como mínimo, que se domine la idea de variable, se conozcan las reglas de cálculo de las operaciones y se relacionen los objetos matemáticos con su significado.

Por el contrario, con bastante frecuencia eligen otra posibilidad, y es que ven esa expresión como una simple cadena de símbolos que no representan nada, un objeto algebraico en sí mismo, que se puede manipular y combinar con otras expresiones pero que desde una perspectiva semántica está vacía de contenido

La aproximación actual al álgebra

Hay un consenso general sobre qué álgebra enseñar en secundaria y para ello se suele seguir una secuencia bastante aceptada: expresiones algebraicas; ecuaciones de primer grado y problemas con ecuaciones de primer grado; sistemas de ecuaciones y problemas con sistemas de ecuaciones; ecuaciones de segundo grado y problemas con ecuaciones de segundo grado. Para pasar después a funciones y gráficas en un capítulo diferente y con escasa relación con lo anterior.

¿Se ve de esta forma la unidad -que llamamos álgebra- detrás de la aparente diversidad de enfoques? ¿O se queda uno simplemente con la idea de que cuando aparecen las letras estamos en álgebra y sino no? ¿Motivan estos temas a nuestros alumnos?

El problema actual se agrava debido a la presencia de alumnos poco motivados para el estudio y al escaso tiempo que se asigna a las matemáticas en la secundaria. El álgebra necesita mucho más tiempo del que se le está dedicando en la actualidad y no se puede aprender por el hecho de que se den todo lo que está previsto en secundaria sino que hace falta un enfoque diferente que tenga en cuenta las dificultades de esta área pero también hace falta que su comienzo se retrase hasta que no se hayan dominado muchos aspectos de la aritmética como son los símbolos y las operaciones con números, la jerarquía de las operaciones, el uso de paréntesis, sacar factor común y aplicar la propiedad distributiva, la resolución de problemas aritméticos, etc.

Pero a pesar de todo las dificultades propias de esta parte de las matemáticas tan necesariamente alejada de la realidad no podrán desaparecer hasta una etapa posterior a la secundaria donde el trabajo con expresiones algebraicas, funciones,... facilitará esta tarea.

Bibliografía

BEDNARZ, N; KIERAN, C.; LEE, L. (1996): *Approaches to Algebra: perspectives for research and teaching*. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.

KIERAN, C.(1995): A Functional Approach To The Introduction Of Algebra - Some Pros And Cons. *Proceedins of the PME XVIII* (pp. 157-175) Lisbon. Portugal.

KIERAN, C. (1996) : The changing face of school algebra. *Actas del ICME 8* (pp.271-286). Sevilla. Madrid.

ORTIZ, M.A. (1997): El lenguaje algebraico en la escuela: cómo conseguir un equilibrio entre investigación y práctica. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas* nº 14 (pp. 47-60)