



*Federación Española de Sociedades de
Profesores de Matemáticas*



*Sociedad Castellano Manchega de
Profesores de Matemáticas*

ACTAS DEL CONGRESO DE MATEMÁTICAS XII JAEM

NÚCLEO 6

“MATERIALES PARA CONSTRUIR LAS MATEMÁTICAS. LA MATEMÁTICA SE HACE TANGIBLE”

COMUNICACIONES

CONSTRUCCIÓN DE UN CUBO CON PAPEL	707
TODOS A LEER, ¿¡PERO SI ESTAMOS EN MATEMÁTICAS!!?	713
EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE 3 A 16 AÑOS	717

CONSTRUCCIÓN DE UN CUBO CON PAPEL

M^a Consuelo Cañadas, Edson Crisóstomo, Sandra Gallardo, Manuel J. Martínez-Santaolalla, Marta Molina y María Peñas (los nombres de los autores han sido ordenados alfabéticamente).¹

grupo_pi@yahoo.es

Resumen

En este trabajo presentamos la papiroflexia modular como metodología para el estudio de un poliedro concreto: el cubo. Se presenta una propuesta de actividad para llevar a cabo con los estudiantes así como un análisis de los conceptos implicados en el proceso (paralelismo, simetría, medida,...). Finalmente se presentan algunas reflexiones didácticas.

INTRODUCCIÓN

La Geometría es, tal vez, la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Sin embargo, en nuestra experiencia docente, tenemos la percepción de que en la enseñanza de las matemáticas sigue sin atribuírsele la importancia que le corresponde, fundamentalmente en sus aspectos sintéticos o visuales. En ocasiones, la Geometría se olvida al final de un temario, se trabaja casi exclusivamente desde un punto de vista analítico y se valoran únicamente sus facetas propedéuticas.

Uno de los motivos de esta falta de interés por la Geometría en las aulas de Secundaria puede deberse a un conocimiento incompleto u olvidado de este campo por parte del profesorado, atrapado en las tentadoras redes de la Aritmética y el Álgebra. Sin restarle importancia a otras ramas de la Matemática Escolar, centraremos nuestra atención en esta comunicación en la Geometría.

La relevancia de la Geometría queda recogida en el currículum actual del sistema educativo español. En cada uno de los cuatro cursos de los que se compone la Educación Secundaria Obligatoria aparece un bloque temático dedicado a esta rama de la matemática (Real Decreto 831/2003). La Geometría que aparece en el primer curso se centra en el plano, aumentando el nivel de dificultad y abstracción según se avanza hacia cursos superiores. En segundo y tercero se trabaja la Geometría en el espacio, introduciendo las descripciones y las propiedades que la caracterizan, así como el estudio de los poliedros regulares en el tercer curso.

La disponibilidad de materiales didácticos adecuados puede suponer un incentivo suficientemente atractivo como para rescatar de su confinamiento a la Geometría. Tal y como pone de manifiesto Alsina et al (1988) existen numerosos materiales didácticos para el trabajo con la geometría. En este trabajo, nos hemos centrado en el papel como material didáctico manipulativo. Este tipo de material proporciona una mayor implicación del alumno en las tareas a realizar ya que la manipulación “constituye un modo de dar sentido al conocimiento matemático” (Segovia y Rico, 2001, p. 86). El

¹ El Grupo PI está formado por estudiantes de doctorado de Didáctica de la Matemática impartido por el departamento homónimo de la Universidad de Granada. Nuestra procedencia e intereses investigadores son muy variados, pero nos une una profunda preocupación por el desarrollo de la Educación Matemática. Actualmente estamos trabajando (no exclusivamente en ello) en el uso de materiales didácticos aplicados a la enseñanza de la Geometría.

papel además es un material cercano a los estudiantes y fácil de conseguir en cualquier centro educativo.

El arte de hacer figuras de papel se conoce como papiroflexia (Royo, 2003). El objetivo de muchos aficionados a la papiroflexia es diseñar nuevas figuras. Nuestro objetivo en cambio es acercar a los estudiantes a nuevos conceptos geométricos y/o repasar los ya conocidos a través de la construcción de una figura geométrica tridimensional.

Hemos elegido el cubo por ser el poliedro regular más sencillo de construir mediante papiroflexia, además de ser el más cercano a los estudiantes.

PAPIROFLEXIA MODULAR

La papiroflexia modular es la modalidad de papiroflexia consistente en hacer figuras utilizando varios trozos de papel que dan lugar a piezas individuales denominadas módulos. Estas piezas poseen solapas y “bolsillos” que permiten ensamblarlas entre sí dando lugar a la construcción de una gran diversidad de figuras geométricas entre las que destacan los poliedros. Estas construcciones son de gran utilidad en la enseñanza de las matemáticas al permitirnos la representación física y la manipulación de figuras geométricas y servir de apoyo para el estudio de sus propiedades, las cuales intervienen de forma decisiva en la construcción y diseño de los módulos (Royo, 2003).

Royo (2003) realiza la siguiente clasificación de los poliedros obtenidos por esta técnica atendiendo a la parte del poliedro que constituyen los módulos:

- **Módulos basados en las aristas.**

Cada módulo corresponde a una arista, dando lugar, en la mayoría de los casos, a poliedros con caras perforadas, que nos permiten ver el interior. Suelen ser los de ensamblajes más sólidos.

- **Módulos basados en las caras.**

Cada módulo corresponde a una cara. Los acoplamientos suelen ser más débiles debido a que las caras se juntan entre sí de dos en dos, mientras que las aristas se juntan de más en más en cada vértice.

- **Módulos basados en los vértices.**

Cada módulo da lugar a un vértice. Los más importantes son de tipo giroscopio. Estos módulos pueden clasificarse a su vez según el grado del vértice que constituyen.

Además, existen diferentes formas de construir cada tipo de módulo aunque esto no es de interés para la propuesta que se presenta en este trabajo.

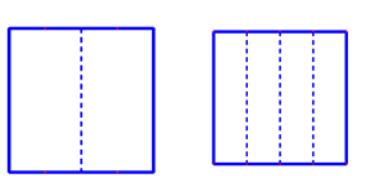
CONSTRUCCIÓN DEL CUBO MEDIANTE LA PAPIROFLEXIA MODULAR

A continuación presentamos dos tareas a modo de propuesta para los alumnos de secundaria para construir el cubo mediante la papiroflexia modular. En este trabajo se parte de la construcción de un módulo basado en las caras, uno de los más simples. Existen módulos más complicados cuya complejidad suele radicar en el intento de conseguir módulos más consistentes y que permitan un mejor ensamblaje y la construcción de un mayor número de figuras. Sin embargo, hemos seleccionado este módulo porque, siendo un módulo que permite construir un cubo consistente, no implica dificultades derivadas de la manipulación del papel permitiendo prestar mayor atención al contenido matemático involucrado.

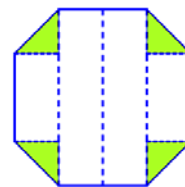
En la construcción del módulo hacemos uso de conceptos de geometría plana con papel (paralelas, mediatrices,...) los cuales ya han sido tratados anteriormente en otros trabajos publicados (Grupo PI, 2002, 2004). Estos trabajos nos permiten valorar la construcción del módulo que a continuación explicitamos como adecuada a nuestros fines.

Tarea 1: Construcción del módulo.

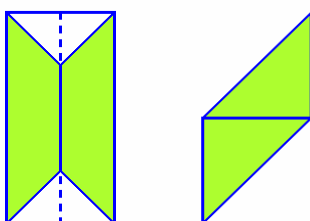
1. Comenzamos tomando un folio A4. ¿Qué propiedades tiene este folio visto como un rectángulo?
2. Construyamos un cuadrado con el A4. Una vez construido el cuadrado traza sus diagonales y calcula sus medidas en función de la del lado del cuadrado.
3. Doblamos el cuadrado en dos mitades iguales por una paralela a uno de sus lados. Volvemos a doblar los rectángulos resultantes por paralelas a la anterior. ¿Qué elementos matemáticos estamos utilizando?



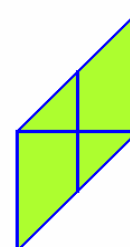
4. Desdoblamos y observamos que el cuadrado se queda dividido en cuatro rectángulos iguales. Tomamos todas las esquinas y las doblamos hasta el punto de intersección de la paralela más próxima con la diagonal. ¿Qué figura resulta? ¿Cuál es el área de la figura resultante en relación al lado del cuadrado?



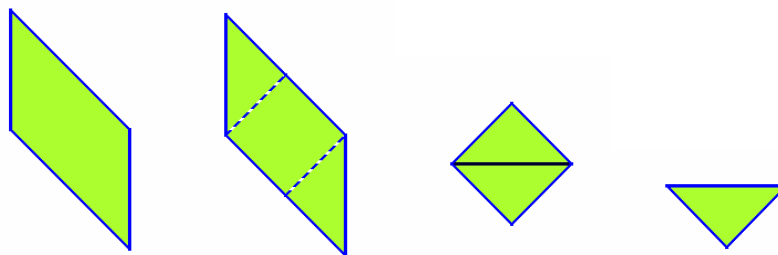
5. De las cuatro partes en que quedó dividido el cuadrado doblamos las dos partes exteriores ocultando así los dobleces de las esquinas. A continuación doblamos dos de esquinas opuestas de la figura resultante hasta el borde de la figura. ¿Qué ángulos aparecen?



6. Introducimos las esquinas hacia el interior. ¿Qué figura obtenemos? ¿Cuáles son sus medidas y su área en función del lado del cuadrado inicial? ¿Tiene ejes de simetría?
7. Recordamos que un módulo tiene que tener unas solapas y unos bolsillos. ¿Cuál podría ser la solapa y cuáles los bolsillos de este módulo? ¿Qué parte del módulo crees que configurará la cara del cubo?



8. Dobra el módulo en dos triángulos y un cuadrado. ¿Qué área tiene el cuadrado resultante en función del lado del cuadrado inicial? ¿Qué proporción guarda con el área del cuadrado inicial del paso 2?



Tarea 2: Construcción del cubo.

1. Para construir el cubo, ¿Cuántos módulos necesitarías? ¿Qué tipo de módulo son (ver introducción)?
2. Construimos el cubo introduciendo las solapas en los bolsillos y juntando tantos módulos como sean necesarios. Estudiemos la figura resultante:
 - a. ¿Cuántos lados y vértices tiene? ¿Cuál es el grado de estos vértices?
 - b. ¿Cuál es su área lateral?
 - c. ¿Cuál es su volumen?
 - d. ¿Cuánto mide su diagonal?
 - e. ¿Tiene ejes de simetría? Si los tiene di cuales son.
 - f. ¿Qué ángulos se distinguen en esta figura?
3. ¿Qué ocurriría si hiciésemos los módulos de distintos colores? ¿Podría cambiar la simetría de la figura?
4. Con los módulos construidos, ¿podrían construirse otras figuras? ¿Qué figuras y cuantos módulos necesitarías para construirlas?

MATEMÁTICAS IMPLICADAS EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CUBO

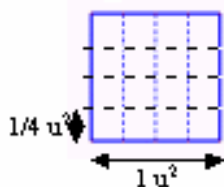
Las actividades propuestas van dirigidas a alumnos de cualquier curso de Secundaria o Bachillerato a partir de 2º de E.S.O., pudiéndose añadir o suprimir algunas cuestiones o los dibujos que las acompañan. Es precisamente en este curso, 2º ESO, donde se introduce la geometría tridimensional (Real Decreto 831/2003).

Las actividades presentadas favorecen la manipulación y acercamiento a elementos geométricos mediante situaciones de exploración, análisis, identificación, construcción y descripción. A lo largo de la construcción del módulo el alumno reconoce los elementos del cuadrado, aplica conceptos geométricos como el paralelismo y la intersección de rectas, relaciona y obtiene figuras geométricas mediante descomposición de unas en otras, utiliza el Teorema de Pitágoras para la medición de lados, aplica la propiedad de la suma de los ángulos de un triángulo para la medición de distintos tipos de ángulos y establece relaciones de proporcionalidad entre las medidas de los distintos lados y superficies.

Nos detenemos a continuación en esta actividad porque creemos que es una de las más interesantes para realizar con los alumnos, al involucrar el cálculo de la superficie de una figura con posibles particiones de la misma a la vez que nos permite trabajar ampliamente la idea de fracción como Parte-Todo (Llinares y Sánchez, 1988).

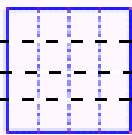
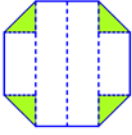
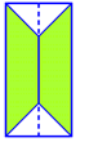
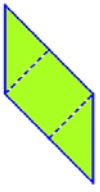
Una posible solución de la Medida del Módulo:

Si inicialmente consideramos el cuadrado de lado 1 unidad resulta que al hacer el paso 3, tenemos:



Considerando la siguiente división análoga, nuestro cuadrado inicial de área 1 u^2 está formado por 16 cuadrados de $1/16 \text{ u}^2$. A partir de este momento podríamos seguir trabajando con fracciones (si este es nuestro interés con los alumnos) o bien podríamos realizar un pequeño cambio de escala (1: 4) de manera que cada uno de los 16 cuadrados que conforman el cuadrado inicial tenga de lado 1 u (en vez de $1/4 \text{ u}$) y por tanto de área 1 u^2 (en vez de $1/16 \text{ u}^2$).

Si realizamos, obtenemos la siguiente tabla:

Dibujo	Figura	Área a escala	Área inicial
	Cuadrado Grande	16 u^2	1 u^2
	Cuadrado Pequeño	1 u^2	$1/16 \text{ u}^2$
	Octógono no regular	14 u^2	$14/16 \text{ u}^2 = 7/8 \text{ u}^2$
	Rectángulo	8 u^2	$8/16 \text{ u}^2 = 1/2 \text{ u}^2$
	Trapecio	3 u^2	$3 / 16 \text{ u}^2$
	Triángulo Isósceles	1 u^2	$1 / 16 \text{ u}^2$
	Triángulo Rectángulo	1 u^2	$1 / 16 \text{ u}^2$
	Cuadrado Final	4 u^2	$1 / 4 \text{ u}^2$

Se observa que utilizando únicamente las fórmulas para hallar las áreas del cuadrado y del triángulo, hallamos todas las áreas del módulo. Se puede completar así la actividad, dando la relación entre el área del cuadrado inicial y el área del cuadrado final (si el primero mide 1 u^2 el final mide $1/4 \text{ u}^2$).

Por último, la actividad de la construcción del cubo permite explorar las principales características de este poliedro abordando aspectos sencillos como el número de lados, vértices y grado de estos, y otros más complejos como la medida de su área y su volumen, la simetría de la figura y las relaciones de proporcionalidad que existen entre las medidas de este cuerpo geométrico y el cuadrado inicial del que procede cada módulo.

REFLEXIÓN FINAL Y CONCLUSIONES

Este trabajo permite vislumbrar el potencial del uso del papel como recurso didáctico en la enseñanza de la Geometría, aportando una actividad de gran riqueza para el aprendizaje y afianzamiento de variados conceptos matemáticos, en su mayoría geométricos. Como hemos ilustrado, el uso del papel permite la manipulación de representaciones y el análisis de objetos geométricos que son representados. Además, permite un acercamiento intuitivo a la geometría del plano y del espacio mediante

procesos de construcción lógicos, eficientes y económicos. Nuestro objetivo con esta propuesta es sugerir una forma de hacer más amenas algunas tareas matemáticas – principalmente geométricas- y hacer más significativos los procesos de enseñanza para el profesor y de conceptualización para los alumnos. De este modo se pretende favorecer la comprensión y el acercamiento de los alumnos a la geometría escolar.

Además el estudio de la medida del módulo y del poliedro permite al profesor trabajar las fracciones (cálculo de longitudes y áreas) y los números irracionales (cálculo de diagonales mediante Teorema de Pitágoras).

La metodología que se ha seguido para trabajar los conceptos involucrados en esta construcción con papiroflexia puede utilizarse para otras construcciones. En este sentido, podremos profundizar en los conceptos y hacer más propuestas de actividades sobre la misma figura conforme avancemos en el nivel educativo.

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuni, J.M. (1988) Materiales para construir la Geometría. Madrid, Editorial Síntesis.
- Boletín Oficial del Estado, núm. 158. Real Decreto 831/2003
- Grupo PI (2003) Geometría Plana con Papel. Finalista en el Concurso Física + Matemáticas en acción.
- Grupo PI (2004) Taller de Geometría plana con papel. X CEAM Thales. Huelva
- Llinares, S. y Sánchez, M. V. (1988) Fracciones. La relación Parte-Todo. Madrid: Editorial Síntesis
- Royo, J.I. (2003). Matemáticas y Papiroflexia. Sigma, nº 21
- Segovia, I. y Rico, L. (2001) *Unidades didácticas. Organizadores*. En E. Castro (Ed.), Didáctica de la matemática en la educación primaria (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.

TODOS A LEER, ¿¡¡PERO SI ESTAMOS EN MATEMÁTICAS!!?

Abel Ruyman Expósito Soto

Resumen

Se presentará una actividad para animar a la lectura desde el área de matemáticas trabajando a la vez conceptos matemáticos y temas transversales utilizando el libro “Números pares, impares e idiotas”. La presentación de la actividad se hará en power point, incluirá también algún ejemplo de lo que se ha trabajado en clase con los alumnos.

Justificación de la actividad

Está claro que uno de los mayores problemas que tienen los alumnos a la hora de plantear y resolver problemas es el de comprender el enunciado, dado el poco hábito de lectura que tienen. Es por ello importantísimo intentar fomentar la lectura desde todas las áreas. En matemáticas lo podemos hacer y a la vez intentar conseguir la comprensión de conceptos matemáticos desde otro punto de vista; también podremos tratar temas transversales como la discriminación, la solidaridad, etc.

La validez del recurso del cuento como medio didáctico está fuera de dudas, fundamentalmente a edades tempranas del aprendizaje, pero no es muy frecuente en áreas científicas. Un contexto fácilmente reconocible, expuesto en un lenguaje alejado de formalismos matemáticos, quizás aumente la curiosidad del alumnado por investigar los conceptos matemáticos que se tratan, además dicho contexto posibilita que el cuento incluya contenidos transversales

Nombre de la actividad:

Todos a leer, ¿¡¡Pero si estamos en matemáticas!!?

Dirigida a niños/as de edad:

Todas las edades y todos los niveles. Dependiendo de la edad se pueden trabajar los contenidos de manera diferente.

Conocimientos previos necesarios en los alumnos:

- Comprensión lecto-escritora media
- Saber contar

Temporalización:

El que le queramos dedicar, a lo sumo 15 sesiones

Material a emplear:

Números pares, impares e idiotas. Juan José Millás, Antonio Fraguas. Alba 2001

Objetivos de la actividad:

- Despertar en el alumnado el interés por la lectura
- Aprender a comunicarse y expresarse matemáticamente oralmente o por escrito.
- Apreciar el valor de las matemáticas observando cómo las usan los personajes del libro en su vida diaria, para mostrarnos problemas sociales de nuestro entorno.
- Discernir la forma de aprender de los diferentes personajes y comparar con su propia forma de aprender.
- Aprender a pensar, reflexionar, extraer conclusiones y exponer un punto de vista, comprendiendo y respetando el punto de vista de los demás.

Contenidos matemáticos que se pueden trabajar:

- Sistemas de numeración
- Números: construcción de la serie numérica, necesidad de un sistema de numeración para nombrar y representar los números
- Operaciones básicas.
- Propiedades de los números enteros
- Ecuaciones
- Concepto de límite

Otros contenidos:

- Discriminación
- Anorexia
- Solidaridad
- Valores morales
- Autoestima
- Inmigración

Metodología

Propondremos la lectura individual del libro para, posteriormente ayudados por un cuestionario, debatir los aspectos fundamentales del mismo primero en grupos pequeños y después en gran grupo.

Desarrollo de la actividad y estrategias de aula:

Proponemos al alumnado acciones concretas a desarrollar antes y después de la lectura del libro.

Previamente a la lectura pasamos a todos los alumnos un test inicial.

Para intentar motivar al alumnado para que lean el libro, utilizaremos el título del libro y el nombre del autor realizando un coloquio dirigido, también presentaremos algunas viñetas de los autores:

- ¿Conoces algo de los autores?
- Busca algún trabajo más de los autores
- ¿Cuáles son los números idiotas?

Concedemos al alumnado una semana para que lean el libro sugiriéndoles que apunten de cada cuento todo aquello que les ha llamado la atención y los aspectos matemáticos que salen a lo largo del mismo.

Propondremos a los alumnos un test postlectura para ayudar a que reflexionen sobre el libro y su contenido.

En clase, trabajaremos en pequeños grupos analizando los contenidos matemáticos y los contenidos transversales de cada capítulo, intentando que saquen una moraleja. Posteriormente trabajaremos de la misma manera en el grupo clase. Nos limitaremos a ir planteando una serie de cuestiones del área y de los temas transversales relacionados para fomentar y conducir la reflexión y el debate

Evaluación de la actividad

Lo que pretendemos con esta actividad es que el alumno cambie su actitud frente a la lectura, a las matemáticas y reflexione sobre algunos temas transversales, esta información la obtendremos con los test que realizaremos antes y después de la lectura y con el debate en clase.

Consideraciones finales

Con estas indicaciones no se ha pretendido hacer una reflexión explícita de los pasos necesarios para trabajar un cuento. Se ha dado orientaciones que pueden serle útiles al profesorado a la hora de sugerirle ideas para explotar, desde el punto de vista educativo, cualquiera de los cuentos del libro.

Test inicial:

- Escribe tres adjetivos que califiquen según tu opinión al profesor o profesora perfecto
- Escribe tres cosas que un profesor o profesora nunca debe hacer al enseñar matemáticas
- Describe a tu profesor o profesora de matemáticas
- Esta pregunta es difícil, ¡piénsala bien!: ¿cómo aprendes?
- Qué es necesario en tu opinión para aprender
- Escribe tres adjetivos que califiquen según tu opinión al alumno o alumna perfecto
- Escribe tres cosas que un alumno nunca debe hacer para poder aprender matemáticas
- Descríbete a ti mismo como alumno en matemáticas

- ¿Cuáles son tus principales problemas a la hora de estudiar matemáticas?
- Para qué te sirven los conocimientos matemáticos que aprendes en la escuela, ¿cómo los empleas?
- ¿Cuál crees que es la actitud en general frente a las matemáticas?

Test postlectura:

- ¿Te "identificas" alguno de los personajes de los cuentos? ¿Por qué?
- ¿Qué actitud tienen los personajes frente a las matemáticas?
- ¿Crees que puedes aprender algo con este libro? ¿Qué has aprendido tu?
- Indica los tres cuentos que más te han gustado. ¿Por qué?
- ¿Qué conceptos matemáticos aparecen en estos cuentos?
- ¿Aparece alguna propiedad matemática en estos cuentos? ¿Cuál?
- ¿Qué más crees que trata el autor de transmitirnos en estos cuentos? ¿Por qué lo crees?
- Escribe los nombres de juegos en los que se utilizan matemáticas. ¿Para qué se emplean?
- Según tu opinión: para aprender ¿qué se debe hacer?
- Comenta brevemente si te ha gustado o no el libro y por qué
- ¿Cuál es la moraleja del libro?

Bibliografía:

Decreto 310/1993, de 10 de diciembre, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria, BOC nº 12 de 18/01/94, Comunidad Canaria.

José Antonio Martín Corujo: Cuentos y matemáticas. Dirección general de ordenación e innovación educativa de la consejería de educación, cultura y deportes del gobierno de Canarias. Canarias 2000

EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE 3 A 16 AÑOS

Carme Aymerich y Xavier Vilella.

Miembros de APaMMs

Cambios y desconcierto

La implantación de la reforma educativa en los años 90 supuso una nueva configuración de las etapas educativas que fue comprendida en mayor o menor grado según el sector. Lo cierto es que la salida de los dos últimos niveles supuso, para los centros educativos de Educación Primaria, la necesidad de reubicar los contenidos no sólo en función del currículum sino también del hábito de los docentes de repartir de una forma determinada los contenidos básicos a impartir. De pronto parecía que había menos tiempo para llegar al nivel de antes, angustia innecesaria cuando la edad era distinta y por tanto también las capacidades a desarrollar.

Con el paso del tiempo se afianzaron peligrosamente las visiones catastrofistas que avisaban de la necesidad de recuperar los contenidos tradicionales ya que los alumnos llegaban al instituto sin el nivel “de antes”. ¿De antes de llegar con 12 años?

Desde diferentes sectores se intentó volver las aguas a su cauce y poco a poco la Educación Secundaria Obligatoria se fue estabilizando, en gran parte gracias al paso de maestros de primaria a secundaria. Así llegamos al presente y empezamos un curso escolar que ha estado marcado por un no deseado protagonismo en prensa. El ambiente general era de un cierto desanimo, no hacía demasiado tiempo que se habían publicado los resultados de las pruebas PISA y se notaba una sensación de desconcierto.

Reacción de una sociedad del profesorado

El informe PISA había recibido la atención y el espacio de los grandes titulares y de las afirmaciones categóricas. Como sociedad del profesorado de matemáticas creímos necesario dar un primer paso para ver hasta qué punto la administración educativa más cercana era consciente del tema. Nos pusimos en contacto con los tres Centros de Recursos Pedagógicos (CRP) de nuestra comarca y con los inspectores de la zona. La respuesta no se hizo esperar y en breve se convocó una mesa de trabajo con el fin de canalizar las ideas. Nuestra asociación delegó en dos personas la primera fase de coordinación y pronto empezamos a trabajar sobre dos ideas básicas:

- que maestros y profesores de matemáticas se pusieran en contacto, debían de trabajar juntos,
- y que este punto de encuentro abarcase todos los niveles educativos, desde 1º de Educación Infantil hasta el final de la Secundaria Obligatoria y, si era posible, también de Bachillerato.

De hecho esta era casi una condición irrenunciable, ya que se halla en la propia esencia de APaMMs (asociación del profesorado de la comarca del Maresme, y otras, comarcas). Siempre hemos trabajado juntos y ya no concebimos otra forma de hacerlo porque no queremos renunciar a poder tener la magnífica perspectiva, la visión del “antes” y el “después”.

En este punto decidimos convocar a los docentes de la comarca en sus propias zonas, de forma que se pudiesen encontrar los profesionales de todos los niveles que trabajan en el mismo ámbito geográfico. Como mínimo, serviría para tener un primer contacto conjunto en un terreno y con una convocatoria “neutral”.

Debates conjuntos: Infantil, Primaria, Secundaria

Con la colaboración de los CRP se realizaron a lo largo del primer trimestre de este curso tres mesas redondas para debatir la necesidad de establecer una línea vertical coherente de matemáticas en la educación obligatoria, que abarcara desde educación infantil hasta el final de la secundaria obligatoria.

APaMMs hizo llegar a algunos de los participantes un cuestionario previo para poder contar con algunas reflexiones previas que pudiesen enriquecer el debate:

1. Los medios actuales (currículum oficial, inspección, traspaso de 6º de primaria a primero de ESO...) ¿aseguran el proceso continuado en la formación matemática que reciben nuestros alumnos desde los 3 hasta los 16 años?
2. ¿Es necesario que haya una programación vertical de las matemáticas como área a lo largo de los 13 años de educación obligatoria o crees que sería mejor que se programase por etapas madurativas coincidentes con las etapas educativas?
3. Si estamos de acuerdo en que el proceso de formación matemática de los 3 a los 16 años es una obra colectiva de todo el profesorado de matemáticas de los diferentes niveles, ciclos y etapas, ¿crees que cada uno de nosotros se siente implicado, al tiempo que responsable, de una parte del proceso?
4. Las matemáticas que han de darse en Infantil y Primaria, ¿han de priorizar conseguir el éxito en la ESO o los aspectos procedimentales básicos de la vida cotidiana?
5. ¿Crees que es necesario que cada etapa educativa conozca la formación matemática que recibe el alumnado durante los 13 años que dura la educación obligatoria (incluimos la etapa 3-6), o con lo que sabemos ahora ya es suficiente?
6. ¿Piensas que tienes bastante información de lo que se aprende y lo que no en la etapa en la que trabajas? ¿Y en las otras etapas?
7. ¿Crees que nuestro objetivo es conseguir que realmente todo el alumnado se forme en matemáticas, o crees que esto es imposible y que, por tanto, hemos de centrarnos en los mejores alumnos, en los que accedieran a estudios superiores?
8. ¿Te parece que mejorar el uso de las TIC en todas las etapas mejoraría la formación matemática de los alumnos?
9. ¿Crees que es necesario mejorar el trabajo en equipo del profesorado desde Infantil hasta ESO, o crees que es imposible y que no vale la pena intentarlo?
10. Si crees que hay que intentarlo: ¿cómo lo hacemos? ¿Por dónde debe empezamos?
11. ¿Qué método de trabajo crees que podríamos hacer servir, que no nos lleve a la frustración ni a una tarea ingente inviable?

Descripción de la dinámica y del contenido de los debates

Las tres mesas redondas siguieron un esquema muy parecido, pusimos a disposición de los asistentes algunos artículos publicados por especialistas en matemáticas con el fin de dar luz al tema de los resultados PISA y a partir de aquí abrimos el debate.

Una vez roto el hielo, gracias a la documentación de prensa de que disponíamos, valoramos el hecho de estar todos sentados en una misma mesa. Docentes de las tres primeras etapas dispuestos a abrir un espacio de comunicación.

Se puso sobre la mesa la ignorancia de los contenidos que se trabajan en las diferentes etapas y el esfuerzo que supone intentar conseguir buenos niveles. Al hablar de niveles se habló de los bloques de contenidos con peores resultados: se coincidía en los casos de geometría y resolución de problemas.

Al plantearse éstos apareció la cuestión de la formación de los docentes. Se habló sobre el tópico: los maestros saben de didáctica y los profesores saben sobre matemáticas, con el que no se estuvo de acuerdo. Tuvimos la suerte en todas las mesas de contar con la presencia de personas sinceras dispuestas a poner cada cosa en su sitio y fueron los profesores de ESO los que hablaron sobre su conocimiento de las matemáticas como área. Según ellos, su formación también tiene muchas lagunas y ponían el acento en cuestiones que están muy lejos de darles pistas sobre como trabajar una buena educación matemática de sus alumnos. Expusieron la necesidad de superar el paradigma de los contenidos para abordar el de la metodología que a su vez podría ayudar a ser capaces de trabajar los contenidos básicos de la educación matemática. Los maestros coincidían en su ignorancia sobre este tipo de contenidos y valoraban la necesidad de afrontar este reto. Si las competencias básicas en matemáticas tienen relación con la capacidad para formular hipótesis, experimentar, probar, conectar y exponer, es imprescindible hablar de QUÉ matemáticas hay que hacer y sobretodo de CÓMO hacerlas.

A medida que el tiempo avanzaba iban apareciendo ejemplos de la vida en las aulas, de los resultados de los propios alumnos y, según los asistentes, era la primera vez que se oían dichos ejemplos entre etapas. Se deducía de ello que cuando quien se sienta ante ti no tiene otra competencia que escuchar y exponer, en su turno, sus propias dificultades para mejorar su trabajo diario, la comunicación se hace fluida y el ambiente propicia el trabajo.

Se expusieron opiniones sobre las coordinaciones de zona convocadas de forma institucional por los inspectores que fueron valoradas satisfactorias en mayor o menor grado, pero a continuación se observaba que su conclusión solía ser pobre a causa de limitarse a analizar qué contenidos eran propios de una u otra etapa. Se criticó el hecho de no abordar nunca los contenidos con la profundidad necesaria.

Ideas generales de los tres debates.

- El currículum es abierto y por tanto se concreta en cada centro: se hace necesario coordinarse de una etapa a otra.
- Mejorar la coordinación del área supondría para cada centro un factor de calidad en educación matemática.
- En muchos centros la única coordinación que se da es la existencia de libros de texto.
- Es necesario coordinar las etapas no sólo entre 6º de Primaria y ESO sino también entre Educación Infantil y Primaria, y entre los dos ciclos de ESO.
- La coordinación entre Primaria y ESO no es fácil. Las iniciativas llevadas a cabo hasta ahora han dado resultados diversos. Se considera que son un primer paso - más formal que otra cosa - y que sirven para establecer unos mínimos y evitar repeticiones, pero los maestros de Primaria se muestran muy escépticos, y los profesores de Secundaria no notan las deseadas mejoras.

- Se vive como ejemplo gratificante los concursos como el Fem Matemàtiques, fase catalana de las Olimpiadas.
- Cuando se habla de bloques tradicionales: geometría, medida, numeración, álgebra... las reuniones son pobres y a menudo infructuosas: los maestros de primaria confiesan sentirse aliviados - al oír que no es necesario que se den algunos contenidos - pero notan un aire de superioridad desde ESO. Aliviados pero preocupados porque siguen sin saber QUÈ es realmente importante para mejorar la preparación de sus alumnos.
- Es evidente que cuando se hacen coordinaciones institucionales no se toman como referente las Competencias Básicas y que su análisis podría ser una clave.
- Los profesores de ESO reconocen que desde su punto de vista lo más importante no es la lista de contenidos sino la forma como se imparten. No tienen una idea demasiado clara sobre cómo hacerlo pero creen que del diálogo entre etapas podrían deducirlo.
- El objetivo de las coordinaciones debiera ser la comunicación y la mejora del conocimiento del área y de las características de la forma de aprender de los alumnos.
- Las coordinaciones debieran ser itinerantes de forma que se facilitase el contacto entre centros de una misma zona.
- Al repasar la educación matemática desde los 3 años se está de acuerdo en que la línea de trabajo en Educación Infantil suele estar más cerca de la forma de pensar de los alumnos, que las matemáticas se viven como una experiencia positiva, divertida y gratificante.
- A medida que los niños y niñas crecen las matemáticas se compartimentan en los temas tradicionales y són percibidas como áridas y aburridas.
- Los profesores que participan con sus alumnos en el Fem Matemàtiques o en los créditos de síntesis específicos de ESO, perciben una recuperación del interés en alumnos que en las clases ordinarias se muestran apáticos.
- Emplear materiales que faciliten el paso de lo concreto a la abstracción y impulsar la comunicación de ideas matemáticas puede ser una herramienta básica para cambiar la percepción del área.
- Es necesario ponerse de acuerdo sobre cuáles son las ideas importantes de las matemáticas que deben llegar a nuestros alumnos.
- Se debe discutir a fondo el tema de agrupación por niveles sin prejuicios de ningún tipo.
- Es imprescindible mejorar la formación inicial y continuada de los profesionales, hay que mejorar el nivel de conocimiento de las matemáticas y de su didáctica.
- La mejora de la potencia, de la riqueza, de las actividades que se plantean a los alumnos puede repercutir en mejorar el nivel de todos ya que a mayor potencia mayor reto, y a mayor reto más motivación i entrega al trabajo. Para diseñar este tipo de actividades han de trabajar conjuntamente los docentes de todas las etapas.
- La resolución de problemas no puede seguir constreñida al planteamiento de ejercicios repetitivos. Los problemas deben serlo de verdad y tratarse como tales, dedicándoles el tiempo conveniente.

- Las TIC, y entre ellas aún la calculadora, siguen siendo un tema sin resolver. No puede seguir dejándose a criterio de cada profesional su uso. Es necesario que los alumnos sepan cómo y cuándo usarlas.
- El cálculo mental, la estimación y la exactitud són diferentes formas de cálculo que deben tener espacio propio en la práctica docente.
- Hay un problema de falta de coordinación entre las áreas experimentales, especialmente sobre cuál de ellas asume la preparación para la necesidad de usar la tecnología.
- En Secundaria se tiene más claro que las TIC son imprescindibles y creen que Primaria debe dejar la discusión y encontrar las actividades que pueden favorecer su buen uso.

Como se observa las conclusiones fueron muchas, variadas y a menudo muy consensuadas. Pero faltaríamos a la verdad sino nombrásemos el principal dolor de cabeza de los presentes:

- Sabemos que se están dejando de lado los contenidos más potentes que pueden aportar las matemáticas a la formación de los alumnos.
- Somos conscientes que sólo aceptando el reto de conseguir mejorar las competencias matemáticas podremos cambiar no sólo los resultados que obtienen los alumnos sino también la percepción que tienen sobre el área.
- ¿Qué hacemos con los contenidos que son percibidos socialmente como propios de las matemáticas? Es decir: ¿cómo se pasa de centrarse en algoritmos y ejercicios repetitivos para poner el acento sobre los procesos y la resolución de problemas?

Sobre la mesa quedó la cuestión, aunque teníamos ante nosotros, en general, a profesionales convencidos de la necesidad de mejorar ya. De no posponer más el tema, de no dejarse llevar más por la opinión variable de los medios y decididos a romper con los tópicos que llevan a la incomunicación entre etapas.

Caminos para el cambio y la innovación en las aulas

Esta percepción de los asistentes es muy valiosa si buscamos una forma de mejorar ya que nos da pistas sobre cómo se sienten cuando hablan de manera más formal delante de profesionales de otros centros. Decir según qué, según dónde, puede no ser correcto y perjudicar la propia imagen y la del centro educativo, y por tanto es necesario respetar la privacidad de las opiniones dadas y valorarlas en tanto que ponen sobre la mesa cuestiones muy reales y muy preocupantes.

También valoramos muy positivamente la corrección en el tono de las intervenciones, en ningún momento se produjeron fricciones, el hecho de hablar enfocando la atención sobre las matemáticas hizo que se hablase sobre cuestiones concretas y que fuesen sucediéndose los diferentes puntos de vista hasta llegar a converger en la necesidad de establecer vías normalizadas de intercambio donde se pueda hablar con la misma sinceridad.

Ahora es necesario hacer llegar a todas las instancias las necesidades detectadas de forma que nuestra experiencia pueda servir al objetivo común de mejorar la educación matemática de los ciudadanos del mañana

