

LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA: LA MATEMÁTICA, VERTEBRADORA DE LA CULTURA

José L. Montesinos Sirera

Seminario "Orotava" de Historia de la Ciencia. La Orotava

La misión de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria es primordialmente la de cooperar a **formar** en el alumno unas capacidades que le permitan entender el complejo mundo que le rodea y a dotarle de esquemas lógicos y metodológicos mediante los cuales pueda seguir racionalmente una argumentación. El bachiller de este final de milenio necesita una **formación humanística** en este mundo tecnificado, que le dé acceso a manejar ideas por las que pueda asimilar la inmensa cantidad de conocimientos que se le ofrecen. El papel de las Matemáticas en la educación de los jóvenes ha sido hasta épocas recientes el de formar mentes organizadas, con criterio, con rigor, y así la Geometría y su libro de texto milenario los "Elementos" de Euclides servían para desplegar todo un mundo armónico, deductivo y de una gran belleza formal.

Consideramos que hoy más que nunca, la principal función de las matemáticas es la de **formar a los alumnos** y que éstas han de ser presentadas **a través de la Historia**, en relación con la Filosofía y con el Arte, con la Física y la Cosmología, como un organismo vivo, en evolución e íntimamente ligada a los deseos del hombre de comprender la realidad. Oswald Spengler, matemático y exitoso ensayista de los años 20, en su libro "**La decadencia de Occidente**", desarrolla su teoría de la historia como una sucesión de ciclos culturales que nacen, se desarrollan, alcanzan su plenitud y fatalmente decaen. Para Spengler, no hay una matemática que se desarrolle linealmente y cuyo contenido va acumulándose a través de los siglos. Para él, hay tantas matemáticas como culturas, como ciclos históricos y cabría distinguir entre otras, **la matemática antigua**, de la cultura greco-romana, y **la matemática moderna** de la cultura occidental y cristiana, esencialmente distintas y que serían fruto y consecuencia de los componentes culturales de cada época y al mismo tiempo un factor decisivo en la configuración global de las mismas.

Veamos cómo, a nuestro juicio son dos las diferencias esenciales que se establecen entre ambas culturas y matemáticas:

- El concepto de **infinito**, y el tratamiento de los

procesos infinitos que surgen cuando se intenta aprehender la realidad mediante la **razón**.

- La postura frente a la **Naturaleza**. En el caso de los antiguos, el hombre contempla e imita a la Naturaleza; en el caso de los modernos la Naturaleza se concibe como un objeto al que hay que poner al servicio del hombre.

La antigua Grecia, hasta Euclides, consideró la Geometría un arte antes que una ciencia tal y como hoy la entendemos. Las ideas platónicas de un **COSMOS**, armoniosamente organizado de acuerdo a arquetipos preexistentes y eternos, dotado de una **Simetría** -en el sentido original de ésta-: como algo bien proporcionado y en el que las partes estarían acordes con el todo, estructuran un proyecto de Geometría con voluntad de captar el mundo real. La Geometría Griega, producto de un alma que intenta realizarse en la imagen del mundo que la rodea, mide las relaciones de magnitud, medida y figura entre cuerpos sólidos. Es una geometría de un espacio **finito**, de pequeñas distancias, en donde el paradigma es el cuerpo humano; y así, el arte griego por excelencia es **la escultura**. En algún momento de la primera mitad del siglo V a.c. tiene lugar en Grecia un descubrimiento terrible para la aritmética pitagórica: **la existencia de magnitudes inconmensurables**. La realidad sensible para un griego es apolínea y la aparición de magnitudes inconmensurables y de procesos infinitos turba la serenidad helénica. Los números naturales no bastan ya para cuantificar y medir todos los segmentos de recta que producen las construcciones geométricas. El gran matemático **Eudoxo de Cnido** desarrollará toda una complicada **teoría de las proporciones** (que constituirá posteriormente el Libro V de "Los Elementos" de Euclides) y se salva así **la teoría de la semejanza** en geometría. El mismo Eudoxo enseña a salvar la dificultad de los procesos infinitos con el llamado **método de exhaustión**, donde se concluye por reducción al absurdo la igualdad de dos áreas o volúmenes, demostrando que, si existe una diferencia entre ellas, ésta sería más pequeña que cualquier número por pequeño que fuese. Aquí está ya el espíritu de la moderna **teoría de los límites**.

Eudoxo es el gran dominador del infinito en la antigüedad y Aristóteles la autoridad que dictamina la prohibición del infinito "actual" tanto físico como mental. Aristóteles, el gran sabio de esta Cultura, recopilador de todo el saber de su época, veta el concepto de infinito como algo extraño, imperfecto, indeterminado, innombrable. Aristóteles ha comprobado el peligro que representa para la Razón algo que la misma Razón ha inventado: *"pero la consideración del infinito conlleva una dificultad (aporía), pues tanto al afirmar que no existe resultan muchos imposibles, como al afirmar que existe"* (física 203 b 30-32).

Desde que Zenón de Elea, en el siglo V a.c. pusiese a la recién estrenada Razón en un callejón sin salida al enfrentarla con ciertos procesos infinitos, la Historia de la Matemática es un continuo sortear las dificultades que aquellos procesos conllevan. Aristóteles ha salido mal parado en su confrontación con las aporías de Zenón; el mal menor será aceptar la infinita divisibilidad de un segmento, pero sólo "potencialmente", en un proceso de divisiones sucesivas, y no "actualmente" como colección infinita exhaustivamente dada de todos sus puntos.

Sin embargo, esta "prohibición" del infinito actual no impide a los matemáticos realizar sus razonamientos: *"Este nuestro discurso, no pretende suprimir las investigaciones de los matemáticos por el hecho de excluir que el infinito por adición pueda recorrerse en acto. En realidad, ellos (los matemáticos), en el estado presente, no sienten la necesidad del infinito, y en realidad no se sirven de él, sino solamente de una cantidad tan grande como se quiera, aunque siempre finita ..."* (Física 207 b, 31).

En el 300 a.c. Euclides, siguiendo las directrices aristotélicas, recopila y pone orden en toda la matemática existente, dotándola de una estructura axiomático-deductiva que fue modelo durante 2000 años para cualquier disciplina que pretendiese ser científica y rigurosa. No debemos confundir la geometría de Euclides con la "geometría euclídea" que nosotros (impregnados de infinitud) hoy concebimos. No hay un sólo paso o comentario en **"Los Elementos"** que indique la idea de un espacio (plano) infinito. De la aversión del texto euclídeo al concepto de infinito, sirva el ejemplo de la Prop. 20 del Libro IX: En lugar de decir que la serie de números primos es infinita, se dice, *"Hay más números primos que en cualquier conjunto de números primos"*.

Y con Euclides están los otros dos grandes matemáticos con los que se conforma la Edad de Oro de la matemática griega: Apolonio de Perga y Arquímedes de Siracusa. Apolonio, cuyo tratado sobre las cónicas tendrá que esperar cientos de años para ser entendido y aplicado a las Ciencias de la Naturaleza. Arquímedes, el gran científico de la antigüedad, es en quien más se prefiguran las características del moderno científico. Mejorará la técnica de exhaustión de Eudoxo y construirá un auténtico Cálculo, respetando exquisitamente la prohibición aristotélica del uso del infinito actual, lo que no le impide usar técnicas poco ortodoxas pero tremendamente bellas e imaginativas para conseguir los resultados que después demostrará en **Geometría**, esto es, en el rigor de los griegos, con el método de exhaustión. Es en 1906 cuando el filólogo danés Heiberg descubre en un palimpsesto el Método Mecánico de Arquímedes, en el que éste explica a su amigo Eratóstenes, bibliotecario de Alejandría, su método de descubrir resultados que luego probará correctamente por otras vías.

Y quiero destacar antes de terminar con el periodo griego, la estrecha relación de la Matemática con el Arte, con la Belleza. La Matemática es ella misma un arte y así Aristóteles dirá en su Metafísica (Libro XII, cap. III): "Las formas que mejor expresan la belleza son el orden, la simetría, la precisión. Y las ciencias matemáticas son las que se ocupan de ellas especialmente."

En resumen, el mundo griego es finito, armonioso, apolineo, alejado de los extremos (horror vacui, horror infinitus)

Es con el advenimiento del Dios cristiano, Un Dios que premiará con bienaventuranzas sin fin o castigará eternamente y poseedor él mismo de atributos infinitos, que lo inmenso, lo infinito irá poco a poco impregnando de forma sutil el pensamiento y la cultura occidental.

En el siglo IV, el neo-platónico San Agustín, obispo de Hipona, construye la teología cristiana en concordancia con las ideas más profundas de la filosofía griega, pero desobedeciendo el precepto aristotélico acepta la existencia del "infinito actual" en la mente de Dios, "in mente Dei". Dice San Agustín en su libro "De civitate Dei" "Todo número está caracterizado por su propiedad, así que dos cualesquiera son distintos; por tanto los números son distintos y tomados singularmente son finitos y tomados todos juntos son infinitos. Dios, entonces, a causa de su infinitud, los conoce todos. ¿Cómo sería posible

que la Ciencia de Dios conociese unos números e ignorase otros? ¿El que sostuviese ésto no sería un demente?". Con el apasionamiento característico de San Agustín, esta frase va a ser de excepcional importancia en el desarrollo de las matemáticas del Infinito. Inaugura así un procedimiento mediante el cual el hombre va a recurrir a la figura divina para acceder y manipular el infinito matemático.

En el siglo XIII, Santo Tomás incorpora oficialmente el "corpus" científico y la cosmovisión aristotélica a las doctrinas de la Iglesia. Es la física del "sentido común" la que rige el Universo, finito, donde cada cosa está en su sitio, y donde la bóveda de las estrellas fijas gira alrededor de la Tierra y del Hombre, centro del Mundo por voluntad del Dios Todopoderoso.

Pero el artista construye la Catedral Gótica, expresión de un alma desmedida que anhela el infinito, y **la música**, el arte dionisiaco, llenará de infinitas sonoridades el espacio con ese gigantesco instrumento que es el órgano. El Arte muestra el camino a la Filosofía y a la Ciencia: Nicolás de Cusa y Giordano Bruno hablan de un universo infinito; hay un nuevo renacer del platonismo; Copérnico y Galileo hacen tambalear la cosmología aristotélico-ptolemaica y una **nueva geometría** se desarrollará, acorde con la nueva ordenación espiritual de un mundo abierto, la Geometría de Descartes.

No nos adelantemos, ahora corresponde hablar de la figura que **Jorge L. Borges** situaría en el capítulo central de su irrealizada historia del infinito: El Cardenal **Nicolás de Cusa**, quien influido por San Agustín, abrirá unas estrechas y largas relaciones entre la Teología Cristiana y las Matemáticas del Infinito.

Cusa combina continuamente la teología con la matemática, cuyas figuras (las de la geometría) se prestan a una infinitización ideal que provoca una coincidencia con sus contrarios, gracias a la cual la inteligencia accede al inefable e infigurable infinito. Hay una inmanencia virtual del infinito en cada figura matemática finita que sólo la matemática "intelectual" puede hacer transmutarse gradualmente. Es así que un círculo infinito coincidirá con la recta infinita y la infinitización de las figuras anula las leyes que rigen la matemática racional, que trabaja con figuras abstractas, pero limitadas y cuantificables. La figura infinita adquiere así un valor metamatemático que la hace apta para traducir al Infinito simple. La figura matemática se convierte en una figura teológica.

Nicolás de Cusa es una figura temprana de ese crucial período de nuestra Historia que ha dado en llamarse Renacimiento, período de ruptura, siglos XV y XVI, en el que se abre paso un **Mundo Nuevo**. Copérnico, Bruno, Kepler, Galileo, construyen una nueva visión del Universo, ilimitada, inquietante, en la que el hombre deja de ser el centro en una cosmología que es ya de infinitos mundos.

Descartes, filósofo de primera categoría, no pasa de ser -según los historiadores de las matemáticas- una figura secundaria como matemático. Sin embargo su influencia sobre los matemáticos posteriores fue inmensa y con él empieza una **nueva matemática**, la matemática de la revolución científica y de la edad moderna. Descartes rompe con los modos y los preceptos de la matemática de los griegos y especialmente rompe con el veto aristotélico al infinito. Descartes vive en una época convulsa en donde de un **mundo cerrado** se ha pasado a un **universo infinito**, en la que han desaparecido las certezas y en las que el escepticismo y la duda son la norma. En una especie de huída hacia delante, Descartes va a dudar de todo, excepto de las matemáticas, y de Dios que le garantiza la veracidad de los razonamientos claros y distintos que alcanza con su Método, concebido a partir de las matemáticas de los griegos.

En el año 1650 muere René Descartes dejando un legado intelectual de importancia fundamental para el desarrollo de la nueva ciencia. El Universo es ahora un complejo entramado regido por leyes mecánicas y el hombre, esa criatura finita e imperfecta, pero dotada de una mente en la que están sembradas las semillas del conocimiento, puede y debe tratar de desentrañar y dominar esas leyes. El nuevo científico, al ser consciente de vivir en un universo "**infinito**" y en movimiento, radicalmente distinto del mundo cerrado de los antiguos, tendrá que abandonar el espíritu de la matemática griega. Ahora prevalecerá la utilidad sobre la estética. La geometría no deberá temer "contaminarse" del movimiento de la Mecánica; **El rigor**, máximo logro que se imponían los griegos, pasará a un segundo plano. Se aceptará el "número irracional" sin tener que recurrir a la engorrosa definición de razón de magnitudes inconmensurables de Eudoxo y se tendrá que osar hacer uso de procesos infinitos. Se seguirán haciendo las demostraciones arquimedianas, pero obviando el largo y pesado método de exhaustión. Todo ello porque **el fin lo justifica**. Y el fin es el de arrancarle los secretos a la Naturaleza: "... Conociendo la fuerza y la acción

del fuego, del agua, del aire, de las estrellas, de los cielos y de todos los demás cuerpos que nos rodean ... y convertirnos en los dominadores y poseedores de la Naturaleza". De esta manera, con el estudio y el trabajo, el hombre recuperará el Paraíso perdido.

Este mensaje recorre toda la Europa culta y el **"Discurso del Método"** será el libro científico-filosófico más leído y de mayor influencia de la segunda mitad del siglo XVII. Este mensaje lo recoge **Isaac Newton** quien desde muy joven aspira a ser un **filósofo de la naturaleza**.

Newton va a pasar muchas horas venciendo las dificultades de lectura que encierra un libro como **"La Geometrie"** de Descartes, pero sacará dos consecuencias fundamentales:

-Para aspirar a ser un filósofo de la naturaleza, hay que aprender el arte de las matemáticas, manipular con habilidad las técnicas del cálculo, en un mundo que exige conocimientos cuantitativos. Las matemáticas se concebirán no como un fin en sí mismas, sino al servicio de la Física y de la Filosofía de la Naturaleza.

-No hay problema que no pueda ser resuelto si actuamos con el método adecuado y con la necesaria tenacidad.

Siguiendo las pautas cartesianas, Newton se hace un consumado algebrista y aprenderá de Wallis, de su **"Aritmetica infinitorum"**, a usar sin temor y sin rigor los algoritmos infinitos. (cuadraturas, cálculos de tangentes, máximos y mínimos, indivisibles aritméticos, infinitesimales). Con 23 años, Newton se retira a sus posesiones de Woolsthorpe y durante los dos años siguientes (1665-66) realiza una de las obras más fecundas que se hayan dado por mente humana. Allí se engendra el cálculo infinitesimal y se esboza uno de los libros que más decididamente han influido en la historia de la ciencia y del progreso: **"Los principios matemáticos de la filosofía natural"**.

Las poderosas técnicas del álgebra, junto a razonamientos infinitesimales plenos de intuición, aunque carentes de rigor, hacen avanzar extraordinariamente la nueva ciencia y el Universo newtoniano es una inmensidad límpida y serena, un espacio infinito, homogéneo, donde hay diferencias que están medidas por proporciones que responden a una armonía.

Hemos visto que la geometría griega es un producto del intelecto humano en el que se funden la creatividad y la belleza, directamente

inspirada en el orden y en la simetría presentes en la Naturaleza a la que se estudia de forma **reverente y contemplativa**. Casi dos mil años más tarde el joven René Descartes contemplará con admiración el rigor y la maestría de aquellas construcciones geométricas de los "antiguos", hasta tal punto, que rechazará las otras disciplinas que estudia (en aquel Colegio de jesuitas parisino) por considerarlas confusas y faltas de rigor. Pero hay algo que no comprende y es el carácter estetizante y falta de utilidad práctica inmediata de aquellas construcciones. Y ahora el objetivo de su geometría, la geometría cartesiana, es radicalmente distinta. Ahora se trata no de contemplar, sino de **actuar**, para dominar a la Naturaleza y ponerla al servicio del hombre.

Es a comienzos del siglo XIX cuando la Enseñanza se estataliza en los países desarrollados europeos: Francia, Inglaterra y Alemania; y las matemáticas constituirán una disciplina obligada en todos los estratos de la educación. ¿Por qué un joven aristócrata inglés, bien dotado intelectualmente y destinado a ocupar altos cargos en la Administración a mediados del siglo XIX, debe estudiar "Los Elementos" de Euclides?. Sin duda, por el valor formativo de aquella geometría sintética, que preparará a las "buenas cabezas" en el rigor y la creatividad.

¿Por qué continúan teniendo las matemáticas un papel tan importante en los currículos educativos de todos los países, hoy a finales del segundo milenio? No es fácil contestar a esta pregunta. Ahora también vivimos en una Democracia que alcanza a **todos**, a diferencia de la elitista Democracia griega, y en la que **todos** tienen el derecho y el deber a la Educación. La Ciencia, que ha alcanzado increíbles grados de sofisticación, ha sustituido en buena parte en la mitología popular a la Religión, y las matemáticas, ese lenguaje abstruso e ininteligible para la gran mayoría, parece sustituir a la colección de recetas y fórmulas mágicas con las que el brujo de la tribu pretendía poner a su favor los designios de la Naturaleza.

Pienso que en la mayor parte de nuestros centros escolares las matemáticas han dejado de ser el instrumento educativo en el que se juntaban creatividad, espontaneidad, libertad y belleza, para convertirse en una repetición incesante de algoritmos desprovistos de sentido, y esto es más absurdo aún, en nuestra época: la era de los ordenadores, esos excelsos calculadores a nuestro servicio. También la geometría sintética, y sus posibilidades formativas, ha desaparecido

completamente de la enseñanza secundaria y mantiene una decrepita existencia en la primaria.

Es muy difícil convencer a una mayoría de alumnos de bachillerato de la utilidad práctica de las matemáticas en la vida laboral que les espera. Una vía podría ser la **"ecológica"**: vivimos en una sociedad **"contaminada" por el consumo, la destrucción de la naturaleza, la masificación y la irracionalidad**. Una posible manera de combatir estas lacras es pertrechándose de una **AUTENTICA CULTURA** que le permita tener una personalidad propia, en donde lo racional prime sobre lo irracional. Es necesario una vuelta a los orígenes. A mirarnos otra vez en la **CULTURA GRIEGA**, origen de nuestra civilización. Eje fundamental de esa Cultura es la Matemática y en ella la Geometría, que permite desarrollar la intuición y la creatividad y que dota a nuestro cerebro, con su práctica, de una estructura lógico-deductiva.

Emilio Lledó, uno de nuestros más lúcidos pensadores del momento, en una entrevista publicada en el diario El País el 6 de Junio de 1992 dice:

"En la cultura clásica se luchó por entender, por seguir racionalmente una argumentación, y ahora, supeditados al flash de las imágenes, vivimos el enorme peligro de que el pensamiento no sea coherente, que sea epidérmico y puramente inconsistente. Los medios de comunicación tienen gran responsabilidad ante esto. La defensa sería la lectura, el cultivo del pensamiento abstracto". Sigue diciendo Lledó: **"A pesar de todos los esfuerzos que se quieren hacer, el descuido de la Escuela y la Universidad son los principales defectos de nuestra cultura. Es necesario un planteamiento renovador y revolucionario, no de metodologías y sistemas pedagógicos, que a veces encierran enormes trampas, sino de amor al arte, a la matemática, a la cultura. El amor es el principio del conocimiento. Que no sean topes y metas extrañas que angustian, vendidas por baratos mercachifles de la enseñanza. Hay que mantener este idealismo. La cultura da luz".**

Proponemos una matemática íntimamente ligada a la **Cultura**, presentándola a través de la **Historia**, en relación con la Filosofía y con el Arte, con la Física y la Cosmología. Proponemos unas **matemáticas humanistas**, insertas en una Enseñanza cuyo fin último debe ser la de crear hombres y mujeres con personalidad y criterios propios.

Hacemos un llamamiento al colectivo de enseñantes de las matemáticas a que recuperen

el profundo sentido de la Belleza en esa grandiosa construcción del hombre que es la Matemática y que no puede ser presentada como algo abstruso, sin sentido y sin vida.