

10. Matemáticas lúdicas en la escuela

LOS PEQUEÑOS JUEGOS DE ESTRATEGIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. ¿PORQUÉ? ¿PARA QUÉ?

Jordi Deulofeu Piquet

1. Introducción

Los juegos de estrategia y más en general las recreaciones matemáticas se utilizan, cuando esto sucede, de manera ocasional como un recurso metodológico para hacer más "agradable" el aprendizaje de las Matemáticas. Esta ponencia pretende mostrar que la utilización de recreaciones matemáticas y, muy en particular, de los llamados pequeños juegos de estrategia puede resultar un instrumento valioso para trabajar diversos contenidos de las matemáticas de la enseñanza obligatoria (especialmente de la educación secundaria), en concreto, ciertos procedimientos ligados a la resolución de problemas (como por ejemplo, particularizar, generalizar, empezar por el final, pensar en un problema similar, visualizar, traducir a un lenguaje más apropiado, establecer un código adecuado que permita el estudio del juego, etc...), al mismo tiempo que su estudio puede llevarnos, a menudo, a realizar interesantes reflexiones sobre aspectos conceptuales.

Para que esto suceda, es necesario, en primer lugar, que las propuestas de trabajo presentadas al alumnado se articulen de manera que las recreaciones y los juegos propuestos no sean considerados como meros entretenimientos, con carácter ocasional, sino formando parte de los que podríamos considerar "auténticos" problemas de matemáticas (sin que ello signifique perder el carácter lúdico propio de cualquier juego).

Por ello, las propuestas de trabajo deberán contemplar una actividad inicial, que consistirá, generalmente, en la comprensión de las reglas y finalidades del juego, en una posterior práctica del mismo, más o menos dilatada según el tipo de juego, y una fase final, de análisis, en la que los alumnos, desarrollando un trabajo de cooperación, tratarán de conocer mejor el juego que acaban de practicar, hasta llegar a la determinación de las estrategias que sirven para alcanzar la finalidad del juego.

Cabe señalar que en ciertos casos, especialmente cuando se trate de juegos "pequeños" en los que las estrategias se pueden establecer con suficiente precisión, será posible resolver totalmente el juego, en el mismo sentido que se resuelve un problema de matemáticas, con lo que aquello que inicialmente era un juego pasará a ser un problema resuelto.

2. Algunas consideraciones sobre la matemática recreativa

a) El papel de la matemática recreativa. Entre las características del aprendizaje de las Matemáticas cabe señalar por un lado la necesidad de un aprendizaje significativo y por otro el papel que debe jugar la acción y la reflexión por parte del alumnado. Este hecho, junto con el destacado papel que deben jugar los procedimientos, hace que cualquier planteamiento sobre la mejora del aprendizaje deba tener en cuenta el conjunto de actividades que se plantean a los alumnos en cada nivel, tanto desde la óptica de su significación como, especialmente, de los procedimientos que se utilizarán en su desarrollo. Entiendo que el papel del juego en la enseñanza de las Matemáticas se basa, fundamentalmente, en los dos aspectos señalados.

El carácter lúdico que puede (y seguramente debería) rodear cualquier aprendizaje significativo de las Matemáticas, no ha de quedar restringido a los primeros niveles de la educación. Se considera a menudo, que mientras el juego se encuentra en la base de gran parte de las actividades propuestas en la educación infantil (en este punto el acuerdo es total), a medida que el alumnado crece en edad, debe reducirse de manera drástica este tipo de actividad para dejar paso a un trabajo "más serio".

Solo la incapacidad para hallar (y diseñar) juegos que interesen a los alumnos y al mismo tiempo les permitan avanzar en su conocimiento (tanto conceptual como procedimental) de las Matemáticas, puede justificar, a mi entender, esta posición, ya que el carácter lúdico es un valor que por su significación, incidirá siempre de manera positiva en el aprendizaje y su desaparición no entraña elementos positivos de ningún tipo.

b) Qué entendemos por juego y que tipos de juegos matemáticos existen. Sin entrar en una discusión sobre la definición de la palabra juego, señalaremos que en un sentido amplio del término podemos considerar como juego cualquier actividad de carácter lúdico planteada al alumno (según el diccionario, "actividad física o mental que tiene como fin principal la diversión o el entretenimiento del que la ejecuta").

No obstante, los términos "fin principal" y "diversión" són ambiguos ya que dependen del sujeto: la finalidad del que propone una actividad puede no coincidir con la del que la ejecuta, aquello que és divertido para unos puede no serlo para otros, y finalmente, el contexto en el que se plantea una situación puede influir de manera decisiva en su carácter.

En un sentido mucho más restringido, podemos considerar que para que una actividad sea realmente un juego es necesario que existan unos objetivos y unas reglas bien definidas, que participe más de una persona y que la finalidad de cada jugador sea lograr el objetivo antes que los demás jugadores; estas son las principales características que podemos encontrar en la mayoría de juegos tradicionales.

Si nos planteamos el interés del juego en relación con el aprendizaje de las matemáticas, en general, será conveniente tomar como punto de partida la definición más amplia del término y analizar las finalidades del juego, al margen de su carácter lúdico, desde la óptica de aquella disciplina.

Las consideraciones anteriores nos llevan a una primera clasificación de los juegos en dos grandes grupos, sin entrar en consideraciones relativas a los contenidos matemáticos implicados en los mismos:

1. Juegos individuales. Son los que habitualmente llamamos recreaciones o pasatiempos matemáticos; en muchos casos son asimilables a problemas matemáticos ya que la finalidad del juego, y a menudo la forma de plantearlo, tiene unas características similares a la resolución de un problema, y se diferencia de este únicamente por su carácter lúdico. Pensemos en la resolución de un laberinto, un cuadrado mágico, un tangram, o cualquier recreación numérica o geométrica, pero también en un problema que por su contexto o por su formulación se convierte en una curiosidad, logrando así aumentar el interés por su resolución, a veces únicamente por que el mero hecho que el reto que en el se plantea es suficientemente atractivo.

2. Juegos colectivos. Son los que llamamos propiamente juegos; como característica común tienen la participación de varias personas, habitualmente dos, unas reglas y unos objetivos bien definidos, y de manera que aquel que alcanza el objetivo en primer lugar logra que la victoria.

Si nos centramos en estos últimos, podemos separarlos en dos grandes grupos: los llamados juegos de estrategia y los juegos de azar. Los primeros, conocidos también por "juegos de información completa", incluyen desde los grandes juegos clásicos de tablero como las damas, el ajedrez o el go, hasta otros más modernos como el Reversi o el Hex, pasando por un gran número de "pequeños" juegos, tanto tradicionales como el tres en raya o el gobang, como de más reciente creación como el Sim o el Nim; la mayoría de estos juegos pueden ser analizados total o parcialmente, aunque con distintos niveles de complejidad y son los que abordaremos posteriormente con mayor detalle.

10. Matemáticas lúdicas en la escuela

Por lo que respecta a los juegos de azar, cabría distinguir entre aquellos en los que la intervención del azar es muy elevada (algunos juegos de dados o de cartas) y aquellos en los que la aplicación de estrategias es tanto o más relevante que la propia existencia del azar y que por lo tanto admiten análisis parecidos a los anteriores, aunque, en general, de mayor complejidad por la falta de información debida a la intervención del azar.

3. Juegos para jugar, para divertirse y para investigar.

La primera y principal función de un juego es jugar. Algunas veces esto será suficiente, en particular en aquellos casos en los que los alumnos al mismo tiempo que juegan, practican alguna técnica (por ejemplo, cuando utilizan el cálculo mental) o bien cuando se familiarizan con algún concepto (por ejemplo, cuando utilizan las descomposiciones de un hexágono regular en dos, tres o seis figuras iguales). Podemos decir que a este nivel el juego es un recurso didáctico que permite sustituir una parte del trabajo de práctica de rutinas y colaborar en la formación de conceptos más o menos nuevos.

En otros casos daremos un paso más para propiciar el desarrollo de procedimientos fundamentales para el aprendizaje de las Matemáticas. Es en este punto donde los juegos y en general las recreaciones sobrepasan el mero carácter lúdico adquiriendo una nueva dimensión en la enseñanza de las Matemáticas. Para ello deberán seleccionarse los juegos de forma que las dificultades con las que se encuentra el alumno no provengan principalmente de problemas conceptuales, de lenguaje o de la aplicación de técnicas; si logramos esto, los juegos propuestos podrán convertirse en un recurso didáctico, al margen de su interés intrínseco, dado que se plantean como una actividad descontextualizada (en el sentido de no estar necesariamente encuadrada dentro de una unidad temática concreta), lo cual propicia una auténtica utilización de determinados procedimientos.

En concreto, las recreaciones matemáticas pueden intervenir de manera significativa para trabajar determinados aspectos difícilmente abordables desde otro tipo de actividades. Son particularmente interesantes, entre otros, los siguientes aspectos:

a) Las autorestricciones

Para mejorar la capacidad de los alumnos en la resolución de problemas muchas veces hay que ser capaz de abandonar estrategias previamente establecidas y tratar de hallar métodos que vayan más lejos superando algunas autorestricciones impuestas por el propio resolutor, al interpretar abusivamente ciertos implícitos inducidos por la apariencia de la recreación propuesta.

Ejemplos:

- Unir 9 puntos con 4 segmentos sin levantar el lápiz (podemos "salir" fuera del marco dado por la figura).

- Construir todos los cuadriláteros en una trama 3 x 3 (los concavos también son cuadriláteros)

- Con seis palillos formar 4 triángulos equiláteros (Nadie dice que tenga que hacerse en el plano)

- Con 4 cuatros y cualquier operación obtener un cierto resultado (No siempre hay que intercalar una operación)

b) Las falsas intuiciones.

Desarrollar la intuición es fundamental, pero a veces esta puede jugar una mala pasada. Cuando ello es así deberemos tratar de verificar o refutar nuestras intuiciones a partir de la aplicación de conceptos y/o técnicas conocidas

Ejemplos:

- Transformar un cuadrado 8 x 8 en un rectángulo 13 x 5 ($64 = 65$)

- El problema de la cuerda que rodea a la Tierra

- El problema del cazador de osos.

- En qué extensión caben todos los habitantes del mundo?

c) Los cambios de enunciado y/o de lenguaje y/o de contexto.

Muchas pequeñas recreaciones, las que podemos llamar de enunciado engañosos, permiten la discusión sobre el significado de un enunciado, sobre lo que dice y lo que no dice el mismo, adentrándonos con ello en cuestiones lógicas que no suelen presentarse en las matemáticas escolares.

Ejemplos:

- Dos monedas suman 75 ptes y una de ellas no es de 25 ptes.

- Una corbata cuesta 1000 ptes más la mitad de su precio

En algunas ocasiones bastará una reorganización de las frases del enunciado para aclarar su significado.

El contexto del problema puede tener también un papel relevante en la capacidad del alumno para su resolución; cambiar el lenguaje o traducir el problema a otro contexto, puede permitir el establecimiento de analogías.

d) Las generalizaciones

La realización de hipótesis, el descubrimiento de leyes, el paso de lo particular a lo general, puede trabajar-se a partir de problemas cuya formulación los sitúa en el terreno de las recreaciones.

Ejemplos:

- Números formados por sumas de consecutivos.

- Cubos necesarios para formar escaleras.

- El hotel de las 1000 puertas.

4. Los juegos de estrategia

Voy a referirme principalmente a los juegos de estrategia y más concretamente a los juegos bipersonales de información completa sin intervención del azar. Pertenecen a este tipo de juegos tanto algunos de los más tradicionales juegos de tablero, como el tres en raya y sus múltiples variantes, como otros más recientes y de mayor complejidad, por ejemplo, los juegos tipo Nim, que también admiten múltiples variantes u otros juegos de tablero como el Hex, el Otello o Reversi etc.... Todos estos juegos tienen unas características comunes: las partidas se desarrollan entre dos personas y es posible, por lo menos teóricamente, determinar una estrategia ganadora para uno de los dos jugadores

Plantear este tipo de juegos a los alumnos, en particular aquellos que son fácilmente analizables, constituye una actividad interesante para que se introduzcan en el estudio de los mismos. Tomemos como ejemplo uno de los más conocidos pequeños juegos de estrategia, cuyo nombre difiere según los autores (Nim simplificado, Veneno, llegar a 20, etc...) y que, como la mayoría, admite numerosas variantes. Su enunciado es el siguiente:

1. Tenemos 20 fichas sobre la mesa. Cada jugador, a su turno, debe retirar 1 o 2 fichas. Gana (o pierde) la partida, el que toma la última ficha.

Una vez practicado y analizado el juego es posible introducir otros juegos que en realidad son variantes del anterior, aunque en algunos casos su relación no es fácil de descubrir. Podemos modificar ligeramente las condiciones del juego y ver que una pequeña variación puede cambiarlo totalmente (juego 2); podemos modificar la acción (en lugar de quitar añadir), en este caso el juego no varía (juego 3); podemos cambiar totalmente la presentación del juego, lo que constituye una dificultad importante para relacionarlo con el juego inicial, a pesar de que el juego es esencialmente el mismo y por lo tanto la estrategia para resolverlo es totalmente exportable siempre que sepamos relacionar a nivel de lenguaje los dos juegos (juego 4); podemos modificar ligeramente las condiciones (aquello que está permitido hacer) de manera que la estrategia se complique bastante (juego 5), o podemos, finalmente, plantear un juego aparentemente muy parecido, cuyas modificaciones afecten profundamente al juego de manera que la estrategia necesaria para resolverlo sea completamente distinta a la del juego inicial.

Enunciado de las distintas variantes:

2. Tenemos 20 fichas sobre la mesa. Cada jugador, a su turno, debe retirar 1 o 3 fichas. Gana (o pierde) la partida, el que toma la última ficha.

3. Escribimos un número (del 1 al 10) en la pantalla de una calculadora. Cada jugador suma al número de la pantalla un número del 1 al 10. Gana la partida el que

logra poner 100 en la pantalla (o pierde el que hace aparecer un número de tres cifras)

4. En un tablero formado por tres filas de hexágonos (9, 10, 9 hexágonos en cada fila respectivamente) se coloca una ficha en la primera casilla de la fila central.

10. Matemáticas lúdicas en la escuela

Cada jugador a su turno avanza la ficha una casilla, horizontalmente o en diagonal. Gana (o pierde) la partida el jugador que coloca la ficha en la última casilla de la fila central.

5. El primer jugador coloca un dado sobre la mesa dejando en la cara superior el número que corresponde a su primera jugada. A su turno cada jugador gira el dado situando en la cara superior uno de los números que ocupaban las caras laterales (no puede aparecer la cara inferior); se van sumando los números que aparecen en la cara superior y el jugador que consigue sumar 31 gana la partida.

6. Dibujamos una margarita con 9 pétalos. Cada jugador, a su turno, elimina uno o dos pétalos. El jugador que consigue quitar el último pétalo gana (o pierde) la partida.

Una parte importante del trabajo con todos estos juegos consiste en establecer analogías con el juego inicial, atendiendo a sus semejanzas y diferencias, con la finalidad de hallar la estrategia particular de cada juego, y al mismo tiempo de relacionar las distintas estrategias halladas.

Referencias bibliográficas.

Bell- Cornelius (1990) Juegos con tablero y fichas. Barcelona: Labor.

Berloquin, P. (1976) 100 Jeux de table. Paris: Flammarion

Bolt, B.(1988-91) Divertimentos matemáticos / Actividades matemáticas / Más actividades matemáticas / Aún más act. matemáticas/ 101 Proyectos matemáticos. Barcelona: Labor

Corbalan, F.(1994) Juegos Matemáticos para secundaria y bachillerato. Madrid: Síntesis.

Deulofeu, J. (1991-95) "Para pensar de un minuto a una hora", artículos en Ciencia y Tecnología / Ciencia y Vida. (Suplementos). Barcelona: La Vanguardia.

Deulofeu, J. (1994) El paper de la matemàtica recreativa en l'ensenyament de les Matemàtiques. Reus: APMCM (no publicado)

Ferrero, L. (1991) El juego y la Matemática. Madrid: La Muralla.

Fisher- Vince (1990) Investigando las Matemáticas. (4 vols). Madrid: Akal.

Grunfeld, F. V. (1978) Juegos de todo el mundo. UNESCO. Madrid: Edilan.

Guzman, M. de (1991) Para pensar mejor. Barcelona: Labor

Hernan-Carrillo(1988) Recursos en el aula de Matemáticas. Madrid: Síntesis.