

PROCESOS LINGÜÍSTICOS BÁSICOS DE COMPRENSIÓN Y PRODUCCIÓN DE TEXTOS MATEMÁTICOS

Inés Sanz Lerma

*Departamento de Didáctica de la Matemática
y las Ciencias Experimentales. UPV/EHU*

1. Qué entiendo por Lenguaje Matemático

Partiré de la hipótesis de que toda Representación de lo que llamamos Matemática se hace en Lenguaje Matemático. El Lenguaje Matemático se expresa de diversas formas:

- Expresiones manipulativas y acciones
- Expresiones verbales, orales y escritas
- Expresiones simbólicas específicas.

La Representación o Función Semiótica, en la cual interviene siempre el aparato cognitivo humano, consiste en la unión de un elemento expresivo con un contenido mediante un código, que es una regla de correspondencia entre ambos originándose así una representación elemental o signo. Las representaciones pueden variar de una cultura a otra, de un individuo a otro y a lo largo de la vida de un individuo. La cultura en general y especialmente la instrucción matemática en el caso que nos ocupa, tiende a fijar los signos o representaciones. El ideal de correspondencia unívoca o función entre expresiones y contenidos rara vez se consigue y hay que contar con que se den casos de sinonimia, polisemia, usos metafóricos de las expresiones del Lenguaje Matemático, etc.

En general las Representaciones del Lenguaje Matemático no están formadas por signos aislados sino que la base expresiva es un Esquema Simbólico o sistema Sintáctico, formado por un conjunto de caracteres expresivos y reglas más o menos explícitas para combinarlos, y un Campo de Referencia o sistema Semántico, que es una estructura matemática, ligados por una regla de correspondencia o Código, así:

Esquema Simbólico CODIGO Campo de Referencia (Kaput, 1987) ----->

Sistema Sintáctico CODIGO Sistema Semántico (Eco, 1977) ----->

En los primeros niveles de enseñanza-aprendizaje abundan las representaciones verbales, junto a las manipulativas y las acciones. La representación verbal se va especializando en representar contenidos matemáticos a partir del lenguaje natural, constituyéndose un **registro matemático** (Halliday, 1978), una forma de hablar y escribir que incluye un vocabulario específico y formas especiales de argumentar. Simultáneamente se va construyendo la representación gráfica y la simbólica específica, sólo en parte derivada de la expresión verbal y apoyada en formas expresivas especiales, fuertemente pulidas por la cultura. Las representaciones matemáticas gráficas o simbólicas específicas no son fácilmente traducibles a expresión verbal, oral o escrita, hay que **leerlas** o sea **comprenderlas** como un todo. Su verbalización no pasa de ser una simple descripción de las expresiones que las forman. La verdadera traducción consiste en verter el campo semántico, o sea, la estructura matemática que soportan, a expresión verbal adecuada que en general es independiente de los grafismos o expresiones simbólicas que sustentaban la representación. O sea, hay que comprenderlas antes de traducirlas, y lo mismo en el proceso inverso, cuanto se trata de expresar un problema o situación enunciada verbalmente a expresión gráfica o simbólica específica. Por eso son tan importantes los procesos de traducción de una forma de expresión a otra y el progreso en su dominio está claramente ligado al progreso en la comprensión de la matemática. Las dificultades de este proceso son bastante conocidas (ver un ejemplo en Grupo Azarquié, 1994).

Una vez establecida la representación gráfica y la simbólica específica sobre esas formas expresivas actúan **reglas de transformación sintácticas**, que suelen ser mucho más sencillas que las difíciles reglas de transformación semántica que operan en los procesos de

traducción señalados. Estas reglas sintácticas permiten transformar expresiones y son muy productivas, por lo que su manejo adecuado es siempre un objetivo de la enseñanza-aprendizaje. Las reglas de transformación sintáctica no son independientes de los contenidos, ya que el sistema sintáctico y el semántico están coordinados; por eso, aunque puede ser un objetivo llegar a aplicarlas automáticamente, para no sobrecargar la capacidad del sistema cognitivo, es preciso insistir en su comprensión en todos los niveles de aprendizaje y uso de la Matemática.

Hoy se habla mucho de Lenguaje y Matemática pero en muchos casos sólo se trata de poner de manifiesto las relaciones indudables entre lo que se considera Matemática y el Lenguaje Natural. Algunos autores restringen el ámbito del Lenguaje Matemático al que se expresa de forma simbólica específica. En el nº 16, 1994 de la revista Suma, dedicado monográficamente al Lenguaje y Matemáticas, Joaquín Jiménez (Giménez, 1994) hace un buen repaso de las relaciones entre el lenguaje verbal y matemáticas; tiende a decantarse por una separación en distintos lenguajes matemáticos y así habla de los lenguajes matemáticos y en particular de lenguajes gráfico-visuales y cuando se refiere a lenguaje matemático en singular parece que sólo se trata del expresado verbalmente, pero no establece separaciones tajantes e incluso indica la conveniencia de reconocer la existencia de diversos lenguajes: esquemas, programación, grafos, etc. Finalmente algunos autores dan un paso más y hablan ya claramente de "distintos tipos de lenguajes matemáticos (numérico, gráfico, algebraico, probabilístico, etc.)" (Sánchez Benito, 1994, pg. 16) o "que hay diversos lenguajes matemáticos: lenguaje físico, lenguaje ordinario o natural, lenguaje gráfico y lenguaje simbólico" (Fernández, 1994, pg. 35). Estimo que estos tipos de lenguajes son un intento de clasificación del lenguaje matemático por criterios sintácticos en el caso de Fernández, por criterios semánticos en Sánchez Benito y por ambos en Jiménez.

No me parece grave llamar lenguajes matemáticos a parcelas del mismo separadas por criterios sintácticos o semánticos, para utilizarse en contextos dados. Pero estimo más conveniente entender el Lenguaje Matemático como un todo y llamar "texto matemático" a toda expresión básica completa de conocimiento matemático, por ejemplo la descripción de una situación, el enunciado de un problema, el proceso de solución del mismo, una construcción gráfica, la demostración de un teorema, etc. En

todo texto matemático suele aparecer mezclada expresión verbal y simbólica específica; también la gráfica en muchas ocasiones. La expresión manipulativa y las acciones sólo son relevantes en los primeros niveles y pueden constituir signos aislados, pero es difícil que lleguen a constituir una expresión autónoma, o sea, un verdadero texto del lenguaje Matemático. Todo esto implica que es difícil que un texto matemático esté expresado sólo en forma verbal, o gráfica o simbólica específica, aunque ésta tienda a expresarse como dominante a medida que se aumenta de nivel. Y si la separación por criterios expresivos, sintácticos, es difícil, también lo es por criterios semánticos y no parece conveniente reproducir las viejas divisiones de la Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometría,...) en divisiones del Lenguaje Matemático, especialmente en los primeros niveles que son los que nos ocupan.

2. Para qué usamos el Lenguaje Matemático.

El dominio del Lenguaje Matemático tiene como finalidad última la competencia comunicativa, o sea, entendernos cuando hablamos de Matemáticas. También se usa el Lenguaje Matemático en el resto de la Ciencia, como una especie de lenguaje intérprete de la misma y en los niveles superiores de conocimiento puede ser difícil establecer una frontera entre Matemática y otros campos científicos. Los lenguajes se aprenden practicándolos. Nuestras habilidades matemáticas naturales son muy limitadas y si queremos resolver problemas matemáticos tenemos que aprender el Lenguaje Matemático, lo mismo que hay que aprender el lenguaje musical para componer sinfonías. Estimo que el parecido, en este sentido, es mayor entre Matemática y Música que entre Matemática y Retórica, pues nuestras competencias innatas son mucho mayores en lenguaje natural.

Cada cultura tiene un "sistema de prácticas" para aprender, investigar o difundir la Matemática. A nosotros nos interesa el sistema de prácticas escolares, o sea, de qué modo proponemos, en esta época y en cada nivel escolar, unas prácticas para aprender el lenguaje matemático y cómo podemos determinar el nivel de competencia comunicativa alcanzado.

Si nos fijamos en otros lenguajes (el natural, el pictórico, el musical, etc.) parece claro que lo que se pretende es que seamos capaces de entender los textos de esos lenguajes y producirlos, a nivel individual y social, cuanto más originales mejor. Y que existen diferentes niveles de comprensión cuando contemplamos una representación teatral, oímos una sinfonía o vemos un cuadro, y

que sólo una pequeña minoría humana es capaz de producir verdaderos textos originales. La cultura matemática, por su relación con el campo científico-técnico, tiene además un uso fuertemente instrumental, que hace necesario que se logren, a nivel social, niveles de competencia matemática muy variados.

3. Cómo se aprende el Lenguaje Matemático y procesos lingüísticos básicos implicados en la comprensión y producción textual.

En otras épocas, el aprendizaje de un lenguaje, incluido el matemático, empezaba por los elementos expresivos mínimos: letras, notas musicales, cifras,... Actualmente tiende a ponerse en contacto al aprendiz, casi desde el comienzo, con **textos elementales**, y se van aprendiendo las formas expresivas de modo simultáneo al avance en la comprensión y producción de textos cada vez más complejos.

En clave matemática diríamos que se propone desde el principio la resolución de pequeños problemas, con base en expresión manipulativa o acciones, descripciones verbales y uso de notaciones personales, no estándares. El vocabulario básico se va adquiriendo de forma paulatina al mismo tiempo que se avanza en la construcción de notaciones estándares y expresión gráfica, así como en traducción de una forma de expresión a otra. Además, ya no se enseña "copiando" de una muestra o patrón y se potencia la creatividad desde los primeros niveles. Está claro que esto se debe en gran parte a que hoy las máquinas son mucho mejores copistas que el ser humano y que realizan los algoritmos y actividades repetitivas de cualquier lenguaje mucho mejor que las personas, con lo cual estas actividades han pasado a ser socialmente irrelevantes.

Los **procesos lingüísticos básicos** de comprensión y producción textual son:

- Lectura comprensiva de textos matemáticos bajo diferentes formas expresivas.
- Producción textual (descripción de situaciones problemáticas, representación bajo diferentes formas expresivas, procesos de construcción y demostración).
- Traducción de una forma de expresión a otra.

Estos procesos básicos implican una serie de procesos elementales como:

- Reconocimiento de vocabulario matemático.
- Representación de relaciones entre conceptos (mapas conceptuales, clasificaciones y

seriaciones).

- Interpretación de vocabulario básico (vía descripciones, definiciones).
- Reconocimiento de datos de un problema bajo diferentes formas expresivas, aislados o en conjuntos estructurados (tablas, gráficas,...).
- Aplicación de reglas sintácticas de transformación de expresiones simbólicas, incluyendo ejecución de algoritmos.
- Procedimientos elementales de construcción gráfica.

Los procesos lingüísticos básicos se pueden reconocer de forma inmediata en alguno de los modelos de resolución de problemas. Hernández y Socas (Hernández y Socas, 1994) esquematizan así tres modelos de competencia para la resolución de problemas aritmético-verbales:

Puig Cerdan (88)	de Hernández Socas (94)	y De Corte y Verschaffel (99)
1. Lectura	1. Lectura	1. Lectura
2. Comprensión	2. Comprensión	2. Elección de operaciones
3. Traducción	3. Representación y ejecución visual-geométrica	3. Ejecución
4. Cálculo	4. Representación-ejecución y solución formal	4. Solución
5. Solución	5. Solución	5. Verificación
6. Revisión	6. Comprobación	

Las fases 1 y 2 en los primeros modelos y la 1 en el tercero corresponden a los procesos de lectura comprensiva de un texto matemático; las fases 3, 4 y 5 en los primeros y la 2, 3 y 4 en el tercero corresponden a la producción textual y posible traducción de una forma expresiva a otra. En el último no aparecen explícitamente los procesos de traducción, tal vez porque son modelos dirigidos a problemas aritméticos elementales y los datos se suponen dados bajo simbolismo específico.

Los tres modelos incluyen una última fase correspondiente a procesos de evaluación. La evaluación puede ser esencialmente un proceso de lectura comprensiva del texto producido al resolver el problema. En algunos casos menos elementales implica traducción a otra forma expresiva y nueva producción textual.

4. Un caso particular: lectura y construcción de tablas de datos.

Desde los primeros niveles se propone problemas cuyo objetivo es obtener datos a través de

procesos elementales de medida (incluyendo en ellos recuentos, clasificaciones y seriaciones) y hay que aprender a representar estos conjuntos de datos bajo la forma expresiva típica de tabla. Simultáneamente se presenta la necesidad de aprender a leer las tablas de datos ya construidas, que suelen ser fuentes de datos para los problemas. Hay algunos casos intermedios, como completar una tabla, que implica tanto saber leer la tabla como construirla en parte. Finalmente también aparecen procesos de traducción de una forma expresiva a otra, especialmente de tablas de datos numéricos a gráficos y viceversa.

La tabla de datos constituye en sí misma un texto matemático autónomo, si es completa y está bien construida. Los rótulos de filas y/o columnas identifican los tipos de datos y su lectura comprensiva suministra directamente la información.

El problema en que está inmersa dirige la atención a ciertos elementos de la misma y hay que saber extraer de la tabla los datos que son pertinentes al problema, pues a partir de una misma tabla se pueden plantear diferentes problemas.

Para llegar a comprender las tablas de datos hay que practicar su lectura y construcción desde las más elementales, con pocos datos, y bajo diferentes formas expresivas. Hay que cuidar en todos los niveles la corrección expresiva, diferenciando las de doble entrada a las de entrada simple claramente, dedicando especial atención a las más significativas, entre las que se encuentran las tablas de correspondencias entre medidas y las de clasificación por una o dos características.

En los libros escolares se usa muchas veces la tabla como forma de expresión alternativa a un esquema o resumen, para representar un conjunto de datos verbales o numéricos (Sanz Lerma, 1995). Las facilidades tipográficas actuales hace que se pueda imprimir casi cualquier conjunto de datos bajo forma de tabla; pero los niños han de aprender a construirlas, lo que implica saber representarlas, y no se les debe recargar con grafismos innecesarios. Por eso opino que deben reservarse para las situaciones en que son verdaderamente pertinentes.

Las tablas de datos pueden presentar **ambigüedades expresivas** originadas generalmente en la rotulación incompleta o inadecuada y en la falta de unidades de medida.

Estas ambigüedades se pueden eliminar algunas veces al leer el texto verbal que las acompaña, pero estimo que no deberían producirse salvo en los casos en que el problema consista en deshacer la ambigüedad, o sea, en completar la tabla.

La lectura de tablas de datos puede llegar a alcanzar un cierto grado de rutinización, que puede ser un objetivo deseable, ya que ello facilitaría la lectura de datos que aparecen en la vida diaria (prensa, documentos e informaciones de centros de servicios). Su construcción es siempre una tarea compleja ya que exige dominar procedimientos de medida y representaciones de datos aislados y tomar decisiones sobre criterios de secuencialización, ordenación o clasificación del conjunto de datos obtenidos o suministrados por el enunciado del problema. Si se trata de varios conjuntos de datos hay que elegir criterios de correspondencia entre ellos. En fin de cuentas la finalidad esencial de una tabla es hacer patentes las estructuras matemáticas subyacentes (correspondencias y clasificaciones esencialmente), por lo que el aprendizaje de esa forma expresiva sólo tiene sentido si sirve de soporte al aprendizaje de los conceptos matemáticos que representa.

BIBLIOGRAFÍA

- Durkin, K., and Shire, B., eds. (1991). **Languages in mathematical education**. Philadelphia: Open University Press.
- Eco, U. (1977). **Tratado de semiótica general**. Barcelona: Lumen (4^a edición, 1988).
- Giménez, J. (1994). Lenguaje verbal y matemáticas: separación sin relaciones. Estado de la investigación. **Suma**, 16, 54-67.
- Grupo Azarquié (1994). Estrategias utilizadas en la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico. **Suma**, 16, 48-53.
- Halliday, M.A.K. (1978). **Language as social semiotic. The social interpretation of Language and meaning**. Londres. Edward Arnold.
- Hernández Domínguez, J. y Socas Robayna, M. M. (1994). Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en Matemáticas. **Suma**, 16, 82-90.
- Kaput, J.J. (1987). Representation Systems and Mathematics. **Problems of Representation in the teaching and learning of Mathematics**, Hillsdale: LEA, 19-26.
- Palarea Medina, M.M. y Socas Robayna, M.M. (1994). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. **Suma**, 16, 91-98.
- Sánchez Benito, A. (1994). La expresión oral y escrita en las Matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria: una experiencia de trabajo en el aula. **Suma**, 16, 99-110.
- Sanz Lerma, I. (1995). **La construcción del Lenguaje Matemático a través de libros escolares de matemáticas. Las configuraciones gráficas de datos**. Leioa: Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.