

5. Matemáticas en educación infantil y primaria

GEOMETRIA: DE CATÁLOGO A PROYECTO: ¿HAY ALGUIEN QUE TENGA ALGÚN PROBLEMA?

David Barba (El Quinzet)

Facultad de Ciencias de la Educación. UAB

Introducción

Esta conferencia sobre Geometría se centrará en dos puntos principales.

Una primera parte tratará sobre la toma de decisiones para organizar el currículum, la Geometría en los libros de texto, la propuesta del DCB, y desarrollará sugerencias sobre distintas maneras de resolver el problema.

La segunda parte tratará sobre la dinámica de las clases de Geometría, convertidas muchas veces en puras identificaciones de estereotipos o bien en memorización de definiciones, y donde raramente se plantea la resolución de problemas. Se presentarán ejemplos de actividades.¹

Saber Geometría

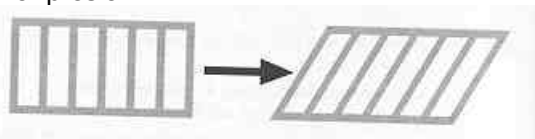
Luis un niño de once años juega con unos listones de madera. Intenta construir una cometa en forma de prisma, que ha visto en una demostración de vuelo de cometas a la que fue, hace pocos días. Después de un cierto tiempo, ha finalizado la primera parte, la estructura de una de las caras (un rectángulo). Una vez construido, lo coge con la dos manos, y efectúa una pequeña presión, para comprobar su rigidez. Su cara de contrariedad, al ver la facilidad con la que se deforma, es el anuncio de una intervención rápida para paliar el problema.



Coge otro listón y lo clava paralelamente a los anteriores, más o menos a la misma distancia. Sigue moviéndose...



¿Será por listones? Continúa clavando más y más hasta convertir el rectángulo en una especie de jaula, ... que continua deformándose a la menor presión.



Seguramente podríamos afirmar que Luis no "sabe" geometría.

Un libro de Matemáticas, abierto precisamente por la² lección de Geometría contempla impasible los esfuerzos del frustrado geómetra. El título del capítulo es: "Posiciones relativas de dos circunferencias" (Exteriores, interiores, tangentes exteriores, secantes, tangentes interiores y concéntricas). Me pregunto si Luis "sabrà" Geometría algún día.

Luis existe, cursa tercer ciclo de primaria, y la construcción de la cometa más pesada de la historia, le ha servido para aprender la indeformabilidad de los triángulos, gracias a la intervención educativa llevada a cabo por su vecino, el carpintero del barrio, a la voz de ¿pero a ti que (...) te enseñan en la escuela?

La anécdota es cierta. También es desafortunadamente cierta la existencia del libro, publicado, durante este mismo curso. La única licencia que me he permitido, es el hecho de asignar este libro a este niño, pero para el caso, da lo mismo.

Quisiera hacer hincapié en el hecho que está completamente fuera de mi intención afirmar que

1. Debido a que las actividades son sobradamente conocidas, en este resumen solamente se presenta la primera parte, tanto por razones de espacio como para no cansar al lector con ejemplos que ya pertenecen al dominio público

2. En este caso el artículo la no hace referencia a la lección del día, sino a la única lección del libro dedica a la Geometría (de un total de 20)

en este momento todos los libros de texto de Reforma se pueden reconocer en esta anécdota. Ciertamente existen algunos libros que se han planteado la enseñanza de la geometría de una manera mucho más funcional, y con una presencia muy importante en sus planteamientos.

Los libros de texto y los programas del DCB

La duda

Uno de los interrogantes principales (no resuelto hasta el momento) que me surgieron cuando hice un pequeño estudio sobre el tratamiento de la Geometría en los textos escolares, fue el de imaginarme el motivo por el cual bastantes textos continúan insistiendo en continuar convirtiendo la geometría, casi exclusivamente, en una lista de nombres muy alejados a mi entender del niño, de sus necesidades, e incluso de la sociedad.

Pensé que un motivo podría ser, al tratarse de textos escolares, la influencia de los contenidos dictados desde la administración, y me puse a trabajar en ellos. Sin embargo en la primera lectura de los contenidos, queda clarísimo que no es éste el motivo de la opción tomada por algunos autores.

No es mi deseo polemizar sobre las decisiones curriculares llevadas a cabo por los autores de ciertos textos escolares, en las que puedo estar o no de acuerdo, sino resaltar que a mi entender

Los contenidos referentes a geometría presentados por bastantes textos escolares actuales, difieren de manera importante, de la filosofía presentada en el DCB

Por otra parte, cabría plantearse, que seguramente también deben ser realmente distintos los objetivos generales, y las capacidades que conllevan, factor preocupante, a mi entender.

La propuesta

Si los objetivos y contenidos del DCB ofrecen una propuesta funcional, ligada a la realidad y alejada de verbalismos inútiles, pensé que una idea a desarrollar en esta conferencia podría ser la de proponer dos o tres puntos de vista distintos, que dieran a los maestros elementos de reflexión para realizar la toma de decisiones en el momento de elaborar los proyectos curriculares.

La propuesta opta claramente por la funcionalidad de los aprendizajes, la verbalización de éstos, y la inclusión de las tareas concretas en un marco de realización de un

5. Matemáticas en la educación infantil y primaria

proyecto más amplio (por ejemplo estudiar coordenadas en un contexto de lectura de mapas). Propuesta que coincide a mi entender con las intenciones del DCB.

Parece interesante tener diferentes modelos de organización de la Geometría, donde los contenidos estructuradores³ sean distintos, ya que nos permitirán más flexibilidad a la hora de querer trabajar por rincones, proyectos, temas integrados, globalizaciones, interrelación, etc.

Los desarrollos curriculares

Análisis de la Geometría en el DCB

La lectura ha consistido en analizar los contenidos referentes a Geometría que aparecían en los currículos oficiales del MEC, y organizarlos según diferentes criterios de clasificación, para ver, por un lado la coherencia de su planteo, y por otro, las posibles nuevas interpretaciones que podrían aparecer.

Para este trabajo sólo he tenido en cuenta la lista referente a los **contenidos de procedimientos**, dejando de lado los contenidos de conceptos, con la intención de huir de la "lista de la compra" en la que se torna, demasiadas veces la enseñanza de la Geometría.

Elegir los contenidos de procedimientos, como estructuradores del currículum da una visión distinta a la organización de la materia.

Para facilitar la lectura del artículo reproduzco aquí dichos contenidos:

- 1) Descripción de la situación y posición de un objeto en el espacio en relación a uno mismo y/o a otros puntos de referencia apropiados
- 2) Representación y lectura de puntos en los sistemas de coordenadas cartesianas
- 3) Elaboración e interpretación verbal de croquis e itinerarios
- 4) Lectura e interpretación y construcción de planos y maquetas utilizando una escala gráfica
- 5) Lectura e interpretación y reproducción de mapas
- 6) Utilización de instrumentos de dibujo

3. Entendemos por contenidos estructuradores, aquellos que el maestro elige como eje principal alrededor de los cuales se estructura la asignatura. Por ejemplo Polígonos, ángulos etc o bien Construcciones geométricas, mosaicos etc, o incluso Localizar, construir, medir ...

habituales para la construcción y exploración de formas geométricas

- 7) Utilización adecuada del lenguaje geométrico básico en la descripción de objetos familiares
- 8) Construcción de figuras geométricas a partir de datos previamente establecidos
- 9) Comparación y clasificación de figuras planas y cuerpos geométricos utilizando diferentes criterios
- 10) Formación de figuras planas y cuerpos geométricos, a partir de otras, por composición y descomposición
- 11) Búsqueda de elementos de regularidad y simetría en figuras y cuerpos geométricos
- 12) Elaboración y utilización de estrategias personales para llevar a cabo mediciones y estimaciones de perímetros y áreas

Así pues, y haciendo una interpretación personal de los programas, plantearé diferentes propuestas de organización, usando como base las formulaciones de los contenidos que nos propone el MEC.

Toma de decisión en los planteamientos curriculares: Diferentes lecturas

La lectura de los programas según los contenidos "clásicos"

Siguiendo un planteamiento "clásico", podríamos intentar reconocer en los contenidos propuestos, cuales están en relación con los temas básicos, para después usar estos contenidos como **contenidos estructuradores** del curriculum de Geometría.

Cuando hablamos de contenidos "clásicos" nos referimos a los que podrían corresponder a una clasificación como la siguiente

1. Figuras planas y del espacio
2. Movimientos y transformaciones
3. Elementos, relaciones de incidencia y de organización del plano y del espacio

La clasificación de los contenidos según estos criterios nos permite clasificarlos en dos grandes grupos:

- 1) Los correspondientes al estudio de las figuras (planas y del espacio) los hallamos buscando las palabras figura o cuerpo en el texto, y fueron los siguientes
 - Comparar y clasificar utilizando diferentes criterios
 - Formar a partir de composición y descomposición de otros
 - Buscar elementos de regularidad y simetría
 - Construir a partir de datos previamente establecidos

Estos cuatro puntos nos ofrecen una interesante secuencia didáctica: Comparar para clasificar, estudiar composiciones y descomposiciones, descubrir regularidades y construir o dibujar a partir de datos, son contenidos que pueden **repetirse cíclicamente** ya que la evolución vendrá dada por los conceptos o procedimientos cada vez más elevados que los niños vayan incorporando a sus descripciones.

En este sentido, los niveles de Van Hiele pueden ser un marco de referencia válido para formalizar estas secuencias, sin embargo no es este el espacio indicado para profundizar sobre esta idea.

El resto de contenidos de procedimientos no nos permite hacer una clasificación clara, si bien podemos apuntar la idea que las transformaciones geométricas y los elementos de organización del plano son recogidos de una manera funcional, bien sea para clasificar figuras, bien sea para leer o interpretar mapas, planos, etc.

En resumen podríamos afirmar que :

Una clasificación de los contenidos procedimentales cercana a las secuencias "clásicas de la Geometría" podría ser la siguiente:

El estudio de las figuras planas y del espacio consistirá en efectuar clasificaciones a partir de comparación de figuras, construirlas siguiendo criterios, y analizarlas por composición y descomposición de otras conocidas, o bien a partir de sus regularidades y simetrías.

Paralelamente a esto, la necesidad de leer, interpretar y construir mapas, planos y maquetas, definir trayectorias, nos llevará a los conceptos asociados a la organización del plano y a sus relaciones de incidencia (coordenadas, paralelismo, perpendicularidad, etc.)

Segundo análisis: Clasifiquemos "por verbos"

Sin embargo, esta primera clasificación traicionaría un poco la mentalidad con la que hemos enfocado esta reflexión. Si el punto importante sobre el que centramos la organización de la materia son los contenidos procedimentales, no se puede defender con mucha pasión el hecho de organizar después la materia por conceptos.

Así pues, analicemos los contenidos y observemos bajo qué **acciones** (verbos) los autores del DCB han organizado los contenidos y en qué campos distintos son aplicados.

Por cuestiones de espacio, solamente haré referencia a los verbos que salgan tres veces como mínimo en la formulación de los 12 contenidos de procedimientos (decisión completamente arbitraria por mi parte, pero que pienso que puede dar una visión general interesante).

Así pues las acciones más generales que nos presenta el DCB en referencia a los contenidos de procedimientos son: **Utilizar, construir, describir, leer e interpretar**

Así pues, buscaremos estas acciones en los contenidos y haremos una pequeña reflexión para cada uno de ellos

Utilizar

Estos son los tres contenidos en los que aparece este verbo

6) **Utilización** de instrumentos de dibujo habituales para la construcción y exploración de formas geométricas.

12) Elaboración y **utilización** de estrategias personales para llevar a cabo mediciones y estimaciones de perímetros y áreas

7) **Utilización** adecuada del lenguaje geométrico básico en la descripción de objetos familiares

Así pues se nos define un "módulo" que planea alrededor de la acción **utilización**, que podríamos especificar como sigue:

- Utilizar los instrumentos de dibujo para DIBUJAR
- Utilizar el lenguaje geométrico para DESCRIBIR
- Utilizar estrategias de medida personales para MEDIR

Construir

Los contenidos relacionados son:

4) Lectura interpretación y **construcción** de planos y maquetas utilizando una escala gráfica.

6) Utilización de instrumentos de dibujo habituales para la **construcción** y exploración de formas geométricas.

8) **Construcción** de figuras geométricas a partir de datos previamente establecidos.

Contenidos que podríamos reelaborar como sigue:

- Construir planos y maquetas y (o para) saberlos LEER e INTERPRETAR.
- Construir figuras planas con instrumentos de dibujo para EXPLORAR formas y

5. Matemáticas en la educación infantil y primaria

propiedades.

- Construir figuras a partir de datos para INTERPRETAR informaciones

Describir

1) **Descripción** de la situación y posición de un objeto en el espacio en relación a uno mismo y/o a otros puntos de referencia apropiados.

3) Elaboración interpretación y **descripción** verbal de croquis e itinerarios

7) Utilización adecuada del lenguaje geométrico básico en la **descripción** de objetos familiares

- Describir para LOCALIZAR objetos
- Describir para INDICAR trayectorias
- Describir para DETERMINAR O DEFINIR figuras o cuerpos

Leer

2) Representación y **lectura** de puntos en los sistemas de coordenadas cartesianas.

4) Lectura, interpretación y construcción de planos y maquetas

5) **Lectura**, interpretación y reproducción de mapas

La idea global de estos tres contenidos, la juntamos con la siguiente idea (interpretar) ya que a mi entender son inseparables:

Interpretar

3) Elaboración, **interpretación** y descripción verbal de croquis e itinerarios

4) Lectura, **interpretación** y construcción de planos y maquetas utilizando una escala gráfica.

5) Lectura, **interpretación** y reproducción de mapas

Una lectura global de los seis contenidos referentes a leer e interpretar nos llevaría a afirmar:

Leer e interpretar para: ORGANIZAR el plano a base de coordenadas, INTERPRETAR y CONSTRUIR planos y maquetas.

Organizar los contenidos en relación a sus "verbos", nos lleva a un planteamiento donde las pautas de evaluación estarían presididas por la observación de acciones, como construir (utilizar, etc.)

Por ejemplo: "Cuando construye (planos, formas geométricas, figuras según criterios) su nivel es... Utiliza el lenguaje adecuado..., etc.

Puede presentar el problema de la falta de costumbre y seguridad para el maestro ya que

Tercera lectura. Actividades relacionadas con el entorno que nos "sugieran" geometría

El anterior análisis de los contenidos nos acerca a un planteamiento de la organización de las clases más general.

Parece que en según que actividades sea más funcional fijarse en aspectos como: saber utilizar, construir o leer planos, figuras o trayectorias que no en conceptos "sueltos", como decir si el gato está dentro o fuera del laberinto (por ejemplo)

Sin embargo, siendo un buen esquema de reflexión, no estamos seguros que la excesiva "distancia" a los contenidos clásicos de la Geometría no cree cierta inseguridad a los maestros en el aspecto de "cumplir programa".

Viendo este problema, parece que vale la pena acordarse de Alan Bishop y de sus planteamientos de organización de curriculum que tengan en cuenta la multiculturalidad.

Por otra parte, este enfoque no solo nos da un esquema consistente de organización del programa, sino que además hace hincapié en el tratamiento de la diversidad en los aspectos de diferencias culturales.

Esta propuesta fue desarrollada en una conferencia⁴ del II congreso internacional sobre investigación en la Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas en 1987, y publicada en la Revista Enseñanza de las Ciencias.

En un apartado de la conferencia afirmaba (referido a la necesidad urgente de encontrar los caminos del curriculum de matemáticas "multicultural")

"(hay) seis tipos de actividades relacionadas con el entorno en las que todos los grupos culturales participan y que por lo tanto son universales. Estas actividades son: **Contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar**"

Para posteriormente, relacionar estas actividades con ideas importantes para las matemáticas.

Así pues, y después de la lectura anteriormente presentada, me pareció interesante aglutinar la propuesta anterior atendiendo a la clasificación presentada por este autor (restringida a los

5. Matemáticas en la educación infantil y primaria

aspectos geométricos): **Localizar, Construir, Expresar y Medir**

A primera vista entiendo que puede parecer más difícil para un maestro, pensar una programación organizada de esta manera. Sobre todo condicionados por la presión de asegurar unos contenidos. De hecho es cierto, pero hay tres motivos por los cuales me parece que vale la pena presentar este trabajo.

En primer lugar, la facilidad con la que estas actividades pueden ser incorporadas en trabajos por proyectos, o en organización de rincones en clase.

En segundo lugar la facilidad de producir interacciones que nos ofrecen tareas de este tipo, el trabajo en grupo, la discusión y la confrontación de ideas van íntimamente ligadas a esto.

Y el tercer motivo, ciertamente mucho más triste: la escasa importancia tanto social como escolar que realmente tiene la Geometría nos permite poder "jugárnosla" mucho más. Así pues la clasificación de los contenidos quedaría de ésta manera:

Localizar

Bajo este concepto incluimos los objetivos que responden a acciones identificadas en el DCB asociadas a los verbos Describir, representar, interpretar, elaborar, y leer, referidos básicamente a aspectos de organización del plano en lo referente a los aspectos geométricos, y a lectura de mapas en lo referente a aspectos funcionales o de aplicación.

Englobaría los contenidos siguientes:

- 1) Descripción de la situación y posición de un objeto en el espacio en relación a uno mismo y/o a otro puntos puntos de referencia apropiados
- 2) Representación y lectura de puntos en los sistemas de coordenadas cartesianas
- 3) Elaboración e interpretación verbal de croquis e itinerarios
- 4) Lectura, interpretación y construcción de planos y maquetas utilizando una escala gráfica
- 5) Lectura, interpretación y reproducción de mapas.

Construir

Dos son los contenidos que hacen referencia a este tipo de acción:

- 6) Utilización de instrumentos de dibujo habituales para la construcción y exploración de

4. Bishop A.J, "Aspectos sociales y culturales de la educación matemática. Enseñanza de las Ciencias 1988, 6(2), 121-125

formas geométricas

8) Construcción de figuras geométricas a partir de datos previamente establecidos

Expresar

Entendido como sinónimo de describir o identificar, este grupo de objetivos nos da entrada a la parte que siempre ha estado presente en la Geometría; vocabulario y propiedades, pero visto desde la óptica de la comunicación, bien sea a partir de sus características bien sea por descubrimiento de sus rasgos comunes o propiedades.

Desde el punto de vista de los contenidos de Geometría englobaría la parte del estudio de las figuras así como de las transformaciones geométricas en relación a las propiedades de las figuras (ejes de simetría, giros, ...)

7) Utilización adecuada del lenguaje geométrico básico en la descripción de objetos familiares

9) Comparación y clasificación de figuras planas y cuerpos geométricos utilizando diferentes criterios

10) Formación de figuras planas y cuerpos geométricos, a partir de otras, por composición y descomposición

11) Búsqueda de elementos de regularidad y simetría en figuras y cuerpos geométricos.

Medir

Medir, otro de los grandes olvidos en los libros de texto de primaria, quedando reducida, a partir de segundo ciclo, a unas extrañas habilidades consistentes en saber desplazar una coma hacia la derecha o hacia la izquierda para resolver cuestiones tan interesantes como ¿cuántos mm son 3dm?, con la pretensión oculta, de conseguir que los alumnos contesten 0. 0003 dm.

12) Elaboración y utilización de estrategias personales para llevar a cabo mediciones y estimaciones de perímetros y áreas

Medir para ayudar a localizar, expresar, construir, y ... medir, es dar a la medida una dimensión comunicativa de la importancia que a nuestro entender se merece.

Una organización de la Geometría (o de las Matemáticas) que se fije en estos aspectos, en lugar de la "lista de la compra" suponemos que será mucho más funcional, cercana y divertida, tanto para nuestros alumnos, como para nosotros mismos.

Si elegimos como contenidos estructuradores el modelo de las actividades de Bishop, es

5. Matemáticas en la educación infantil y primaria

muy fácil que casi sin darnos cuenta dotemos de funcionalidad, y relación con el entorno nuestras clases de Geometría.

Por otro lado "cumplimos programa" ya que sólo hemos hecho una reorganización de los contenidos

Reflexión final

En esta primera parte se ha intentado ofrecer una propuesta de organización de la Geometría que acerque más la materia al entorno y la realidad de clase.

Realmente no se plantea que **toda** la Geometría tenga que organizarse así. Seguramente lo mejor será elegir algunos temas y trabajarlos clásicamente y otros a partir de este tipo de actividades.

Pienso que un posible problema pueda ser el miedo que a veces producen las Matemáticas, y pienso también que hay que perderlo, como el carpintero que aconsejó a Luis. Sin embargo no se trata de un acto de valentía inconsciente, el camino no es fácil y seguramente, lo mejor es dejarnos aconsejar por alguien que domine un poco más que nosotros la materia, en caso de inseguridades "pedagógicomatemáticas". Si nos lo proponemos, la Geometría es un instrumento excelente para divertirse y aprender.

Para terminar quería dejar claro un aspecto. Puede deducirse de mi explicación que un curso de Geometría planteado a partir de conceptos "clásicos" no comparte los objetivos de la Reforma, o no es funcional o es inútil para los niños. No querría dar esta impresión. Éste es el comentario hecho sobre bastantes de los textos actuales, que bajo la apariencia de explicar contenidos clásicos, en el fondo, ni tan siquiera cumplen este papel de manera correcta.

Sirva de ejemplo cualquiera de los libros de P. Puig Adam, adecuados al antiguo plan de Bachillerato. Cada vez que tengo que plantear una actividad de Geometría sea en el esquema de organización que sea, los consulto (¡una vez más!) y a veces, sólomente haciendo fotocopias sale la mejor lección que podría imaginar

Se puede elegir cualquier organización a la hora de decidir los contenidos estructuradores, pero sería interesante que:

- **Nos sintamos cómodos, sin presiones curriculares o de "reformatitis"**
- **Los criterios de selección respondan realmente a una intencionalidad**

- **El día que no sepamos el motivo de una actividad más vale no hacerla**
- **Tener un libro de Puig Adam bajo la almohada**

Actividades

Puede parecer que la propuesta necesite de mucha más información para llevarla a cabo. Sin embargo, desde hace mucho tiempo, las propuestas presentadas en artículos, libros, jornadas, etc. están en la línea del esquema presentado. Trabajar con el tangram, utilizar espejos, construir figuras del espacio con el polidróno, hacer mosaicos, etc., son actividades presentadas desde hace muchísimo tiempo por compañeros que no cito ya que la lista sería interminable.

Ana, el tangram, la amiga íntima y Telefónica

La maestra ha pedido a sus alumnos que para el día siguiente traigan a clase un tangram, construido sobre un cuadrado de 15x15 cm y les ha hecho el croquis en la pizarra.

Ana, al llegar a casa, abre su carpeta y observa con contrariedad, que el croquis no aparece por ninguna parte. Decide llamar a Julia para que le dicte por teléfono la estructura del tangram.

Julia se pone al teléfono, coge su tangram e intenta describir a su compañera la disposición de las piezas.

No os cuento la broca que los padres de Ana le pegaron el día que llegó la factura del teléfono, ni la cara de asombro que puso la maestra cuando vio el supuesto tangram construido, ni la encendida discusión "preadolescente" que hizo que Ana y su mejor amiga estuvieran tres largos días sin hablarse.

Seguramente todo esto sucedió debido a que seguramente Julia no "sabía" geometría, y que en su libro de matemáticas abierto por la página 156 y acompañando a un dibujo de dos paralelas cortadas por una secante se leían palabras como "opuestos por el vértice, correspondientes, alternos internos..."

Julia existe, tiene 11 años, el libro también, acaba de cumplir 9 meses...