

LA INFERENCIA ESTADÍSTICA EN LOS BACHILLERATOS

Onofre Monzó del Olmo

CEP de Godella. Valencia

Tomás Queralt Llopis

CEP de Torrent. Valencia

Introducción

A lo largo del presente documento vamos a intentar contestar algunas preguntas que consideramos todo profesor de Matemáticas en la etapa de Bachilleratos deberá hacerse, en lo que se refiere a la inclusión de aspectos de **inferencia estadística** en el nuevo currículum: el **por qué** incluir este contenido?; el **qué**, es decir, qué aspectos de la inferencia estadística sería posible desarrollar?; el **cómo** trabajar este tipo de contenidos, hay alguna consideración metodológica sobre su tratamiento?.

Como decía el profesor Santaló, las ideas de probabilidad y estadística son tan importantes y ponen en juego tan diversos temas de la matemática, que no conviene asignarles cierto tiempo de determinado año y luego no hablar más de ellas. Si la enseñanza en espiral es recomendable para toda la matemática, lo es doblemente para el capítulo de probabilidades y estadística. Desde la escuela primaria, mediante experiencias elementales, cada año hay que introducir ejemplos más complicados, con su tratamiento más perfeccionado, señalando los puntos clave de “dependencia” e “independencia”, probabilidades compuestas, esperanza matemática, varianza, hasta las leyes más usuales de la probabilidad. En los últimos años de enseñanza media cabe dar ejemplos sobre estimadores y verificación de hipótesis.

Más recientemente el profesor Miguel de Guzmán señala que la probabilidad y la estadística son componentes muy importantes en nuestra cultura y en muchas de nuestras ciencias específicas. Deberían constituir una parte importante del bagaje cultural básico del ciudadano de nuestra sociedad. Es éste un punto en el que todos los sistemas educativos parecen concordar. Y, efectivamente, son muchos los países que incluyen en sus programas de enseñanza secundaria estas materias, pero en pocos esta enseñanza se lleva a cabo con la eficacia deseada.

Otras propuestas actuales recomiendan que los estudiantes tienen que llegar a conocer de forma intuitiva la nociones de azar, representatividad y sesgo con relación a las muestras mejorando así su capacidad de enjuiciar las afirmaciones estadísticas. Estas estructuras conceptuales darán a los estudiantes las herramientas adecuadas para poder rechazar, por ejemplo, las afirmaciones publicitarias de la televisión, como las que muestran a toda una serie de gente eligiendo la misma pasta de dientes. (En este caso está claro que no se cumple la

condición de representatividad.) Si queremos que alcancen a comprender los conceptos muestreo, teorema central del límite e intervalo de confianza, los estudiantes deben haberse ejercitado en la construcción y análisis de distribuciones de muestras por medio de simulaciones. Estas experiencias ofrecen a los estudiantes las herramientas y el punto de vista que les harán falta para interpretar afirmaciones de los medios de comunicación como por ejemplo, “Las encuestas indican que el 55% de los electores, con un error del 32%, prefieren al candidato X (con fiabilidad del 90%).” Los campos de la estadística y de la probabilidad se entrecruzan en este caso. Los futuros universitarios deben también aplicar este concepto de muestreo el diseño de experimentos propios para comprobar hipótesis.

Los estudiantes deben darse cuenta de que puede surgir un sesgo tanto en la interpretación de los resultados como en el muestreo: la predisposición o las expectativas de la persona que realiza la interpretación pueden afectar interesadamente al mensaje que se extraiga de los resultados estadísticos. Esto ocurre a menudo en la presentación e interpretación de datos que se realiza con fines políticos.

Los futuros universitarios deben familiarizarse con distribuciones tales como la normal, t de Student, Poisson o χ^2 . Los estudiantes deben ser capaces de decidir en qué casos resulta adecuado utilizar estas distribuciones en el análisis estadístico (p. ej. para obtener los intervalos de confianza o para efectuar test de hipótesis). Las actividades docentes deben centrarse en la lógica que existe tras el proceso tanto como en la “comprobación” misma.

En los últimos años se han venido usando cada vez más los métodos no paramétricos o métodos de distribución libre, como la prueba de la χ^2 , como una alternativa a las comprobaciones estadísticas que asumen una distribución particular (generalmente normal). Las técnicas no paramétricas (que incluyen asimismo medidas tales como la prueba del signo, la U de Mann-Whitney) son extremadamente versátiles, fáciles de usar, y su potencia proviene a menudo directamente de la combinatoria y de la distribución binómica (de la población o de la muestra), y se adecuan especialmente bien a muestras pequeñas. Ya que estos métodos van alcanzando cada vez más popularidad, es esperable que lleguen a convertirse en parte integrante de futuro currículo de estadística.

Hay que animar a todos los estudiantes a descubrir generalizaciones que relacionen el efecto de modificar un conjunto de datos por medio de transformaciones

aditivas o multiplicativas de la media, la mediana, la moda y la varianza. La tecnología proporciona un medio fácil de calcular las estadísticas de los datos modificados, lo cual lleva, al ser analizadas, a generalizar los resultados. Los futuros universitarios deben ser capaces de obtener estos resultados por medios algebraicos.

¿Por qué incluir este contenido en el bachillerato?

Los datos, resúmenes e **inferencias estadísticas** se encuentran en el trabajo y en la vida diaria de los individuos con más frecuencia que cualquier otra forma de análisis matemático. Por lo tanto, resultaría esencial que todos los bachilleres adquieran, a nivel adecuado, las aptitudes que se tratan en este documento. Para conseguirlo, es necesario que se dé a la estadística un lugar más prominente en currículo de la enseñanza secundaria.

Se podría afirmar que **la estadística y la probabilidad son parte fundamental de nuestra cultura**. Estamos inmersos en un mundo en el que las necesidades de tratar, transmitir e interpretar la información son cada vez mayores. Estas necesidades exigen un tratamiento de los datos en términos de estadística y probabilidad al cual la escuela no puede ser ajena. Basta con abrir un periódico para percatarse de la multiplicidad de situaciones en las que conceptos estadísticos y probabilísticos aparecen involucrados.

Existen numerosos ejemplos de cómo la estadística y la probabilidad afectan a los individuos en su vida diaria:

- ¿Qué implicaciones tiene un cambio del índice de precios al consumo respecto a los aumentos salariales?
- ¿Cómo influye la redacción de las preguntas en los cuestionarios y referéndums sobre los resultados?
- ¿Cuál debe ser la inversión en hospitales, colegios, medios de transporte,... teniendo en cuenta los datos del censo nacional?
- A la vista de la experiencia acumulada, ¿debe ser obligatorio el uso del cinturón de seguridad en los coches?
- ¿Debe vacunarse un niño teniendo en cuenta la efectividad de la vacuna y el riesgo de efectos secundarios?
- ¿Existe alguna relación entre el tabaco y el cáncer de pulmón?
- ¿Qué implicaciones tiene el control de calidad sobre la compra diaria?
- ¿Por qué haciendo una pequeña encuesta se puede predecir el resultado de unas elecciones?

Determinados aspectos de **estadística y probabilidad intervienen en el trabajo de muchos profesionales**, que deben tomar decisiones en función de la interpretación que se dé a unos determinados datos, o del grado de confianza probabilístico que un determinado resultado proporcione. Tanto en la empresa privada como en la administración se están

6. Las Matemáticas en los nuevos bachilleratos

tomando continuamente decisiones a partir de los resultados de una encuesta y la interpretación de sus resultados, se leen tablas de datos, se interpretan gráficas de control de calidad, etc... Estas decisiones serían tanto más acertadas si se tuviera consciencia de la importancia del estudio estadístico previo a la toma de la decisión, junto con un mínimo conocimiento de la interpretación correcta y análisis de los datos obtenidos.

Desde el punto de vista educativo, **el estudio de la probabilidad y de la estadística ayuda al desarrollo personal del alumnado**. El estudio de estos contenidos en un contexto aplicado permite el desarrollo de habilidades matemáticas, tanto cognitivas como metacognitivas: planificación del estudio, desarrollo de habilidades numéricas, introducción a la modelización matemática de problemas reales, conocimiento más profundo de la naturaleza e importancia de la variabilidad, tratamiento de la incertidumbre, etc. El estudio de la estadística utilizando datos de problemas reales, predispone al alumnado a formar sus opiniones de acuerdo con la evidencia proporcionada por los datos, haciendo frente a sus prejuicios, pensando más conscientemente sus argumentos y dándose cuenta de las complejidades de los temas tratados. En definitiva, le lleva a tomar decisiones con una información mayor.

Hay que destacar la potencia de **la estadística y la probabilidad, en tanto que constituyen una aplicación importante de las matemáticas**. La búsqueda de modelos teóricos que permitan describir ciertas situaciones del mundo real y que no se encuentran en modelos deterministas, hallan respuesta en el campo de la estadística y la probabilidad. El cómo medir ese grado de incertidumbre ante una situación cuyo resultado se desconoce de antemano tiene su modelo dentro de este campo. Así, la estadística y la probabilidad proporcionan aplicaciones de las matemáticas llenas de sentido.

La estadística y la probabilidad son utilizadas en muchos temas del curriculum de enseñanza media, así como en los planes de estudio de muchas carreras. En muchas asignaturas de enseñanza media se utilizan recursos estadísticos para interpretar datos, como gráficas, parámetros estadísticos, distribuciones de frecuencias, etc., así como recursos e interpretaciones probabilísticas, como en física cuántica, etc.

El biólogo estudia el crecimiento y los cambios en el tiempo de las poblaciones de seres vivos, estima el tamaño de las poblaciones por medio de muestras o por métodos de captura-recaptura, aplica modelos probabilísticos al estudio de la genética, diseña experimentos que analiza estadísticamente, compara el efecto de un determinado tratamiento o alimentación sobre una muestra y analiza si el resultado del efecto es estadísticamente significativo como para aplicarlo sistemáticamente con objeto de mejorar cosechas o crecimientos de ganado, ...

El geógrafo utiliza los datos del censo para estudiar el crecimiento naturaleza de las ciudades, se pregunta

por los recursos naturales y por cuánto pueden durar, analiza los índices de nacimientos y muertes relacionándolas con la explosión demográfica,...

El sociólogo utiliza encuestas, censos, índices, estadísticas,... como fuentes de datos sociológicos, debiendo utilizar técnicas estadísticas para su análisis.

El historiador necesita utilizar datos históricos como una de sus fuentes de investigación del pasado, debiendo enfrentarse a los problemas de poca calidad de los datos y de cambio de definición de los mismos.

El economista deberá manejar encuestas, índices de inflación, mediciones de la economía del país, el índice de precios al consumo, proyecciones de tendencias actuales,...

El físico utiliza la media aritmética para mejorar la exactitud de sus mediciones, mide los efectos de los fenómenos físicos, debe tener en cuenta la variabilidad de los resultados de experimentos repetidos, expresa la posición de una partícula en el átomo en términos de probabilidad,...

Muestreo

Recientemente el profesor Caludi Alsina proponía un listado de capacidades que todo ciudadano o ciudadana debería ser capaz de alcanzar al finalizar sus estudios obligatorios de matemáticas de los que podríamos destacar:

Conocer los márgenes de error y de acierto de sondeos y encuestas en sus distintas variantes (opinión, tendencia de voto, resultado electoral, ...)

Conocer la técnica para realizar muestreos entre la población, sabiendo apreciar la representatividad de la misma a la vista del método de selección seguido y de la amplitud muestral considerada.

La finalidad del muestreo es proporcionar diseños muestrales, esto es, métodos de selección y de estimación, que arrojen los mejores resultados (usualmente mínima varianza) al menor costo posible. Para un costo dado podemos utilizar diferentes diseños muestrales, algunos de los cuales pueden diferir únicamente en la manera de efectuar la estimación, pero podrán compararse entre sí en términos de la varianza de su distribución en el muestreo o de su error cuadrático medio.

Sabemos que el valor correcto de un parámetro poblacional se puede determinar a través de un censo, es decir, por el estudio de toda la población. Sin embargo, en el muestreo, al tomar una muestra sólo revisamos una fracción de una población, y en base a ella, inferimos el valor del parámetro en la población completa. Es evidente que en estas condiciones existirá un error en la estimación. Siempre, o casi siempre, existirá un error, no estamos exentos de él; pero éste es controlable, ya que la varianza de la media muestral se encuentra en función del tamaño de la muestra.

El usuario de la información debe ser consciente de este error, con respecto al parámetro poblacional

6. Las Matemáticas en los nuevos bachilleratos

existe un determinado porcentaje de él que está dispuesto a aceptar como error de muestreo.

Sin embargo, como el azar está presente en cada muestra que se elige; el estadístico no puede asegurar para todas las muestra posibles un mismo error.

Estimadores

La descripción de un conjunto de datos (muestra) puede tener interés por sí misma, pero habitualmente el propósito del investigador es extraer resultados aplicables a más unidades de las estrictamente observadas. La **estadística** proporciona una base racional para ese proceso de generalización, que tiene en cuenta la variabilidad de los datos. **La idea clave en la aproximación estadística es considerar la muestra como una parte de la población, siendo ésta última el foco real de interés práctico y/o científico.** El proceso de extraer conclusiones acerca de una población basadas en las observaciones de una muestra de esa población (**inferencia estadística**) presenta dos posibles fuentes de dificultad:

- a.- El posible sesgo de los datos de la muestra.
- b.- Un tamaño muestral pequeño que no permita generalizar los resultados.

La representatividad de una muestra respecto de una población depende no solamente de las unidades observacionales, sino también de la variable observada. Así, para describir la población de la que hemos extraído los datos, intentaremos describir el conjunto de observaciones que habríamos obtenido si el proceso de generar los datos se repitiese indefinidamente. Dado que no solemos conocer exactamente las características de una población, utilizamos las muestras para describirlas, de modo que las características muestrales serán una **estimación** de las correspondientes características poblacionales. Así, pues, **la estimación de parámetros es un tipo de inferencia estadística.**

Algunos rasgos de una distribución -como la media- pueden representarse por un único número, mientras que otros -como la forma- no puede. Así, el **estadístico** es aquel valor numérico que describe una muestra, y en correspondencia, el **parámetro** es la medida numérica que describe una población.

Para datos categóricos, puede describirse una población estableciendo las proporciones o frecuencias relativas de cada categoría. Las proporciones exactas de la población π no son conocidas, y usaremos las correspondientes

proporciones muestrales como estimadores $\hat{p}$. De

modo que $\hat{p}$ es un **estimador** de π . Si la variable observada es cuantitativa, podemos determinar los estadísticos de la muestra: $\bar{X}$, s, mediana,... y cada uno de ellos será un estimador de su correspondiente parámetro poblacional, cuya notación suele ser μ para la media poblacional, y σ para la desviación típica.

Una meta importante del análisis de datos es distinguir entre las características de los datos que reflejan hechos reales y características que pueden reflejarse solo por efecto del azar. El modelo de **muestreo aleatorio** proporciona un marco de trabajo para realizar esta distinción. La realidad se contempla como una población, los datos son vistos como una muestra aleatoria de la población, y los efectos del azar se observan como errores de muestreo, esto es, la discrepancia entre la muestra y la población. Así, la variabilidad entre muestras aleatorias de la misma población es llamada **distribución en el muestreo**. Mientras una muestra aleatoria puede ser o no parecida a la población de la que procede, una distribución en el muestreo puede especificar cuán cerca estamos de la realidad en términos de probabilidad.

De acuerdo con el modelo de muestreo aleatorio, vemos los datos en un experimento como una muestra aleatoria de una población. Pero para visualizar la variabilidad en el muestreo, necesitamos ensanchar nuestro marco de referencia incluyendo, no meramente una sencilla muestra, sino todas las muestras posibles que podamos sacar de la población. Este mayor marco de referencia se llamará meta-experimento. Un **meta-experimento** consiste en infinitas repeticiones, o réplicas, del mismo experimento. Así, si el experimento consiste en sacar una muestra aleatoria de tamaño n de alguna población, el correspondiente meta-experimento supone sacar repetidas muestras aleatorias de tamaño n de la misma población. El proceso de sacar repetidamente es seguido indefinidamente con los miembros de cada muestra reemplazados antes de sacar la siguiente. Notar que un meta-experimento es una construcción teórica más que una operación que es realizada realmente por algún investigador. El concepto de meta-experimento proporciona un lazo entre la variabilidad en el muestreo y la probabilidad. Puesto que la probabilidad de un suceso puede ser interpretada a la larga como la frecuencia relativa de ocurrencia de un suceso, y elegir una muestra aleatoria es una operación de azar, el meta-experimento consiste en muchas repeticiones de esta operación de azar, y por tanto las probabilidades concernientes a una muestra aleatoria pueden interpretarse como una frecuencia relativa en un meta-experimento. Así, la distribución en el muestreo describe la variabilidad entre las muchas muestras aleatorias en un meta-experimento.

Para estudiar el muestreo aleatorio de una gran población dicotómica, podemos usar la distribución binomial para calcular probabilidades de todas las posibles composiciones de la muestra. Estas probabilidades en orden determinan la distribución en el muestreo de $\hat{p}$. Si la variable observada es cuantitativa, la cuestión de similaridad entre muestras y población es más compleja que para datos dicotómicos. Analizar la distribución en el muestreo de la media muestral nos lleva a contestarnos preguntas del tipo: "¿Cuán cerca de μ está $\bar{X}$?", de donde nos aparecerá el concepto de **error típico de la media** como medida de esta discrepancia. Se puede interpretar en términos de error esperado en el

6. Las Matemáticas en los nuevos bachilleratos

muestreo, el cual refleja por una parte su dependencia del tamaño muestral (es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de n), y de la desviación típica muestral como estimación de la desviación típica poblacional.

Contraste de Hipótesis

La probabilidad y la estadística deben desarrollarse de forma que se resalte su interrelación. Si se quiere que los estudiantes comprueben sus hipótesis en estadística, hay que proporcionarles sólidas estructuras conceptuales de distribuciones de probabilidad.

Al resolver los problemas, los estudiantes pueden asimilar matemáticas nuevas y adquirir en el proceso la estructura conceptual de la distribución χ^2 .

Además de proporcionar información en relación con un problema (de estadística) específico, los resultados pueden usarse también para confirmar el valor teórico que se puede hallar en una tabla de la distribución χ^2 . Esta última actividad entra claramente dentro del dominio de la probabilidad.

Si bien se habrá visto que dos medias pueden compararse usando un intervalo de confianza para la diferencia, se considera de interés explorar otras aproximaciones a la comparación de medias: el proceso conocido como test de hipótesis. Debe quedar claro que un test estadístico de hipótesis es un proceso para valorar la compatibilidad de los datos con lo que llamamos hipótesis nula: los datos se consideran compatibles con ella si cualquier discrepancia con lo que plantea es atribuible al azar (o sea, al error de muestreo). Los datos juzgados como incompatibles con la hipótesis nula es cogido como evidencia en favor de la hipótesis alternativa. En cualquier caso el planteamiento de un contraste de hipótesis se hace con la sana intención de rechazar la hipótesis nula. Pero ha de remarcarse que el que no se rechace ésta no supone su aceptación. Debemos ir con cuidado en la expresión de la conclusión, y no decir que hay evidencia a favor de la hipótesis nula, sino solo que hay evidencia insuficiente en su contra: "ausencia de evidencia no es evidencia de ausencia", decía el astrónomo Carl Sagan.

El proceso de test parte de suponer que H_0 es cierta, y entonces preguntarnos si los datos contradicen tal asunción. Esto ocurre cuando la probabilidad de las diferencias que se han obtenido entre los valores observados y los esperados es muy pequeña, con lo cual la hipótesis nula se rechaza. El cálculo de esta probabilidad permite introducir el concepto de p-valor: el p-valor de los datos es el área bajo la curva de la distribución nula (curva de probabilidad suponiendo cierta H_0) más allá de los valores que limitan la zona crítica. Así el p-valor de los datos es una medida de su compatibilidad con H_0 : un gran p-valor (cerca de 1) indica que los datos son compatibles con H_0 , mientras que un p-valor pequeño (cercano a 0) indica incompatibilidad de los datos con H_0 . Una confusión común es interpretar el p-valor como la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta. Dicha equivocación es la que cree que si H_0 ha

sido rechazada al 5 %, entonces la probabilidad de que H_0 sea cierta es del 5%.

La utilización del test de la t de Student proporciona un mecanismo sencillo de aplicar, pero poco intuitivo. En cualquier caso, se puede introducir la distribución nula del estadístico test viendo la evolución de la forma de su curva densidad a medida que aumentan los grados de libertad, hasta ser completamente normal cuando éstos son infinitos. Pese a ello es una herramienta potente que se puede utilizar para muestras pequeñas.

Como alternativa se presenta la posibilidad de utilizar el test de Mann-Whitney como modelo para comparar dos muestras independientes. Es un competidor del test t , pero es distinto, puesto que el test de Mann-Whitney es válido pase lo que pase con la forma de la distribución poblacional. Es llamado por lo tanto de tipo *libre distribuido*. Además, al test de M-W no se centra en un parámetro en particular tal como la media o la mediana; por esta razón se le llama de tipo *no paramétrico*.

El estadístico del test de M-W se denota por U_s , y mide el grado de separación o cambio entre las dos muestras. Un gran valor de U_s indica que las dos muestras están muy separadas, con relativamente poco solapamiento entre ellas, y por tanto incompatibilidad de los datos con H_0 . Para que el test de M-W sea aplicable necesitamos que sea razonable ver los datos como unas muestras aleatorias de sus poblaciones respectivas, con las observaciones dentro de cada muestra independientes, y las dos muestras independientes una de otra. Entonces el test es siempre válido sin importar la forma de las distribuciones poblacionales.

El test de M-W y el test t se dirigen a responder la misma cuestión, pero tratan los datos de distinta manera. A diferencia del test t , el test de M-W no usa los valores reales de Y sino sólo sus posiciones relativas en el rango ordenado. Esta es la fuerza y la debilidad del test. Por otro lado, el test de M-W puede no ser eficiente: puede faltar potencia porque no usa toda la información contenida en los datos. Esta ineficacia es especialmente evidente para muestras pequeñas.

Ninguno de los dos test es claramente superior al otro. Si las distribuciones poblacionales no son aproximadamente normales, el test t puede no ser válido. Además, el test de M-W puede ser mucho más potente que el test t , especialmente si las distribuciones poblacionales son altamente sesgadas. Si las distribuciones poblacionales son aproximadamente normales con iguales desviaciones típicas, entonces el test t es mejor, pero sus ventajas no son necesariamente muy grandes; para tamaños muestrales moderados, el test de M-W puede ser tan potente como el test t .

CONCLUSIONES

Si bien se supone que el estudiante de bachillerato ya ha tenido un contacto previo con contenidos de probabilidad y estadística, por la especial significación que tiene el proceso de inferencia esta no debe ser

6. Las Matemáticas en los nuevos bachilleratos

enseñada como una mera colección de técnicas, sino como una materia práctica dedicada a obtener y procesar datos con vista a realizar afirmaciones (deducir consecuencias, verificar hipótesis o tomar decisiones) sobre las situaciones reales que han generado los datos. Hay que desarrollar en los estudiantes una apreciación de cómo trabajar con datos, cómo obtener indicaciones claras de ellos y cómo evitar o reconocer los peligros de una mala representación de los mismos.

Se debe proporcionar al alumnado las estrategias mínimas que permitan realizar el recorrido adecuado que en todo proceso estadístico se produce: partir de plantear el problema, analizando la situación planteada y determinando qué se pretende, cómo y a través de qué variables; continuar con el diseño de la recogida de datos, paso que normalmente se obvia y que requiere de una especial atención, en tanto en cuanto determina la calidad del resultado de nuestro estudio, ya que en él se debe decidir determinadas cuestiones que garanticen la adecuación al modelo de muestreo aleatorio; a continuación, una vez obtenidos los datos, realizamos un análisis exploratorio de los mismos, obteniendo los estadísticos requeridos e interpretándolos de acuerdo con la muestra; y a partir de la confirmación del modelo como adecuado tomar una decisión.

El alumnado debe trabajar las ideas estadísticas en una variedad de situaciones prácticas para experimentar la aplicabilidad de los modelos, llegando al nivel de tomar decisiones con base estadística (a un nivel apropiado). Los ejemplos deben ser extraídos de diversas partes del currículum, así como de importantes áreas de la vida real. Los datos a analizar pueden ser obtenidos de estadísticas oficiales, de artículos periodísticos de actualidad, o del entorno escolar del estudiante. El énfasis debe estar puesto en la comprensión por el estudiante de los principios y conceptos estadísticos, así como en la correcta interpretación de los datos.

No es necesario ni aconsejable una justificación teórica completa de todos los contenidos. Hay ideas estadísticas que son importantes pero cuya justificación teórica requiere unos conocimientos matemáticos superiores al nivel del alumnado. En tales casos se debe utilizar simulaciones, juegos, experimentos y ejemplos reales para ilustrar tales ideas.

Se debe evitar el enseñar solamente las fórmulas apropiadas, transmitiendo así la idea de que la estadística es una mera colección de técnicas. Sin embargo, cuando la justificación teórica de una idea estadística esté al alcance del alumnado, debe ser expuesta. En cualquier caso, el conocimiento intuitivo prepara para un conocimiento riguroso: el alumnado debe haber experimentado previamente con problemas reales o simulados, los conceptos y técnicas que, después, le serán introducidos formalmente, concienciándose de la utilidad de los mismos.

Una excesiva atención al cálculo mecánico de los parámetros estadísticos puede hacer perder la visión del aspecto inferencial de la estadística. Por ello, es

recomendable la utilización de las calculadoras como herramienta de cálculo, pero teniendo en cuenta que cualquier pregunta que requiera cálculos debe requerir también una discusión de los resultados obtenidos.

El uso de calculadoras permitirá no utilizar excesivo tiempo en asegurarse de que el alumnado sabe calcular medias, varianzas, rectas de regresión, . . . y dedicar más tiempo al análisis de la naturaleza de los datos, a los detalles del muestro y a la interpretación de los datos.

BIBLIOGRAFÍA

ALSINA CATALÀ, C. ¿Para qué aspectos concretos de la vida deben preparar las matemáticas?. *UNO*, 1994, 1, 37-43.

BURRILL, G.(1992). Data analysis and statistics across the curriculum (Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series. Grades 9-12). (NCTM. Reston, Virginia).

DANIEL, W. W. (1993). Bioestadística. (Editorial LIMUSA. México D.F.)

DEGROOT, M. H. (1988). Probabilidad y Estadística. (Addison-Wesley Iberoamericana, S.A.: Wilmington)

ENGEL, A. (1988). Probabilidad y Estadística. 2 Vol. (Mestral: Valencia)

GIL, D. Y DE GUZMAN, M. (1993). Enseñanza de las ciencias y la matemática. (Editorial Popular, S.A.. Madrid)

GRILLES, J.M. Y PLA, F. (1991). Probabilidad y Estadística (Materiales bachillerato experimental). (Generalitat Valenciana)

N.C.T.M. (1991). Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. (SAEM "Thales". Sevilla).

SANTALO, L. A. (1977). La educación matemática hoy. (Teide. Barcelona).