

Matemáticas en el bachillerato. Reflexiones sobre estructura y currículum.

José Luis Valcarce Gómez
IES Pontepedriña
Santiago

Las reflexiones que pueden hacerse sobre un tema, siempre importante y siempre de actualidad, como es la educación, suelen ser el origen de preguntas y de formulación de problemas que casi siempre quedan sin respuestas o con respuestas controvertidas. Respuestas que sólo satisfacen a algunos o que sugieren más preguntas. Es por ello que, en esta ponencia, mi intención, como indica el título, es apuntar algunas de estas cuestiones que, creo, surgen inevitablemente cuando se reflexiona sobre el modelo teórico, organizativo y curricular, de la reforma en relación con su puesta en práctica.

Planteada así la ponencia, el primer inconveniente que puede aducirse es la relativamente corta historia de la reforma, lo que lleva aparejado una escasa práctica de la que tomar datos además de una experiencia sesgada, motivada por la falta de generalización del nuevo sistema. Todo ello implica que nos movamos, tanto en la formulación de preguntas como en las respuestas que puedan ofrecerse, dentro de la provisionalidad.

Para dotar de un armazón, coherente con la normativa, a lo que sigue, me propongo dividir este texto en varios apartados que traten de los dos pilares en los que se asienta el nuevo modelo educativo: la estructura organizativa y el currículo, del que destacaremos la función que tienen sus contenidos a la luz de los objetivos generales, criterios de evaluación y la metodología que se propone. Todos estos factores condicionan el alcance y el significado que deben tener las matemáticas del bachillerato para los estudiantes.

Estructura

Es una perogrullada, pero lo que define el Bachillerato es su situación de puente entre la última etapa de enseñanza obligatoria y cualquiera de las siguientes alternativas, académicas o no, que se presentan al finalizar la etapa: Universidad o Ciclos formativos o mundo laboral. Es, por tanto, una etapa con el consabido doble carácter: preparación para estudios posteriores y formación general que facilite la inserción en la sociedad. Para cumplir con esa doble (o triple) finalidad, la legislación prevé un bachillerato de dos años de duración. Repasando la historia educativa reciente (de la que tengo conciencia) vemos una clara evolución a la baja en la duración del bachillerato, como se refleja en la siguiente tabla:

	Duración de Bachillerato	Curso adicional
Previa a la Ley General de Educación (<1970)	4 años + 2 años	Sí (Preu)
Ley General de Educación (1970)	3 años	Sí (Cou)
LOGSE (1990)	2 años	No

La tabla pone también de manifiesto la existencia de un curso adicional, diseñado por las universidades, con la finalidad específica de preparación para esos estudios.

La primera cuestión que puede surgir de estos datos es la adecuación de la duración del bachillerato para los fines que se le asignan. A mi modo de ver puede responderse afirmativamente en lo referente a la finalidad de formación general y a la de preparación para seguir estudios de los ciclos formativos de grado superior, como argumentaré a continuación.

Finalidad de formación general

Parece indudable que el posible uso que puede hacer de la matemática un ciudadano en su vida cotidiana es cubierto con creces con los contenidos que se imparten en el bachillerato actual y que se impartían en los anteriores, incluso aunque estos contenidos se hubieran asimilado sólo muy parcialmente. Muchos de los contenidos que ahora se proponen, y se proponían antes, sólo tienen sentido en la continuación de estudios. Ninguno de nosotros, matemáticos de profesión, tiene la necesidad de calcular una derivada o de resolver un sistema de ecuaciones en nuestras actividades habituales no profesionales. Lo mismo sucede con muchos otros colectivos de trabajadores. Por eso no es aventurado afirmar que los contenidos matemáticos de la educación no universitaria están sobredimensionados en lo que respecta a la finalidad de proporcionar a los alumnos "... los conocimientos y habilidades que les permitan desempeñar sus funciones sociales con responsabilidad y competencia". [LOGSE, Art. 25.3]. Seguramente, para el desempeño de estas funciones se requiere hacer menos énfasis en los contenidos matemáticos incluidos en el bachillerato y más en algunas de las capacidades enunciadas en sus objetivos generales.

Pero la pregunta es ¿son suficientes dos años de bachillerato para cubrir las necesidades matemáticas de un ciudadano? Nótese que la duración de la escolarización de un bachiller LOGSE (incluyendo la Educación Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria) iguala a la de un bachiller LGE y supera en un año a la de un bachiller anterior a esta ley (contabilizados también los períodos anteriores). Y aunque no hay duda de que los conocimientos y habilidades matemáticas que se requieren se han modificado a lo largo de los años (han aparecido nuevos contenidos, se han otorgado otras perspectivas a contenidos tradicionales, se han cambiado modos de hacer, etc.), parece claro que desde este punto de vista no hay diferencias en las que el actual sistema pueda salir perjudicado en una comparación con los anteriores. Y si las hay, son favorables al nuevo puesto que uno de los sesgos que se le da al actual currículo de matemáticas va en la dirección de conectarlo, en la medida de lo posible, con las actividades reales del entorno del ciudadano. Sesgo que no existía, o tenía menos peso, en los programas de la LGE.

Preparación para los ciclos formativos de grado superior

Por otro lado, cabe señalar que el currículo del bachillerato también está diseñado para tratar "contenidos formativos que constituyen la base científico-tecnológica y las destrezas comunes que son necesarias como fundamento y soporte de un conjunto de técnicas o campos profesionales." [MEC] Es lo que se ha dado en llamar la Formación profesional de Base que, a diferencia de los anteriores sistemas, está presente a lo largo de toda la educación secundaria, tanto obligatoria como en el bachillerato. Esta presencia, implícita en todas las materias, debe hacerse más explícita en los contenidos de las asignaturas optativas. Es también un factor importante a tener en cuenta que, en la esencia de los estudios de los ciclos formativos de grado superior, tiene más peso la

componente de aplicación de la tecnología que el estudio de sus fundamentos. Por eso no son necesarios unos conocimientos profundos de matemáticas. Si, además, tenemos en cuenta que la mayoría de los procedimientos matemáticos que se precisan en el desarrollo de las funciones profesionales se realizan con ayuda de la tecnología, podemos pensar que las matemáticas del bachillerato deberían enfatizar más los aspectos de comprensión de los conceptos, de reconocimiento de situaciones en los que aparecen, de decisión de cuando es adecuado aplicar un procedimiento, de interpretación de resultados, etc., que aquellos otros ligados a la formalización y al cálculo algorítmico, para configurar una matemáticas más funcionales y significativas. Y, en efecto, son estos aspectos los que constituyen una novedad en el currículo.

Preparación para la universidad

Cuando se contempla la tercera finalidad del bachillerato, la que tradicionalmente ha tenido más peso: preparación para iniciar estudios universitarios, tenemos la tendencia a pensar que hay más dificultades para alcanzarla que las que teníamos en anteriores sistemas. Esta tendencia viene avalada por varios hechos:

- Comparamos la situación actual con las anteriores, en las que el bachillerato preparaba específicamente para la universidad, dado que la formación profesional seguía una vía académica diferente. Como consecuencia el perfil de los estudiantes que seguían la vía del bachillerato era más adecuado a la finalidad que perseguían.
- Tras el bachillerato había un curso específico de preparación para la entrada en la universidad.
- Aunque la escolarización total del estudiante, antes de su ingreso en la universidad, es similar en este plan y en los anteriores, no olvidamos que la duración de los bachilleratos anteriores era mayor. El bachillerato LOGSE tiene sólo dos años de duración.
- La formación que los estudiantes reciben antes de abordar estos estudios tiene, sobre el papel, unas características distintas de las que tenía en sistemas anteriores. Estas características son poco compatibles con las habilidades que tradicionalmente son exigibles por la universidad en sus pruebas de acceso y en los primeros cursos de sus facultades. Como consecuencia, durante el corto bachillerato LOGSE, los estudiantes además de alcanzar las capacidades que señala el ambicioso currículo de matemáticas, tienen que hacer frente al déficit de preparación en ese otro tipo de contenidos (fundamentalmente de tipo operatorio y algorítmico).
- Las horas de docencia específica de matemáticas también han disminuido. Los tres cursos de BUP suponen una carga lectiva de 12 horas semanales. Los dos cursos de bachillerato LOGSE ocupan 8 horas semanales. Si además contabilizamos las 4 horas de COU, la desventaja horaria del nuevo bachillerato es clara.

Puede parecer que el discurso viene a denostar el actual bachillerato. Pero no es esa mi intención. A mi modo de ver los objetivos, los contenidos y la metodología del actual bachillerato se ajustan más a lo que debe ser una formación básica en matemáticas, que los correspondientes de los planes anteriores. Éstos eran demasiado formales, demasiado abstractos, demasiado complejos, con pocas o ninguna aplicación, y configuraban unas matemáticas muy separados del entorno, lo que les haría más inalcanzables para una mayoría de estudiantes que además, en la actualidad, provenien de una vía académica diferente.

Mi única intención es señalar que la estructura temporal del bachillerato condiciona naturalmente las posibilidades que los estudiantes para satisfacer las antiguas (y constantes) exigencias de la universidad. No se entiende que coincidieran dos procesos de reforma de las enseñanzas, universitarias y no universitarias, sin haber una coordinación entre los responsables de ambos niveles. De haber existido, esta coordinación podría haber anticipado los problemas y ponerles previamente remedio, adaptando los contenidos de matemáticas de los diversos estudios universitarios a la nueva realidad de la estructura y contenidos de las matemáticas no universitarias.

Materias propias de modalidad y materias optativas

Pero sigamos analizando la estructura del bachillerato y en que afecta a su finalidad propedéutica. El artículo 27, apartados 1 y 2, de la LOGSE establece que “1. El bachillerato se organizará en materias comunes, materias propias de cada modalidad y materias optativas”. “2. Las materias comunes del bachillerato contribuirán a la formación general del alumnado. Las materias propias de cada modalidad de bachillerato y las materias optativas le proporcionarán una formación más especializada, preparándole y orientándole hacia estudios posteriores o hacia la actividad profesional. El currículo de las materias optativas podrá incluir una fase de formación práctica fuera del centro.”

Tanto la estructuración del bachillerato en distintas modalidades como la organización en tipos de materias tiene como fin la atención a la diversidad, salvaguardando una formación común de todos los estudiantes independientemente de la modalidad o de las materias que elijan. Es esta, a priori, una de las ventajas o bondades del nuevo sistema. Sin embargo, la duda surge cuando se analiza el peso otorgado a cada una de las materias dentro del bachillerato en relación con el que tienen en la prueba de acceso a la universidad.

El único dato objetivo para establecer comparaciones es el horario asignado a las diferentes materias. El hecho es que tanto las materias propias de modalidad como las optativas disponen del mismo horario: 4 sesiones semanales. Pero con respecto a la prueba de acceso las materias optativas no cuentan. Así que el legislador otorga el mismo peso académico a unas materias y a otras, con lo que parece comunicarnos que tanto unas materias como otras tienen la misma importancia. Pero tarda poco en desmentirse, como comprueban todos aquellos estudiantes que acuden al examen de acceso. Incluso puede suceder que las Matemáticas, y otras materias, dispongan en la práctica de menos horario que algunas materias optativas. No olvidemos la tendencia actual, que no critico pero que existe, de trasladar a los alumnos del centro para que asistan a diversas actividades, casi todas relacionadas con actos culturales no científicos.

Hay, por tanto, una contradicción en el legislador que asigna los mismos recursos a las matemáticas que a otras materias que académicamente no tienen la misma consideración.

¿Qué medidas pueden tomarse para paliar el problema apuntado? Se me ocurren varias, aunque no todas de la misma naturaleza y no todas con la misma dificultad de aplicación.

- Dado que la duración del bachillerato es poco compatible con la finalidad propedéutica en relación con los estudios universitarios, parece lógico introducir un

nuevo curso específico de preparación para la universidad, como los existentes en los anteriores planes de estudios. El inconveniente de esta propuesta reside en que se alargaría un año más la escolarización de algunos estudiantes.

- Asignar más horas a las materias propias de modalidad, en detrimento de las materias optativas, modificando a la baja los objetivos y contenidos de éstas. El inconveniente de esta opción está en las resistencias de los colectivos de profesores que se verían afectados por una merma de su horario.
- Ajustar los contenidos de la materia al horario disponible y a la historia académica de los estudiantes. Esto exigiría una labor de coordinación y de negociación con la universidad, en donde los que más tendrían que ceder serían ellos.

Personalmente creo que ninguna de las tres posibilidades es fácilmente realizable.

Currículo

Cada una de la Comunidades Autónomas con competencias en Educación estableció el currículo de cada una de las materias comunes y de las materias propias de modalidad del bachillerato, basándose en el Real Decreto 1178/1992 de 2 de Octubre, conocido con el nombre de Decreto de mínimos. Además cada una de estas comunidades pudo definir, según criterios propios, las materias optativas de cada una de las modalidades del bachillerato y sus correspondientes currículos.

El decreto de enseñanzas mínimas establece los aspectos básicos de los objetivos, los contenidos y los criterios de evaluación para cada una de las materias comunes y materias propias de modalidad de los bachilleratos. Estos aspectos básicos no deben requerir, en ningún caso, más del 55% del horario escolar para las Comunidades con 2ª lengua o más del 65% para las restantes. Todos ellos deben estar recogidos en los diferentes Diseños Curriculares Base elaborados por las distintas administraciones autonómicas, con el fin de garantizar una formación con un tronco común para todos los alumnos y la homologación de los títulos correspondientes [LOGSE , Artículo 4.2]. En todo lo que sigue, salvo si se especifica lo contrario, me referiré a este Real Decreto de enseñanzas mínimas.

Autonomía de los centros

Si comparamos este decreto con los correspondientes a las enseñanzas de la Educación Primaria (EP) y de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), lo primero que llama la atención es el cambio de criterio sobre la llamada “autonomía pedagógica y organizativa de los centros”.

Uno de los fundamentos de esta “autonomía” reside en el establecimiento de un currículo suficientemente abierto, que permita su adaptación a los distintos centros. Para lograr este propósito se han seguido dos vías: a) los enunciados de los diferentes currículos se redactan de una manera genérica; b) se establecen currículos para la totalidad de la etapa, dando libertad a los centros para determinar la secuencia de objetivos, contenidos y criterios de evaluación en cada uno de los cursos. De estos dos aspectos presentes en la enseñanza obligatoria, sólo el primero de ellos permanece en la definición del currículo del bachillerato.

Es discutible si es ventajoso o no este modelo curricular de la reforma: el llamado currículo abierto que permite un desarrollo curricular basado en cada centro. Pero

extraña que lo que era bueno para la educación obligatoria deje de serlo para el bachillerato. Al profesorado se le brinda la oportunidad de decidir la secuencia de objetivos, contenidos y criterios de evaluación para cada uno de los cursos de la ESO en cada uno de sus centros. Con lo que tiene, por un lado, la ventaja de disfrutar de la libertad de poder adaptar el currículo a las peculiaridades y necesidades de su centro, de su alumnado (=atención a la diversidad); pero por otro lado, el trabajo adicional que implica esta toma de decisiones. Llegados al bachillerato se le libera de la última tarea a cambio de perder poder de decisión sobre la primera. El hecho es que el currículo queda establecido para cada uno de los cursos.

Secuencia de contenidos

Ante este hecho surge la siguiente cuestión: ¿Estamos los docentes, en general, de acuerdo con la secuencia establecida en el decreto de enseñanzas mínimas?

¿Hubiéramos preferido un currículo para toda la etapa, manteniendo la libertad de secuenciación para cada curso?. Como no he hecho ni conozco ningún estudio sobre estos temas, lo único que me queda, es dar mi opinión. La secuencia de contenidos que establece el decreto de enseñanzas mínimas para 1º y 2º de bachillerato presenta, en algunos aspectos, cierta falta de coherencia con las finalidades del bachillerato.

Expondré, a continuación, mis razones.

1. Se abandona la opción de trabajar el “currículo en espiral” (Bruner) en el bloque de contenidos de Estadística y probabilidad a lo largo de la etapa, puesto que estos contenidos se tratan solamente en el primer curso de bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y del Bachillerato de Tecnología. Las ventajas de seguir este criterio parecen claras y además son coherentes con la metodología que auspicia esta reforma. El tratar los temas paulatinamente, sin agotarlos en un año, ofreciendo la oportunidad a los estudiantes de volver a retomarlos al año siguiente, para, en algunos casos, afianzar su conocimiento, y en otros poder profundizar en él, constituye, claramente, un buen principio de actuación docente, que debe empezar, desde luego, en la etapa de planificación.

Los estudiantes han tenido, durante la ESO, una aproximación de carácter más manipulativo que formal, a estos temas de estadística y probabilidad. Se llega al concepto de probabilidad paulatinamente, intentando cuantificar la incertidumbre presente en muchas ocasiones en el lenguaje natural. Para ello deben presentarse situaciones y actividades en las que los estudiantes tengan oportunidades de: apreciar cualitativamente probabilidades de sucesos originados en juegos; asignar probabilidades numéricas a través del enfoque frecuencial, utilizando diferentes técnicas de recuento; expresar la probabilidad en diferentes formatos (% , decimales, etc.); para terminar asignando probabilidades teóricas por medio de la regla de Laplace. Una historia similar puede contarse sobre los contenidos de estadística, que van afianzándose a lo largo de la ESO para que, al finalizarla, los estudiantes logren interpretar informaciones sencillas dadas en lenguaje estadístico, o para que puedan producirlas mediante la recogida, la organización y el análisis de datos.

Partiendo de esta situación, que en teoría no es mala y que cumple de sobra con los objetivos generales de la ESO, parece una tarea poco menos que imposible poner a los estudiantes, en un plazo de un par de meses, en disposición de comprender, pongo por caso, lo que es una distribución de probabilidad continua y de utilizarla

en algún sentido práctico. O de utilizar el álgebra de sucesos para poder asignar probabilidades; o de comprender lo que son sucesos independientes, etc.

No soy ingenuo y sé que, se presenten como se presenten los contenidos, es muy difícil que los alumnos (nosotros también) alcancen una comprensión “aceptable” tras un primer contacto con cualquier tema. Sé que se necesita volver sobre ellos pasado un tiempo, y aún así aprender no es tarea fácil. Ahí reside la ventaja de la continuidad y la progresión en el aprendizaje que patrocina el llamado currículo en espiral.

Pero además, constituye un gran inconveniente para el aprendizaje de contenidos dejar pasar demasiado tiempo sin regresar a visitarlos. ¿Qué pueden recordar los estudiantes sobre estadística y probabilidad cuándo se incorporen a los primeros cursos de las distintas facultades y escuelas técnicas, después de haber pasado un año sin tener referencias sobre esta materia?. La respuesta es: poco o nada. Vuelvo a no ser ingenuo y a saber que tampoco recuerdan mucho tras unas vacaciones de verano, pero con seguridad recordarán más.

2. Existen conceptos básicos que no se abordan (en teoría) hasta segundo curso de bachillerato. Me refiero a los conceptos de vector y de derivada, que aparecen formulados de la siguiente manera: en el bloque de Análisis “Introducción a los conceptos de límite y de derivada de una función en un punto”; en el bloque de Geometría “Vectores: introducción al concepto y operaciones a partir del estudio de problemas físicos concretos”. Creo que es un desacierto, que la práctica se encarga de solucionar, una introducción tan tardía a estos conceptos tan básicos por dos motivos:
 - Es incoherente con la orientación que se da a esta materia en la introducción del propio decreto de enseñanzas mínimas, en donde se afirma: “Las Matemáticas en el Bachillerato desempeñan un triple papel: instrumental, formativo y de fundamentación teórica. En su papel instrumental, proporcionan técnicas y estrategias básicas, tanto para las otras materias de estudio, cuanto para la actividad profesional. Es preciso, pues, atender a esta dimensión, proporcionando a los alumnos instrumentos matemáticos básicos,...”. Ninguna materia como la Física pone de manifiesto este papel instrumental que el legislador otorga, con buen criterio, a las matemáticas. Pero los profesores de las materias de Física y Química de 1º de bachillerato o de Física de 2º, o de Mecánica o de Electrotecnia, por poner ejemplos claros, no pueden beneficiarse en modo alguno de la utilización de instrumentos que, con seguridad, los estudiantes no poseerán hasta bien entrado el 2º curso de bachillerato, si no se inicia su aprendizaje en 1º curso.
 - No sólo es imposible profundizar en el conocimiento de la Física sin los conceptos de vector y de derivada. Las matemáticas también son instrumento para las propias matemáticas. El estudio de la geometría analítica parece haber encontrado un instrumento muy valioso en el concepto de vector. Es un concepto básico sin el que se progresa con dificultad en el análisis de problemas geométricos afines y métricos. Lo mismo sucede con el concepto de derivada, quizá el más complejo de todos los que son objeto de estudio en el bachillerato.

Precisamente por su dificultad y por las razones antes expuestas es preferible abordarlo de modo paulatino, de manera que los estudiantes tengan la oportunidad de realizar diferentes actividades sobre ellos, de dificultad creciente, proporcionado así mejores condiciones para su asimilación.

Ante esta situación, en Galicia se tomó la decisión de establecer el currículo del Bachillerato para toda la Etapa. Esta opción tiene la virtud de mantener una línea uniforme con el resto de los currículos de la enseñanza no universitaria, confiando a la responsabilidad de los profesores el establecimiento de la secuencia de objetivos, contenidos y criterios de evaluación en cada uno de sus centros y devolviéndoles, por tanto, la misma cuota de autonomía pedagógica y organizativa de que disfrutaban en las etapas anteriores. Pero tiene también una desventaja. En la Comunidad Autónoma de Galicia la prueba de selectividad se realiza, por motivos obvios, sobre el conjunto de contenidos de los dos años de bachillerato. Esto coloca a nuestros estudiantes ante la necesidad de realizar un mayor esfuerzo que otros que, por ejemplo, no han de rendir cuentas sobre sus conocimientos de estadística y probabilidad, ni sobre la trigonometría, etc.

Tipología de contenidos

Otro aspecto destacable de los contenidos es la manera en que aparecen formulados en el decreto de enseñanzas mínimas. El legislador no se conforma con dar una lista escueta de contenidos matemáticos. De alguna manera se preocupa de cerrar el currículo (contradiciéndose en cierto grado con su declaración de intenciones en la LOGSE) prescribiendo:

- La forma en que deben ser impartidos. Ej.: “Estudio de las razones trigonométricas a partir de la proporcionalidad en un triángulo rectángulo”.
- La forma en qué deben ser utilizados. Ej.: “Transcribir una situación real problemática a una esquematización geométrica y aplicar las diferentes técnicas de medida de ángulos y longitudes y de resolución de triángulos para encontrar las posibles soluciones...”.

Y, por tanto, limitando el alcance de los contenidos. Este tipo de matizaciones, que acotan los contenidos y los perfilan, está presente a lo largo de todo el texto del decreto de enseñanzas mínimas.

Otro aspecto diferencial con respecto a la situación anterior consiste en la consideración de los contenidos como un medio y no como un fin en sí mismos. Un medio para desarrollar las capacidades que permitan la integración de los estudiantes en la sociedad en las mejores condiciones. Es por ello que el énfasis no reside sólo en los contenidos conceptuales, en los que se basa una parte del saber necesario para comprender la realidad y para expresar y entender el conocimiento. Es también preciso que los estudiantes sepan actuar basándose en técnicas, estrategias y en todo tipo de destrezas de tipo práctico, todo lo que constituyen los llamados contenidos procedimentales o el “saber hacer”. Así mismo es necesario que manifiesten diversas actitudes ante normas que recogen valores, por lo que se reconoce también el papel de los contenidos actitudinales.

Otra diferencia formal con el currículo de la ESO es que en el Decreto de enseñanzas mínimas no se hace explícita esta clasificación de contenidos. Pero esta diferencia no es de fondo porque implícitamente aparece reflejada esta tipología, además de en los

propios contenidos, en la introducción, en los objetivos generales y en los criterios de evaluación. En la Comunidad Autónoma de Galicia se ha preferido hacerlos explícitos, de manera que en cada bloque de contenidos, éstos se presentan agrupados según su tipología. Esta forma de presentarlos puede chocar al profesorado que, en general, parece sentirse tan asfixiado por el nuevo vocabulario que trae consigo la reforma, como lo puedan estar nuestros alumnos si son sometidos a un tratamiento similar: abundancia de nombres que para la mayoría nada o poco significan y que parecen carecer de funcionalidad.

Como apuntamos en el párrafo anterior, el legislador se vale de más aspectos que el sólo redactado de los contenidos para intentar hacernos partícipes de sus intenciones educativas. Utiliza también la Introducción, los Objetivos generales y los Criterios de Evaluación. Permítaseme repasar por encima el contenido y el significado que yo atribuyo a estos apartados para exponer mi posición con respecto al currículo del bachillerato.

Objetivos generales

Los Objetivos generales establecen las capacidades que los alumnos deben desarrollar o adquirir durante toda la etapa. Están subordinados a las finalidades y objetivos del bachillerato, a cuya consecución deben contribuir todas las materias. Puede afirmarse que sus enunciados atienden tanto al proceso de desarrollo personal como a las conductas observables.

Las capacidades a que se refieren los objetivos generales de los currículos de Matemáticas y de Matemáticas aplicadas a la Ciencias Sociales pueden agruparse en cinco categorías:

- Comunicarse por medio de los diferentes lenguajes matemáticos para obtener, tratar y producir información. Lo que implica la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos, y el aprendizaje del vocabulario, terminología y simbología propios de las matemáticas. (Objetivos 1,3,5 del currículo de Matemáticas y objetivo 7 del currículo de Matemáticas aplicadas)
- Valorar las matemáticas desde dos puntos de vista: a) comprendiendo lo que aportan al desarrollo de la sociedad actual y explorando las interrelaciones con las disciplinas a las que sirve y de las que se sirve (ciencias físicas y de la vida, ciencias sociales, etc.); b) manifestando las actitudes asociadas al trabajo matemático (el análisis crítico de las afirmaciones, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión, el cuestionamiento de las ideas intuitivas, la flexibilidad para cambiar de punto de vista, etc.) (Objetivos 6,8,9 del currículo de Matemáticas y objetivos 3,4,8 del currículo de Matemáticas aplicadas)
- Realizar investigaciones y explorar fenómenos formulando modelos matemáticos a los que se ajusten. (Objetivo 4 del currículo de Matemáticas y objetivo 3 de Matemáticas aplicadas)
- Aplicar las matemáticas en la resolución de problemas de la actividad cotidiana, científica, tecnológica o propia de las ciencias sociales. (Objetivo 2 de Matemáticas y objetivo 1 de Matemáticas aplicadas)
- Utilizar formas de pensamiento lógico: establecer definiciones precisas, justificar procedimientos, encadenar coherentemente los argumentos, detectar incorrecciones

lógicas, adquirir rigor en el pensamiento científico (Objetivo 7 de Matemáticas y objetivo 6 de Matemáticas aplicadas)

Todos estos objetivos son coherentes con las finalidades y objetivos generales del Bachillerato. Se aprecia, además, que en conjunto hacen referencia a capacidades relacionadas con los tres tipos de contenidos, perfilando unas matemáticas en donde cobran valor los contenidos procedimentales y actitudinales. Esta forma de enfocar las matemáticas no universitarias está en sintonía con lo que en otros países han creído adecuados a sus sistemas educativos. Por ejemplo en [NCTM] establecen cinco fines generales para todos los estudiantes del nivel P-12: “(1) que aprendan a valorar la matemática, (2) que se sientan seguros de su capacidad para hacer matemáticas, (3) que lleguen a resolver problemas matemáticos, (4) que aprendan a comunicarse mediante las matemáticas y (5) que aprendan a razonar matemáticamente.”

Criterios de evaluación

Para ayudar al profesorado a decidir sobre si los estudiantes han alcanzado las capacidades a las que se alude en los objetivos generales es bueno disponer de instrumentos en los que esas capacidades se concreten en tareas observables. Ese es el motivo de la presencia de los criterios de evaluación.

Todos los criterios de evaluación están redactados con entradas de tipo procedimental. En ellos se establecen una serie de tareas que deben realizar los estudiantes. Se entiende que si un estudiante es capaz de llevarlas a término en el grado que se especifica, entonces habrá alcanzado las capacidades enunciadas en los objetivos generales. Estas tareas hacen referencia a los contenidos, de manera que parece que se estén repitiendo los mismos enunciados en los bloques de contenido y en los criterios de evaluación. Esto debe ser así, pues no debemos exigir a los estudiantes nada diferente a lo que enseñamos.

Procedimientos

En los criterios de evaluación cobran un gran peso los contenidos de tipo procedimental, lo que ha llevado a algunos a pensar que se esconde a los estudiantes una de las características de las matemáticas: su gran riqueza conceptual, en la que tradicionalmente se insistía mucho. Pero los saberes deben tener, sobre todo a estas edades, también una dimensión práctica, en la que puedan aplicarse y usarse. Saber matemáticas tiene poco o ningún sentido si no se usan. Es en la aplicación y utilización del conocimiento en la resolución de actividades con un objetivo concreto, cuando aquél adquiere valor.

Como consecuencia de este enfoque se obliga a cambiar el énfasis de la enseñanza de las matemáticas desde el “saber” hasta el “hacer”. En esta aproximación al “saber” matemático por medio del “hacer” subyacen una serie de características que analizaré a continuación:

- **Activismo.** Con este término quiero referirme a un vicio en el que se puede caer al realizar actividades que involucren procedimientos, sin un hilo conductor que las guíe, sin una comprensión de por qué es conveniente aplicar un procedimiento y no otro, sin tener una comprensión de la razón del funcionamiento del procedimiento,... Es decir, olvidando y ocultando a los estudiantes el soporte conceptual de las

situaciones, para presentar las matemáticas como un repertorio de instrucciones de uso.

Este activismo puede generar en los estudiantes una falta de visión global de los contenidos y de su progresión a lo largo de la etapa y una dificultad para interpretar la intención de las actividades que se les proponen. Es el profesor quien tiene que evitar que los alumnos se queden con la falsa idea de que las tareas se justifican por sí mismas.

Es ésta una situación extrema, como extrema es la opuesta: no enseñar a “hacer” sin antes “saber”. La propia naturaleza nos enseña que hay muchas cosas que se aprenden a hacer en la vida con poco o ningún soporte conceptual. Es más, muchas veces sólo se llega a la comprensión de los conceptos tras la repetición de actividades en las que éstos están presentes. Al principio de este proceso, la mayoría de nosotros manifestamos una comprensión escasa de los fundamentos de nuestras acciones, a los que vamos aproximándonos paulatinamente.

El problema de plantear la realización de actividades como puras “recetas” se agrava por la presión que sufrimos los profesores para dar cuenta de los programas de las materias que son objeto de examen en las pruebas de acceso a la universidad, lo que nos conduce, a veces, a formular como objetivo de nuestra actividad la realización de ejercicios tipo. Problema de difícil, sino imposible, solución si no se cambian las condiciones temporales de desarrollo de los programas o se acotan éstos o se cambia la concepción de la prueba de acceso.

- **Matemáticas “ligeras”.** La primera vez que escuché este término se refería a las Matemáticas II del antiguo COU. Desde entonces se utiliza para identificar la enseñanza de unas matemáticas funcionales y contextualizadas, contrapuestas a unas matemáticas formales, en las que la materia se presenta a los estudiantes a partir de contenidos conceptuales. Esta orientación la tienen también las matemáticas de los nuevos bachilleratos. El rigor, la teorización y la deducción lógica presentes en BUP y, sobre todo, en Matemáticas I de COU, se contraponen a las matemáticas del bachillerato LOGSE, que están más conectadas con las aplicaciones “prácticas” y con los problemas “reales”, con el fin de hacerlas más funcionales y dotarlas, por tanto, de significado. En su desarrollo deberían utilizarse más los argumentos intuitivos e inductivos que los lógicos y deductivos; debería haber más énfasis en la resolución de problemas y menos en el cálculo algorítmico; etc. Todo lo cual sugiere que las nuevas matemáticas son también unas matemáticas “ligeras”. Que cada uno las etiquete como quiera, porque las etiquetas no añaden ni quitan validez. Pero debe tenerse en cuenta que nunca las fórmulas significaron nada por sí mismas. Lo que las hace válidas es su utilidad en la realización de alguna tarea concreta y con sentido.
- **Resolución de problemas.** Todos sabemos que las matemáticas tienen una estructura jerárquica muy fuerte, en la que existen numerosas conexiones entre los diferentes conceptos. Puede pensarse, por lo tanto, que uno de los objetivos que deben alcanzar los estudiantes en el bachillerato es la comprensión de esta rica estructura. No es este un objetivo formulado explícitamente en el currículo de la

LOGSE, aunque si hay referencias al peso de lo conceptual. Es esta una diferencia esencial con el currículo de matemáticas que estableció la LGE.

El currículo de la LOGSE busca otros caminos distintos del deductivo y de la formalización para alcanzar este objetivo. Aboga por presentar los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas, de manera que se otorga a los alumnos más oportunidades de intervenir en la construcción del conocimiento matemático. Pero la resolución de problemas, además de ser un camino metodológico (será discutido más adelante), también forma parte de los contenidos procedimentales de aprendizaje. Quizá sea esta la mayor novedad del currículo y también la mayor dificultad. Su inclusión se fundamenta en el valor formativo que tiene este contenido, ya que los procedimientos que se utilizan cuando se está resolviendo un problema y las actitudes que están presentes son de aplicación general, extrapolables a otros ámbitos más amplios que el estrictamente matemático.

¿Se puede enseñar a resolver problemas? Autores como Polya, Schoenfeld, Wickelgren, Freudenthal, Glaeser y otros han discutido sobre esta cuestión, llegando a conclusiones dispares sobre si se puede enseñar o no estrategias heurísticas o sólo pueden enseñarse tácticas. [Mason, J.; Burton, L. y Stacey, K.], [Callejo de la Vega, M.]. El hecho es que hay personas que a veces resuelven problemas, pero la mayoría de nosotros tenemos dificultades en esta empresa. Sabemos enfrentarnos a ellos, pero muchas veces sin resultado. Por eso creo que una formulación menos ambiciosa de la cuestión es ¿podemos enseñar a los estudiantes del bachillerato LOGSE a enfrentarse a los problemas de matemáticas?. Lamentablemente, mi opinión es que no se dan las condiciones adecuadas para ello. Nos enfrentamos a un problema en el que no valen heurísticos. Los programas demasiado extensos y la escasez de tiempo, unidos a la irrelevancia de este contenido en las pruebas de acceso a la selectividad, hacen que no se trate con la dedicación necesaria.

Cambio en el currículo

El enfoque formalista para las Matemáticas de BUP debería estar, por ley, todavía en vigor en aquellos centros en los que estas enseñanzas se siguen impartiendo. Sé que en la mayoría de los centros no es así. Hace tiempo que los profesores abandonaron este tipo de aproximación al saber matemático, en el que se pone el énfasis en el rigor, la teorización y la deducción lógica, configurando unas matemáticas de aspecto formal, que se presentan a los estudiantes en su versión acabada. Este tipo de enfoque del currículo fue consecuencia de la gran influencia que tuvo el grupo Bourbaki en el panorama matemático de los años 60. Influencia ampliamente analizada y criticada desde diversos sectores y países, casi inmediatamente después de que los nuevos planes de estudios se pusieran en marcha. [Kline, M.], [Piaget, J. y otros].

Basta una comparación entre el redactado de los contenidos derivados de la Ley General de Educación (BOE del 18 de Abril de 1975, página 8064) con los de la LOGSE para darse cuenta de que algo ha cambiado, por lo menos en los “papeles”. Por ejemplo:

BUP	LOGSE
1º de BUP: “Partiendo de los conceptos de anillo y cuerpo introducidos en la segunda etapa de EGB se pretende...” y a continuación va una lista en la que se mezclan objetivos y metodología.	Matemáticas I y Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I: “Utilización de los números racionales e irracionales mediante estimaciones y aproximaciones, controlando los márgenes de error acordes con las situaciones estudiadas.”
2º de BUP: “Los vectores libres se introducen como clases de equivalencia del conjunto de vectores fijos respecto de la relación de equipolencia, estableciéndose su estructura de espacio vectorial y los conceptos de combinación lineal, base y dimensión para su posterior utilización en el estudio del plano afín y del espacio afín de tres dimensiones.”	Matemáticas II: “Aplicaciones del cálculo vectorial a la resolución de problemas físicos y geométricos en el plano y en el espacio. Interpretación geométrica de las operaciones con vectores.”
3º de BUP: “Desarrollo formal de la trigonometría, teoremas de adición, relaciones en los triángulos y resolución de los mismos mediante el único uso de tablas naturales”	Matemáticas I: “Estudio de las razones trigonométricas a partir de la proporcionalidad en un triángulo rectángulo. Extensión a cualquier ángulo real.”

Las diferencias entre ambos currículos deberían hacerse todavía más explícitas en los desarrollos de los contenidos que en los enunciados del BOE. Los libros de texto siempre han sido un buen material para comprobarlo. Es indudable que de los libros de texto actuales han desaparecido algunos grandes temas y a otros se les ha despojado de su tratamiento formal, pero todavía persiste la tendencia de incluir demasiados contenidos, más de los que se necesitan para cumplir con los objetivos y criterios de evaluación del Decreto de mínimos. Como ejemplo veamos si los desarrollos que se hacen de la trigonometría en dos manuales de 3º de BUP y en otro de Matemáticas I obedecen a los cambios que el Decreto de mínimos sugiere.

La siguiente tabla muestra la secuencia de contenidos, correspondientes a la trigonometría, que aparecen en un texto de 3º de BUP editado en 1977, en otro texto de la misma editorial en 1988 y en un texto de Matemáticas I de 1996:

3º BUP (1977)	3º BUP (1988)	MATEMÁTICAS I (1996)
Unidades de medida de ángulos. Grados y radianes.		
Razones trigonométricas de un ángulo. (sen, cos, tg, cotg, sec y cosec)		No sec y no cosec
Líneas trigonométricas de un ángulo		
Relación entre las razones trigonométricas. Teorema fundamental.		
Razones trigonométricas de ángulos notables.		Desaparece
Razones trigonométricas de ángulos complementarios, suplementarios, opuestos y que difieren en dos rectos		
Reducción al primer cuadrante.		
Tablas trigonométricas.	Calculadora.	Calculadora.
Razones trigonométricas de adición: sen, cos y tag de la suma y de la diferencia de dos ángulos. Razones trigonométricas del		

ángulo doble y del ángulo mitad. Transformación de sumas en productos.		
Resolución de triángulos rectángulos.		
Teorema del coseno. Teorema del seno.		
Teorema de la tangente. Fórmulas de Briggs. Fórmula de Herón.	Desaparece.	Desaparece.
Resolución de triángulos oblicuángulos.		

Cómo se ve la mayor diferencia (y no mucha) se produce antes de la aparición de la LOGSE. El texto de Matemáticas I, en lo referente a la trigonometría, es similar al de 3º de BUP de 1988. Sólo la primera lista es coherente con los objetivos que se marcaba su currículo.

- Unas matemáticas planificadas teniendo en cuenta sobre todo criterios “epistemológicos-bourbakistas”, deben proporcionar a los estudiantes una paulatina aproximación a uno de los modos de hacer del matemático: la deducción. Por eso en el texto de 1978 no se deja ni una de las fórmulas y teoremas sin demostración. Además, muchos de los ejercicios son de tipo teórico. Se pretende que los estudiantes sean capaces de utilizar estrategias similares a las llevadas a cabo en los teoremas, para la demostración de algunas propiedades.
- La sobreabundancia de contenidos en 3º de BUP también puede ser debida al interés en presentar a los estudiantes una visión de las matemáticas en la que se hace explícita una red amplia de relaciones entre los contenidos.
- Otra razón para esta cantidad de contenidos puede radicar en la necesidad de hacerlos más operativos, ofreciendo a los alumnos instrumentos conceptuales (propiedades y teoremas) que faciliten en lo posible el cálculo. No debe olvidarse que los estudiantes sólo disponían de las tablas y de la regla de cálculo como instrumentos. Para salir adelante en la realización de cualquier ejercicio era imprescindible, además de tener cierto oficio en la manipulación de expresiones algebraicas, manejar con soltura las fórmulas trigonométricas, soltura que sólo es posible adquirir con mucha práctica.
- Algunos de los contenidos que han desaparecido de la lista en el texto de Matemáticas I obedecen simplemente al desarrollo de las tecnologías de cálculo hoy accesibles a los estudiantes, mucho más potentes y de fácil uso que las tablas y la regla de cálculo.
- La planificación del currículo de Matemáticas I y II no obedece sólo a razones epistemológicas, y aún éstas no deben circunscribirse sólo a una visión teórica de las matemáticas. Las intenciones educativas también deben apoyarse en criterios sociológicos y psico-pedagógicos. [Xunta de Galicia, 1]. Como consecuencia se establece un currículo en el que el énfasis se desplaza desde lo conceptual a lo procedimental. Pero este sesgo no se aprecia en los textos.
- En la lista correspondiente a Matemáticas I, siguen apareciendo contenidos (las fórmulas de adición, la transformación de sumas en productos)¹ que no tienen especial relevancia a la hora de satisfacer el criterio de evaluación que hace referencia a estos contenidos en el Decreto de Mínimos (“Transcribir una situación real problemática a una esquematización geométrica y aplicar diferentes técnicas de

¹ El “kirie” de las fórmulas trigonométricas.[Dieudonné]

medida de ángulos y longitudes y de resolución de triángulos para encontrar las posibles soluciones, valorándolas e interpretándolas en su contexto real”)

La mayoría de los profesores nos dejamos guiar demasiado a menudo por el camino marcado por los libros de texto. No hay duda de que éstos constituyen una gran ayuda, tanto para el profesor como para el alumno, durante el desarrollo de la programación de aula. Pero debemos ser críticos y seleccionar sólo aquellos contenidos necesarios para conseguir los objetivos didácticos que nos marquemos. Despojar la programación de lo superfluo ayuda a los estudiantes a poder asimilar mejor los contenidos que se les presenten y al profesor a centrar su tarea en lo importante.

Metodología

El llamado constructivismo, la línea metodológica adoptada por la reforma, está basada en una serie de principios psico-pedagógicos que tratan de analizar las variables de las que depende la capacidad de aprendizaje de un individuo ante un nuevo contenido. [Escaño, J. y Gil, M.]. Básicamente se postula que es el propio individuo quien debe construir el nuevo conocimiento a partir de lo que ya conoce (*conocimientos previos*), en interacción con el profesor y sus compañeros. Para ello el nuevo contenido de aprendizaje debe ser adecuado al nivel de *desarrollo psico-evolutivo* del alumno (Piaget, J. y Inhelder, B.); las actividades que se le propongan deben crear *zonas de desarrollo próximo* (Vygotski, L.S); debe producirse un desequilibrio de los esquemas de conocimiento que actúe como motor del aprendizaje (*conflicto cognitivo*) (Piaget, J); tanto el alumno como los contenidos deben cumplir una serie de condiciones para que se produzca un *aprendizaje significativo* (Ausubel, D.P.). Controlar todas estas variables no es fácil y no depende sólo del contenido y del profesor. Algunas de ellas son intrínsecas al alumno. Desde este punto de vista metodológico, el papel fundamental del profesor será el de proponer situaciones de aprendizaje, tanto como el de proporcionar información.

Como se había comentado anteriormente la resolución de problemas no sólo es un contenido de aprendizaje, sino que puede (e implícitamente así se recomienda en el decreto de mínimos) actuar como una metodología activa. Parece demostrado que los alumnos aprenden mejor en la acción que por medio de una exposición verbal (lo que no significa que a veces no sea necesario utilizarla). Por eso se propone una metodología experimental, en la que partiendo del estudio de situaciones variadas, los alumnos trabajen sobre objetos conocidos (matemáticos o no) y puedan ir construyendo ideas intuitivas sobre los nuevos contenidos. Además de constituir una forma de aproximarse al trabajo del matemático profesional, la resolución de problemas también promueve la práctica de procedimientos y la adquisición de actitudes de aplicación más general, extrapolables a otros ámbitos distintos del matemático.

Por otra parte, la resolución de problemas es imprescindible para capacitar en el uso de los recursos que proporciona la materia. Además, resolviendo problemas se hace natural el uso del vocabulario adecuado, a la vez que conceptos y procedimientos muestran su funcionalidad y, por tanto, su significado. Con esta metodología se pierde quizá el rigor y la precisión que aportan otras, pero se gana en significado. No debe olvidarse que esta etapa educativa no pretende formar matemáticos, por lo que seguramente tiene más peso

el significado que se le pueda otorgar a los contenidos que la precisión con que se expresen.²

Tradicionalmente se pensaba que para llegar a la resolución de problemas era necesario cierta cantidad de conocimientos, sobre todo práctica en la manipulación de expresiones y en la realización de algoritmos. Hoy se piensa que esto no es así. El conocimiento surge de los problemas y es en el proceso de su resolución donde se hace patente la necesidad de hacer cálculos, por lo que de alguna manera se está motivando su práctica. Por otro lado no debe olvidarse que hoy, gracias a la tecnología, está solucionado el problema de la realización de algoritmos.

Pero veo dos tipos de dificultades para aproximarse al conocimiento matemático a partir de la resolución de problemas. Por una parte, nosotros, los profesores, no estamos acostumbrados a practicar esta metodología. Ni nos enseñaron así, por lo que no tenemos referencias directas de cómo hacerlo, ni en los cursos de formación que se nos ofrecen desde diversas instancias se pone en práctica esta metodología (todo lo más que se hace, es teorizar sobre ello, como en este papel). También hay que tener en cuenta que los cambios metodológicos pueden sorprender a la mayoría de los estudiantes. Acostumbrados a un tipo de transmisión de los saberes, más o menos eficaz, ya han desarrollado sus estrategias para adaptarse a él, por lo que un cambio les supone, en principio, un problema añadido. Por otra parte, parece que requiere una considerable cantidad de tiempo, imposible de conseguir debido a la extensión de los programas y a la presión que se sufre para concluirlos con vistas a la prueba de acceso.

En la Comunidad Autónoma de Galicia existe una asignatura optativa en 2º de bachillerato de las modalidades de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y de Tecnología, llamada Métodos estadísticos y numéricos [Xunta de Galicia, 2] [Valcarce, J.]. Tanto la naturaleza de los contenidos, que se prestan a un enfoque experimental, como el hecho de no ser objeto de examen en la prueba de acceso, permite abordar su desarrollo a partir de la resolución de problemas. La aparición de esta materia obedece a que tradicionalmente, en la enseñanza no universitaria, el énfasis se puso y se pone en el estudio de modelos deterministas de los fenómenos, representados sobre todo por funciones, ecuaciones y modelos geométricos. Pero la formación científica de los estudiantes requiere atender también de una manera más intensa a los modelos estocásticos, para ayudar a cimentar o a ampliar los conocimientos que pueden adquirir sobre este tema a través de los contenidos de las materias de Matemáticas I y II. Por otro lado, es indudable la importancia creciente de los métodos numéricos en el trabajo del científico y del ingeniero, motivada por el cada vez más fácil acceso a los ordenadores y a las calculadoras. Pero además, el estudio de estos métodos proporciona una mejor comprensión de algunos de los conceptos y procedimientos más complejos del cálculo, al reducirlos a operaciones aritméticas elementales.

Por primera vez se tiene la posibilidad de encarar el desarrollo de los contenidos de una materia del último curso de bachillerato sin necesidad de convertirlo en un entrenamiento de los estudiantes en la resolución de ejercicios estándar para la superación de una prueba. El profesor puede presentar situaciones problema en las que partiendo de lo concreto, contextualizado y simple, y a través de actividades adecuadas,

² Decía Russell en un conocido aforismo que rigor y significado tienen difícil coexistencia.

se llegue a lo abstracto, descontextualizado y complejo, favoreciendo, de esta manera, una continuidad y una progresión en el aprendizaje de los alumnos.

Tecnología

En esta materia es imprescindible el uso de medios tecnológicos. Ya desde la ESO, en la que se incluye como contenido de aprendizaje el manejo de la calculadora, la tecnología está y debe estar presente, como un medio más, durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de todas las materias de matemáticas.

Existen muy diversas razones que aconsejan su uso, pero sobre todas ellas quiero destacar que las actividades de la escuela no deben estar desligadas de las que acontecen fuera de ella. Si sabemos que la utilización de la calculadora y del ordenador es un estándar en la vida real³ para resolver problemas o ejecutar procedimientos que conducen a su solución, no podemos no enseñar este uso si no queremos alejar cada vez más la vida académica de lo que acontece en la sociedad.

La utilización tradicional de la calculadora y del ordenador como instrumentos de cálculo debía haber tenido ya una gran repercusión en la práctica docente, dado que estos instrumentos resuelven casi automáticamente⁴ todos y cada uno de los algoritmos que son objeto de enseñanza en el currículo del bachillerato. Pero la realidad es tozuda y nos desmiente. Seguimos enseñando la ejecución de los algoritmos de la misma forma y casi con la misma intensidad⁵ con que nos los enseñaron a nosotros. Piénsese en la contradicción que supone no dar cabida a las innovaciones que facilitan las tareas de nuestros alumnos. La situación es similar a la que se daría si en el siglo XVIII, después del descubrimiento del cálculo por Newton y Leibniz, se obligara a los estudiantes a hacer cuadraturas tal como las habían hecho Hipócrates de Chíos o Arquímedes, pongo por caso.

Pretendemos que nuestros alumnos adquieran una maestría en la ejecución de algoritmos, imposible de conseguir si no se dispone de suficiente tiempo de práctica (y no se dispone). Pero no ponemos remedio, teniéndolo a mano. Quizá la razón de mayor peso para tener esta actitud se deba a que volvemos a encontrarnos con la realidad de la prueba de acceso a la universidad y sus tímidos avances en esta dirección. En algunas universidades se permite la utilización de la calculadora gráfica en estas pruebas, lo que parece indicar que se generalizará su uso. Pero se está todavía lejos de conseguir que se permita el uso de máquinas que puedan realizar cálculo simbólico, aunque están disponibles en el mercado desde el año 1996.

El tiempo que se emplea en enseñar a ejecutar un algoritmo con lápiz y papel, o a enseñar procedimientos más complejos como la representación de funciones, debería emplearse ahora en enseñar a ejecutarlos con la calculadora. Seguramente se necesite menos tiempo de práctica. El tiempo que se gane puede utilizarse en enfatizar algunas cuestiones conceptuales, que siempre están ligadas a los cálculos algorítmicos, como pueden ser: qué condiciones deben darse para ejecutarlos, cuándo hay que aplicarlos,

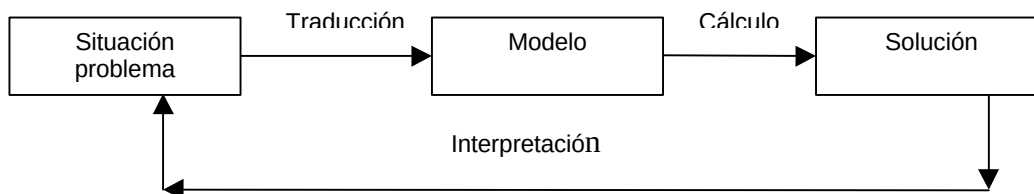
³ Incluyo en este término también la vida del científico y del ingeniero, por ejemplo, en el desempeño de sus funciones profesionales.

⁴ Los estudiantes deben aprender a traducir las tareas a los códigos que usan las máquinas (aunque sólo consistan en apretar teclas)

⁵ Parece que nos falta tiempo para que nosotros emulemos a nuestros profesores.

qué solucionan, etc.; o en el caso del procedimiento citado (representación de funciones), tener en cuenta que la gráfica deja de ser el resultado final para ser el inicio de otro tipo de actividades (cambio de rangos, de escalas, etc.).

El siguiente esquema refleja las etapas de primer nivel que se dan en el análisis de una situación problema.



Antes de la existencia de calculadoras y ordenadores, el proceso de cálculo cobraba un gran peso para la persona encargada de resolver el problema. Ahora cobran más importancia los procesos de modelización y de interpretación de los resultados obtenidos, y es en estas fases donde la enseñanza debería hacer hincapié.

Cuando este cambio se generalice, la primera consecuencia será en el tipo de cuestiones que se propongan a los estudiantes en los exámenes. En particular, cuando se permita la utilización de calculadoras potentes en las pruebas de acceso, casi ninguna de las cuestiones que se plantean en la actualidad a los estudiantes en esos exámenes podrá seguir formando parte de la prueba. [Botana, F. y Valcarce, J.], [Vizmanos, J.]. Como consecuencia, nos veremos obligados a realizar un cambio efectivo en el currículo.

En la siguiente tabla se muestran, a modo de ejemplo, dos ejercicios planteados en una prueba de acceso para alumnos del bachillerato LOGSE y otros dos tomados del libro indicado. Ciertamente los ejercicios de la derecha inciden en el significado de los conceptos matemáticos y los de la izquierda en el cálculo algorítmico. ¿Qué tipo de cuestiones tienen hoy más interés?.

Pruebas de acceso	[Hughes-Hallet, D.; Gleason, A. y al.]
Representar gráficamente la región limitada por las curvas $f(x)$ y $g(x)$ (dos parábolas)	Sea $f(x)$ una función que proporciona la altura sobre el nivel del mar del cauce del río Amazonas a x kilómetros de su nacimiento. ¿En que unidades se mide $f'(x)$? ¿Qué signo tiene $f'(x)$? ¿Qué significa?
Calcular su área	Una taza de café a 90°C se pone en una habitación a 20°C cuando $t=0$. Si la temperatura del café cambia a una tasa en $^{\circ}\text{C}$ por minuto dada por $r(t) = -7e^{-0.1t}$, con t en minutos, estima la temperatura del café cuando $t=10$.

Pero la utilización de la calculadora y del ordenador como herramientas de cálculo no es la única ni la más importante aplicación que tiene en la clase de matemáticas. Tradicionalmente el matemático profesional también las utiliza como herramientas para conjeturar y, desde hace algunos años, para demostrar las conjeturas. Deberíamos ser capaces de llevar este uso desde el despacho del investigador al aula. Con ello facilitaríamos el proceso de construcción del conocimiento matemático de nuestros alumnos, que, en último término, es el objetivo de nuestra labor.

Conclusiones

Podría escribir una lista de las opiniones que reflejo en el texto anterior. Pero no son conclusiones. Otros podrán disentir y decirme que “allí donde tú ves bacía de barbero, veo yo el yelmo de Mambrino, y otros verán otras cosas”. Quiero dejar la sensación de la provisionalidad de mis opiniones y de que siempre es posible mejorar, para lo cuál se requiere, además de una reflexión sobre los problemas, llevar a cabo acciones. No podemos olvidar que, aunque éstas resulten equivocadas, de los errores también se aprende.

Bibliografía

- **Botana, F. y Valcarce, J.** *Pruebas de acceso a la Universidad y sistemas de cálculo simbólico*. Actas del 5º Congreso Internacional de Informática en la Educación. La Habana. 1996.
- **Callejo de la Vega, M.** *Presentación de una propuesta metodológica para trabajar la resolución de problemas: justificación y limitaciones*. Actas de la VI JAEM. Sociedad extremeña de educación matemática. 1994.
- **Dieudonne, J.** *Álgebra lineal y geometría elemental*. Selecciones científicas. Madrid. 1971.
- **Escaño, J. y Gil, M.** *Principios psico-pedagógicos*. Xunta de Galicia. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria. Santiago. 1995.
- **Hughes-Hallet, D. y Gleason, A.** *Calculus*. John Wiley & Sons. United States. 1994.
- **Kline, Morris.** *El fracaso de la matemática moderna. ¿Por qué Juanito no sabe sumar?*. Siglo XXI. Madrid. 1978.
- **Mason, J.; Burton, L. y Stacey, K.** *Pensar matemáticamente*. Centro de publicaciones del MEC e Editorial Labor. Madrid, 1988.
- **Ministerio de Educación y Ciencia (MEC).** Dirección General de Renovación Pedagógica. *Bachillerato. Estructura y contenidos*. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid 1991.
- **National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).** *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática (THALES). Sevilla 1991.
- **Piaget, J. y otros.** *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Alianza editorial. Madrid. 1978.
- **Valcarce, J.** *Desenvolvemento Curricular. Métodos estadísticos e numéricos*. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria. Santiago. 1996.
- **Vizmanos, J.** *¿Debemos cambiar las pruebas de acceso a la Universidad con el uso de calculadoras gráficas?*. TI-MAT. Primavera 1999. Nº 4.
- **Xunta de Galicia 1.** *Modelo curricular da LOXSE*. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria. Santiago. 1995.
- **Xunta de Galicia 2.** *Diseño Curricular Base. Métodos estadísticos e numéricos*. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria. Santiago. 1994.