

INTEGRANDO EL USO DE CALCULADORAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A NIVEL DE PRIMARIA

Antonio R. Quesada

Department of Mathematics and Computer Science
The University of Akron, Akron, Ohio 44325-4002

aquesada@uakron.edu

Patrocinio de Texas Instruments

Resumen. La integración de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas esta promoviendo cambios tanto en los métodos con que enseñamos como en el contenido y la evaluación de lo que se enseña. En esta charla se usarán distintas calculadoras para explorar varios ejemplos del uso de las mismas en matemáticas a nivel de primaria. En particular, se ilustrarán varias representaciones disponibles gracias a la tecnología, y cómo éstas facilitan tanto el desarrollo de métodos no tradicionales para resolver problemas, como el acceso a modelos usualmente reservados para niveles mas avanzados.

Reaccionando a los cambios socio-económicos que el desarrollo tecnológico estaba produciendo los Nuevos Estandares Curriculares (NCTM, 1989) propusieron cambios substanciales en los objetivos escolares que respondían a las nuevas necesidades de una sociedad de información global. Así, en contraste con las metas anteriores que en un principio se originan como resultado de la revolución industrial, vemos que no solo cambia el bagaje matemático con el que se espera que un estudiante termine el bachillerato, sino tambien su actitud a la hora de resolver problemas, de investigar, o de continuar actualizandose por vida, con que se espera que termine.

En estos últimos diez años hemos sido testigos de la expansión exponencial tanto de usuarios como de la información disponible en el internet, de programas especializados para llevar a cabo todo tipo de calculo simbólico, de la segunda generación de calculadoras que en adición a las capacidades gráficas y numéricas incluyen manipulación algebraica, menús especializados, y últimamente la capacidad de recibir programas especializados y hasta de actualizar el systema operativo electrónicamente.

Estos avances tecnológicos entre otros han traido como resultado la creación de numerosos puestos de trabajo en los que se requieren mas conocimientos matemáticos junto con la familiaridad con distintos programas (software) especializados, confirmando la predicción que hiciera Lewis (1988). Sin embargo, la influencia de estos adelantos tecnológicos en las escuelas ha sido en el mejor de los casos limitada. No son muchos los salones de clase donde la integración de la tecnología se observe rutinariamente, tanto en la selección de temas como en la forma en que se enseña.

En este artículo se presentan varios ejemplos del uso de calculadoras en matemáticas a nivel de primaria. Se usan dos calculadoras, una elemental, la TI-Explorer, con poco más que las operaciones y funciones básicas, y la otra, la TI-73, con facilidades gráficas y otras capacidades que se recomiendan para escuela intermedia. En ambos casos se asume que el profesor tiene el panel necesario que le permite proyectar el contenido de la pantalla básica de su calculadora. Los alumnos, trabajando individualmente o en parejas, tratan de contestar, usando la misma calculadora las preguntas que el profesor formula. La imagen que se proyecta y las explicaciones del profesor cuando este resuelve el problema sirven de guia tanto para cotejar el problema como para aprender a resolverlo (Quesada, 94). Ocasionalmente, el profesor puede llamar algunos de los estudiantes, o equipo de estudiantes, que hayan resuelto el problema, para que presenten su solución al resto de la clase. El tiempo permitido dependerá del nivel del grupo y de la complejidad de la solución buscada. Pidiendole a los estudiantes/grupos que levanten la mano momentaneamente cuando hayan resuelto el problema propuesto ayuda a controlar el tiempo y a fomentar la participación de tantos estudiantes como sea posible. Al mismo tiempo, el profesor puede caminar entre los grupos, observando su trabajo y proveyendo orientación individualizada cuando sea necesario.

Veamos algunos ejemplos. Las calculadoras Texas Instruments Explorer y Explorer Plus permiten definir operaciones constantes, lo que facilita el proceso de "adivina y coteja" que es particularmente apropiado para repasar operaciones aritméticas con distintos conjuntos numéricos. Así por ejemplo, una vez se limpia la pantalla por medio de $\boxed{\text{ON/AC}}$, se puede repasar la multiplicación por 12 de la siguiente forma:

- i) primero se define la operación constante: $\boxed{X}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{OP1}$,
 ii) para obtener 7×12 o 5×12 , basta con pulsar $\boxed{7}$, $\boxed{OP1}$, $\boxed{7}$, $\boxed{OP1}$

Claramente las cuatro operaciones básicas, con o sin el uso de operaciones constantes, puede usarse para reforzar cálculos mentales y estimaciones con números naturales, enteros, fraccionarios, o decimales. Asimismo, al minimizar el tiempo necesario para efectuar las operaciones, las calculadoras facilitan el resolver numerosos problemas de aplicación en los que el énfasis se centra en la interpretación y selección del proceso necesario.

Es importante observar que el tipo de ejercicios y problemas que se hacen en clase condicionan la visión del estudiante. Por tanto, el cálculo mental, la estimación, y la resolución de problemas aplicados al mundo que nos rodea debe permear cualquier tema que se cubra.

Las operaciones constantes junto con la división entera facilitan el cambio de unidades. Por ejemplo para cambiar repetidamente de horas a días se pulsán sucesivamente las teclas:

$\boxed{ON/AC}$, $\boxed{INT \div}$, $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{OP1}$

Por ejemplo, entrando 77 horas se obtiene cociente 3 y resto 5. Del mismo modo para expresar 1579 en base 6 basta con definir la operación constante de división entera por 6 y aplicarla sucesivamente hasta que se obtenga un cociente menor que 6. Esto es,

$\boxed{ON/AC}$, $\boxed{INT \div}$, $\boxed{6}$, $\boxed{OP1}$, seguido por $\boxed{1579}$, $\boxed{INT \div}$, $\boxed{INT \div}$, $\boxed{INT \div}$, $\boxed{INT \div}$

obteniéndose los pares de cocientes y restos (263, 1), (43, 5), (7, 1) y (1, 1), de donde se deduce que 1579 es igual que 11151 en base 6. Definiendo el producto por 6 como una operación constante se puede cambiar de base 6 a base 10 usando la sucesión que sigue.

$\boxed{1}$, $\boxed{OP2}$, $\boxed{+}$, $\boxed{1}$, $\boxed{=}$, $\boxed{OP2}$, $\boxed{+}$, $\boxed{1}$, $\boxed{=}$, $\boxed{OP2}$, $\boxed{+}$, $\boxed{5}$, $\boxed{=}$, $\boxed{OP2}$, $\boxed{+}$, $\boxed{1}$, $\boxed{=}$

La simplificación de fracciones "paso a paso," disponible en la calculadora Explorer permite llevar a cabo las operaciones básicas de teoría de números. Así por ejemplo, para descomponer 126 en factores primos, basta con usar la simplificación con la fracción 126/252 y cada una de las sucesivas fracciones obtenidas, anotando cada vez el factor usado para la simplificación que se obtiene pulsando la tecla de intercambio $x \leftrightarrow y$ dos veces.

$\boxed{126/252}$, $\boxed{SIMP}$, $\boxed{=}$, $\boxed{x \leftrightarrow y}$, $\boxed{x \leftrightarrow y}$, ..., $\boxed{SIMP}$, $\boxed{=}$, $\boxed{x \leftrightarrow y}$, ...

Por tanto, para determinar si un número p es primo basta con intentar simplificar $p/(2p)$. Si la fracción se reduce directamente a $1/2$, el número p es primo. Supongamos que al simplificar completamente a/b se obtiene c/d . El máximo común divisor de a y b es el producto de los factores obtenidos en el proceso de simplificación de a/b o simplemente a/c . Finalmente, el mínimo común múltiplo de a y b se obtiene ya sea usando $a \cdot b / mcd(a, b)$, o multiplicando $(c/d) \cdot (b/a)$.

Las calculadoras TI-80 y TI-73 son calculadoras gráficas concebidas como una extensión de la Explorer. Por ejemplo, las figuras 1.a y 1.b ilustran como establecer el "Modo" de simplificación manual para llevar a cabo la simplificación de $126/252$. En las figuras 1.c y 1.d se puede ver como establecer la división entera por 6 como una operación constante para efectuar el cambio de base 10 a base 6. Claramente la TI-73 permite llevar a cabo con mayor facilidad todos los ejemplos antes mencionados.

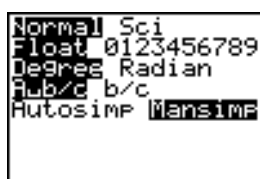


Figura 1.a

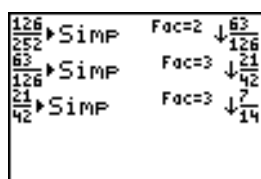


Figura 1.b

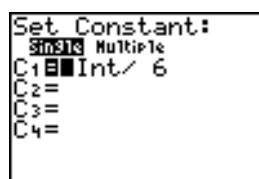


Figura 1.c

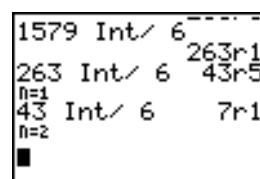


Figura 1.d

Un ejemplo de gran interés a nivel de pre-álgebra es el de "adivina mi fórmula." El profesor escribe una fórmula secreta en el menú de "y =," y a continuación, usando la tabla en el modo de pregunta (figura 2.b), permite que los alumnos escojan un valor de entrada, en x, y observen el valor de salida en y que la máquina produce. Gana el juego el estudiante o equipo que adivine la fórmula.

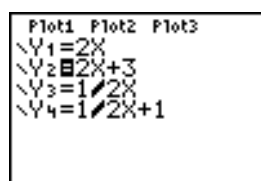


Figura 2.a



Figura 2.b

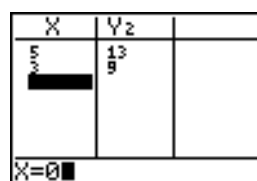


Figura 2.c

La figura 2.a muestran como entrar la fórmula secreta. De hecho se han entrado cuatro ejemplos de funciones pero solo la segunda está activada. Las figuras 2.b, y 2.c, muestran como establecer que la tabla evalúe la función seleccionada solo para los valores de x que se vayan entrando 5, 3 y 0. Los distintos equipos de una clase pueden practicar entre sí con fórmulas permitidas, digamos del tipo $y = ax$ o $y = ax + b$, inicialmente con números enteros y más adelante con fracciones o con decimales.

Usualmente no toma mucho tiempo hasta que los estudiantes desarrollan estrategias tales como el evaluar la función para $x = 0$ y para $x = 1$, que les permite descubrir fácilmente las constantes envueltas. El profesor puede, después de practicar por un tiempo con la tabla, empezar a enseñar la gráfica de la función descubierta y trazar sobre la misma a fin de que los estudiantes se acostumbren desde un principio a las representaciones algebraica, numérica y gráfica de una función. Este juego facilita el aprendizaje de funciones y las distintas formas en que pueden representarse. Asimismo, la práctica de crear sus propias fórmulas ayuda a que los estudiantes comiencen a aprender la sintaxis algebraica.

Uno de los temas que ha ganado gran relevancia en los últimos años y cuya influencia empieza a verse en el currículo a nivel intermedio, es el análisis de datos. Esto se debe en primer lugar a la avalancha de información que estamos recibiendo vía el internet. En segundo lugar a que las nuevas calculadoras gráficas permiten que el problema se pueda abordar a distintos niveles. Así por ejemplo, una vez entrados los datos, la TI-73 permite obtener un modelo lineal de ajuste, ya sea manualmente, esto es, dándonos la ecuación de una recta de ajuste dibujada a mano, o calculando internamente la ecuación de la recta que mejor ajuste. En este caso, usando la terminología de Buchberger, la calculadora se usa como una "caja negra" (Kutzler, 96). Cuando se estime conveniente a nivel de escuela superior o de universidad, la calculadora puede usarse como una "caja blanca" en el sentido de que pueden efectuarse todos los cálculos necesarios de acuerdo con el enfoque escogido para obtener la ecuación de ajuste. Véase por ejemplo (Quesada & Rosillo, 98).

Ejemplo. La tabla que sigue contiene el valor esperado de vida para los ciudadanos estadounidenses en el año 1989. Encuentre un modelo que describa este conjunto de datos y úselo para estimar la esperanza de vida de dos personas con edades de 85 y 43 años respectivamente.

Edad	10	20	30	40	50	60	70	80
Esperanza de vida	66	56	47	37	29	20	14	8

Tabla1. Esperanza de vida en EEUU en 1989

Una vez que entramos los datos de la tabla en las listas, digamos L_1 y L_2 en este caso (figura 3.a), procedemos a obtener el diagrama de dispersión seleccionando, como ilustra

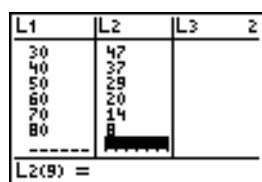


Figura 3.a



Figura 3.b



Figura 3.c

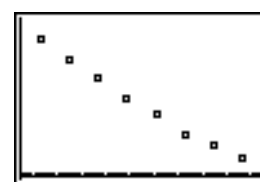


Figura 3.d

la figura 3.b y 3.c el tipo de grafo y especificando las listas que contienen los datos. En este caso hemos dejado que la calculadora determine las dimensiones de la ventana usando *ZoomStat*. Ya que el diagrama

parece ser lineal (fig. 3.d), podemos dibujar manualmente la recta de ajuste (figuras 4.a y 4.b) o seleccionamos la recta de regresión

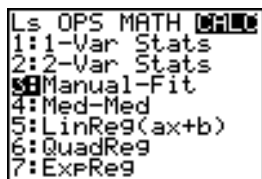


Figura 4.a

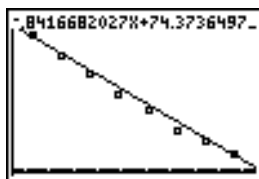


Figura 4.b

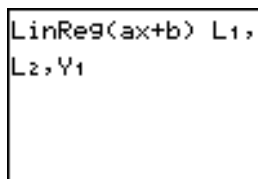


Figura 4.c

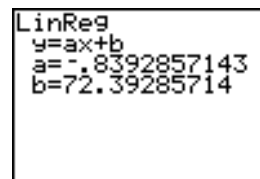


Figura 4.d

especificando en la pantalla base las listas con los datos así como donde queremos que la ecuación se escriba (figura 4.c). La calculadora escribe la ecuación en la función elegida, Y_1 (figura 5.a). La figura 5.b muestra que la gráfica de la recta se ajusta casi perfectamente a los puntos. Una vez obtenido el modelo podemos sencillamente evaluar la función Y_1 usando la tabla (figura 5.c) para estimar la esperanza de vida correspondiente a las edades de 85 y 43 años. Sería interesante discutir con los estudiantes los valores esperados para personas de 86 o de 90 años.

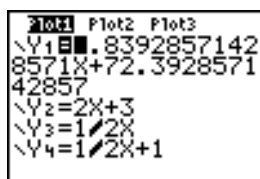


Figura 5.a

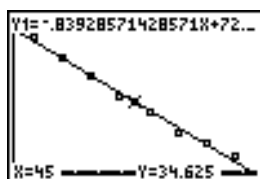


Figura 5.b

X	Y1
85	1
43	

Figura 5.c

Referencias

- Kutzler B., (1996). *Improving Mathematics Teaching with Derive*. Bromley: Chartwell- Bratt, ISBN 0-86238-422-2.
- Lewis, A. C. "Reading the writing in the wall." *Phi Delta Kappan* 69, no. 7 (1988): 468-69.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Quesada A., & Maxwell M. "The Effects of Using Graphing Calculators to Enhance College Student's Performance in Precalculus," *Educ. Studies in Math.*, Vol. 27, pp. 205-215, 1994.
- Quesada A., & Rosillo, N. "Modelos Lineales de Ajuste de Datos," *Revista SUMA, ICE*, No. 27, pp. 65-70, Spain, 1998.