



Federación Española de Sociedades de  
Profesores de Matemáticas



Sociedad Castellano Manchega de  
Profesores de Matemáticas

## ACTAS DEL CONGRESO DE MATEMÁTICAS XII JAEM

### NÚCLEO 7

#### **“EL PAPEL DE LAS PRUEBAS Y COMPETICIONES MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. DIVERSIDAD, PRECOCIDAD, TALENTOS MATEMÁTICOS. PROYECTO PISA.”**

### COMUNICACIONES

|                                                                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| UNA MASCOTA EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS .....                                                                                                                           | 725 |
| EL CALENDARIO MATEMÁTICO DEL CURSO 2004/05 Y SU<br>RELACIÓN CON DETERMINADOS CONTENIDOS DE LOS<br>PROGRAMAS DE SECUNDARIA Y BACHILLERATO.....                          | 731 |
| $\Pi$ KT $\times$ LAS MATES () .....                                                                                                                                   | 737 |
| VER Y APRENDER MATEMÁTICAS A DISTANCIA:<br>ESTUDIAR JUNTOS Y ESTAR ALEJADOS.....                                                                                       | 743 |
| GYMKHANA LÚDICA MATEMÁTICA .....                                                                                                                                       | 749 |
| CURIOSIDADES MATEMÁTICAS: UNA EXPOSICIÓN<br>INTERESANTE PARA TODA LA COMUNIDAD ESCOLAR .....                                                                           | 755 |
| EM <sup>3</sup> : ENCUENTROS MATEMÁTICOS DEL MAR MENOR.....                                                                                                            | 761 |
| PROYECTOS PARA GEOMETRÍA.....                                                                                                                                          | 767 |
| LOS PUZZLES, FUENTES DE ILUSIÓN .....                                                                                                                                  | 773 |
| DIARIO DE MATEMÁTICA DESNUDA O AVENTURAS POR<br>LOS PAISAJES DEL UNIVERSO MATEMÁTICO: UNA<br>METODOLOGÍA QUE FAVORECE LA CREATIVIDAD Y LA<br>EDUCACIÓN EN VALORES..... | 779 |
| TALLER DE TALENTO MATEMÁTICO. UNA EXPERIENCIA<br>CON ALUMNOS DE 3º ESO EN ZARAGOZA.....                                                                                | 785 |



## UNA MASCOTA EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Belén Aranda Colubi  
Óscar Jesús Falcón Ganfornina  
Raúl Manuel Falcón Ganfornina  
(Universidad de Sevilla)

### 1. INTRODUCCIÓN

Lo que se pretende en la presente comunicación es hacer entender que disponer de una mascota en una clase de Matemáticas es no sólo posible sino que, llegado el caso, es incluso aconsejable. Para ello compartiremos la experiencia que tuvimos con el alumnado de Sevilla, comprendido entre 6º de Primaria y 2º de ESO, ambos niveles inclusive, con vistas a encontrar la que sería la mascota de las olimpiadas matemáticas que la Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales” celebra anualmente en dicha provincia. Si bien dicha experiencia tuvo lugar en un ámbito más general, que englobó la participación de varios centros educativos, pensamos que es posible tratar una experiencia similar en el aula de Matemáticas.

### 2. BUSCANDO LA MASCOTA IDEAL

La cuestión primordial debe ser analizar qué tipo de mascota es la que mejor se adapta a nuestros intereses. Porque, no sólo debe aportar los beneficios usuales que ofrece una mascota, los cuales podemos encontrar en cualquier manual al respecto:

- Producir intercambio de sentimientos y emociones,
- Estimular la comunicación,
- Generar diversión,
- Mejorar el estado de ánimo,
- Dar afecto y compañía a cambio de casi nada.

También debe ser una mascota que nos ayude a dar las clases de Matemáticas, que promueva el interés de los alumnos por esta asignatura y que nos ofrezca nuevas vías de aproximación entre el profesor y el alumnado. ¿Es esta una mascota utópica? Veamos que no.

En la mayoría de las ocasiones, cuando se nos plantea un problema en el aula, se nos olvida preguntar a veces a la parte más interesada: nuestros alumnos. En nuestro caso, dado que buscamos una mascota a la que ellos aprecien y cuiden, qué menos que preguntarles directamente cuál sería su mascota matemática ideal. Esto podemos hacerlo de varias formas: preguntando directamente, a través de una redacción, a través de un dibujo, etc.

### 3. UNA EXPERIENCIA CONCRETA

Durante el curso académico 2003 – 2004, nos propusimos encontrar una mascota que representara las dos olimpiadas matemáticas que organiza la S.A.E.M. “Thales” en la provincia de Sevilla (destinadas respectivamente al alumnado de 6º de Primaria y 2º de ESO). Para ello, lo que hicimos fue plantear un concurso en el cual, cualquier alumno comprendido entre los niveles citados, ambos inclusive, realizaría un dibujo con la mascota que propondría, debiendo además acompañar dicho dibujo con el nombre que tendría su mascota.

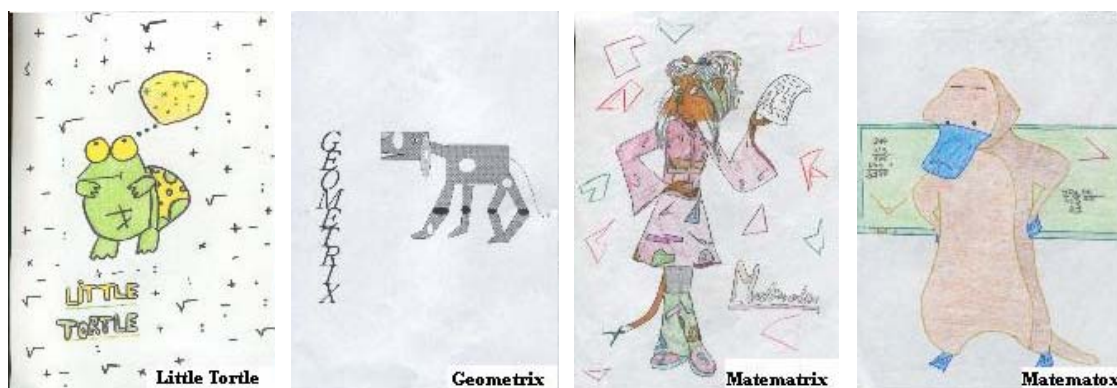
En esta actividad participaron trece centros de la provincia, presentándose casi trescientas mascotas candidatas. De entre ellas se seleccionaron las diez mejores de acuerdo a un tribunal fijado de antemano y posteriormente fue elegida la mascota ganadora. El proceso duró dos meses, durante los cuales pudimos comprobar el grado de imaginación que tienen nuestros alumnos, al igual que la visión que tienen respecto a la asignatura de Matemáticas.

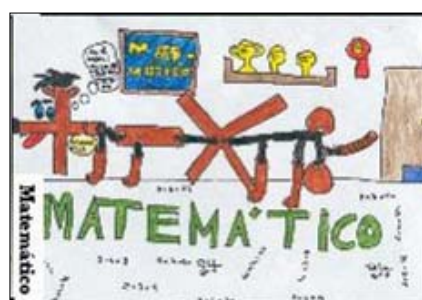
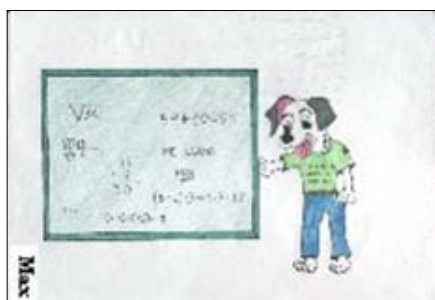
#### 3.1. Mascotas para todos los gustos

Un aspecto que debe quedar claro es que en ningún momento se promovió un tipo de mascota particular. Hubo total libertad a la hora de dibujarla, siendo de hecho el único requisito que la mascota representara algún aspecto de las Matemáticas y en todo caso, que pudiera combinarse con algún aspecto deportivo olímpico. Es así que los alumnos participantes nos sorprendieron con sus propuestas:

##### Animales

No podían faltar las mascotas usuales en los hogares como perros, gatos, loros o tortugas, llegando incluso a presentarnos cisnes, jirafas, elefantes e incluso un ornitorrinco. Sin embargo, la mayoría no eran animales cualesquiera, sino que sabían hacer operaciones matemáticas, tenían forma geométrica o incluso representaban al profesor o profesora de esta asignatura:





## Materiales de la asignatura

Sin embargo, no sólo propusieron animales como profesores, sino que también los materiales que normalmente se usan en Matemáticas pueden hacer directamente de sustitutos de estos:



No podían faltar las calculadoras ...



... ni los libros de Matemáticas:

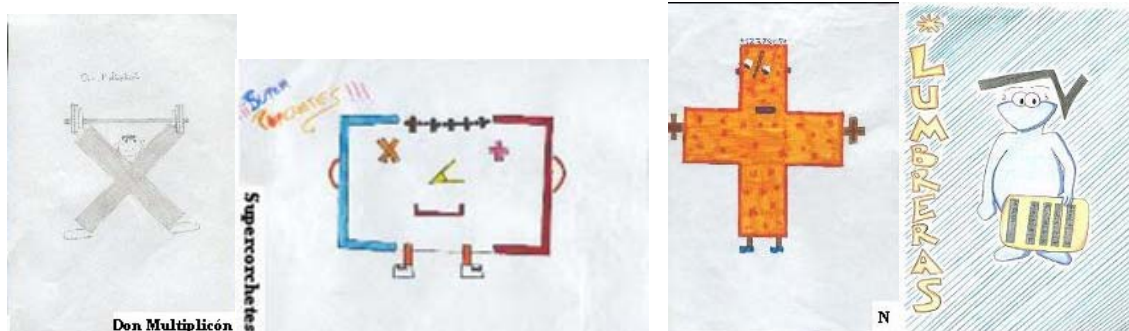


## Signos matemáticos

Un aspecto a tener en cuenta es la animación de los distintos signos matemáticos que hacen su presencia habitual en nuestras clases. Desde números:



Hasta operaciones:



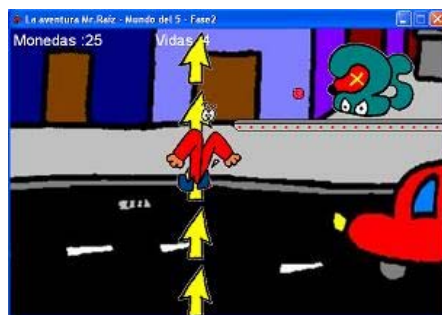
## 4. UNA MASCOTA MUY VERSÁTIL

Una vez que la mascota es elegida, el proceso no debe acabar ahí. Al contrario, debemos comenzar a aprovechar el trabajo e interés mostrado por nuestros alumnos y volcar ambos en la enseñanza de nuestra asignatura. Una posibilidad es aprovechar el carácter matemático particular de la mascota elegida para enseñar de una forma más amena y dinámica la parte de la asignatura correspondiente.

Así en nuestro caso concreto, la mascota que finalmente resultó ganadora representaba una raíz cuadrada, a la que con el tiempo le hemos dotado de forma y movimiento para que sea más cercana a los participantes de las olimpiadas:



Desde el año pasado nos acompaña en cada olimpiada, haciendo las presentaciones visuales, mostrando los problemas de ediciones anteriores, apareciendo en camisetas, diplomas, páginas Web, etc. Sin embargo, se puede ir más allá. En nuestro caso concreto, hemos tenido la oportunidad de que nuestra mascota pueda enseñar a los más pequeños el funcionamiento más sencillo de tomar raíz cuadrada de un número. Para ello, un sencillo juego de plataformas muestra a nuestra mascota recogiendo monedas y saltando encima de números naturales, de tal forma que, cuando son cuadrados perfectos, desaparecen haciendo aparecer a su raíz cuadrada, y en caso contrario, desaparecen sin más.



#### 4. CONCLUSIÓN FINAL

Desde nuestro punto de vista pensamos que todo el proceso de selección de una mascota matemática es muy gratificante, tanto por la participación y el interés del alumnado, como por la interrelación con otras materias, desde dibujo o lengua, hasta, llegado el caso, informática. El aprovechamiento posterior de las características matemáticas de la mascota debe venir dado por el profesor de la asignatura, si bien puede estar seguro de la aceptación que tendrá por parte de sus alumnos, que han contribuido activamente a la formación de ésta.

Direcciones de interés

<http://thales.cica.es/sevilla/OlimpiadasESO/ MascotaOlimpica.html>



## EL CALENDARIO MATEMÁTICO DEL CURSO 2004/05 Y SU RELACIÓN CON DETERMINADOS CONTENIDOS DE LOS PROGRAMAS DE SECUNDARIA Y BACHILLERATO

Antonio Molano Romero

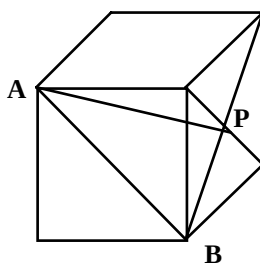
### Resumen

En la comunicación expongo la posibilidad de utilizar algunos problemas propuestos en el Calendario Matemático del curso 2004/05 (Editorial S.M.) y relacionarlos con los contenidos adecuados de los programas de Secundaria y/o Bachillerato.

Una vez que se han trabajado en clase y se dominan correctamente determinados conceptos y procedimientos, se propone un problema seleccionado del Calendario que tenga relación con ellos. El alumno, además de ver una aplicación de lo que ha estudiado, aprenderá a relacionarlos. Un mismo problema se puede proponer en diferentes niveles (dependiendo de los conocimientos teóricos del alumno) y resolver con diferentes estrategias. En cada problema se aconseja el nivel y el curso en los que puede ser propuesto y se hace un comentario sobre su resolución.

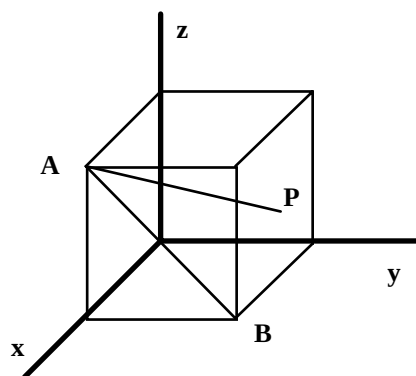
### UNO DE ANGULOS (Propuesto el 8 de Octubre de 2004)

¿Cuánto mide el ángulo BAP?



Se puede proponer en Secundaria cuando se estudien los contenidos referidos a triángulos. Si se traza la diagonal AC de la cara superior del cubo, el triángulo ABC es equilátero. Al ser P el punto medio de la diagonal BC, AP es bisectriz del ángulo A que mide  $60^\circ$ , luego el ángulo BAP mide  $30^\circ$ .

**Observación:** Es aconsejable que el alumno sepa demostrar en 3º o 4º de ESO que las diagonales de cualquier paralelogramo se cortan en su punto medio, que es un caso particular de igualdad de triángulos. En 2º de Bachillerato se estudia la geometría analítica en el espacio tridimensional; este puede ser un buen problema para que los alumnos elijan un sistema de coordenadas adecuado y obtengan las de los puntos A, P y B. Luego, a partir del producto escalar es muy fácil obtener el ángulo BAP.



En el sistema de referencia anterior, tomando la arista del cubo como unidad, se tiene:  $A(1,0,1)$ ;  $B(1,1,0)$  y  $P(1/2,1/2,1/2)$ . Los vectores  $\mathbf{AB}$  y  $\mathbf{AP}$  son:  $\mathbf{AB} (0,1,-1)$  y  $\mathbf{AP} (-1/2,1/2,-1/2)$ .

$$\mathbf{AB} \cdot \mathbf{AP} = |\mathbf{AB}| \cdot |\mathbf{AP}| \cdot \cos\langle \mathbf{BAP} \rangle \Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \cos\langle \mathbf{BAP} \rangle \Rightarrow \cos\langle \mathbf{BAP} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

En consecuencia el ángulo BAP mide  $30^\circ$ .

### BARCO EN LA MAR (Propuesto el 11 de Octubre de 2004)

Un barco salió del puerto un primaveral día D del mes M del año  $1900+A$ .

El producto  $D \times M \times A$  elevado a la raíz cúbica de la edad del capitán es 2 136 511 345 761. ¿Cuál es la edad del capitán? ¿Qué día salió el barco?

Se puede proponer en 1º o 2º de ESO cuando se trabaja la descomposición de un número en factores primos. Las ideas iniciales pueden ser: a) La edad del capitán debe tener raíz cúbica entera (cubo perfecto) y por lógica puede ser 27 (demasiado joven para ser capitán) o 64 (la más probable). b) El impresionante número que hay que descomponer, es divisible por nueve por serlo la suma de sus cifras, pero no cabe en una calculadora ordinaria para poder dividir. Si lo expresamos como suma de dos sumandos del tipo:  $2\,136\,511\,000\,000 + 345\,761$ , puede dividirse cada uno de ellos (el primero sin los ceros, luego se los añadimos)

La descomposición en factores es:  $2\,136\,511\,345\,761 = 3^4 \cdot 13^4 \cdot 31^4$

Con lo cual el mes es 3 (marzo), el día 31 pues el 13 de marzo aún no es primavera y el año 1913

### UNA SUMA SINGULAR (Propuesto el 27 de Octubre de 2004)

Calcula el resultado de:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{999 \times 1000}$$

Puede proponerse en 4º de ESO al estudiar las fracciones algebraicas.

Se puede comenzar explicando el símbolo "sumatorio" y escribir la suma:

$$\sum_{n=1}^{999} \frac{1}{n(n+1)}$$

Cuando se opera con fracciones algebraicas, es frecuente sumar, restar, multiplicar, dividir y simplificarlas cuando sea posible, pero en pocas ocasiones surge la necesidad de descomponer una fracción en suma de fracciones simples (sólo cuando explicamos el cálculo de integrales racionales en 2º de Bachillerato). Este puede ser un buen momento para explicar tal descomposición y a partir de ella deducir de forma inmediata la suma propuesta:

$$\sum_{n=1}^{999} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{999} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots - \frac{1}{999} + \frac{1}{999} - \frac{1}{1000} = 1 - \frac{1}{1000} = \frac{999}{1000}$$

### UN MÚLTIPLO DE ONCE (Propuesto el 28 de Octubre de 2004)

¿Existe un número de seis cifras divisible por once y cuyos dígitos sean 1,2,3,4,5 y 6 sin repetir ninguno?

Se puede proponer en 1º y 2º de ESO cuando se estudien los criterios de divisibilidad. Aunque actualmente es fácil saber si un número es divisible por otro utilizando la calculadora, es conveniente conocer los criterios de divisibilidad más utilizados: por dos, por tres, por nueve, por cuatro, por cinco y por once.

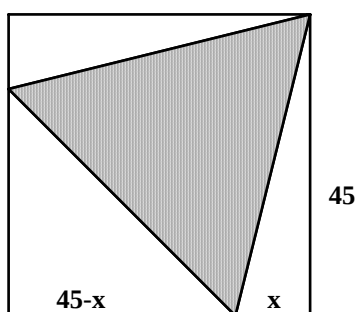
Se puede comenzar de forma empírica pidiendo que cada alumno escriba un número de las características del enunciado. Después de comprobar que ninguno es divisible por once (usando el criterio), se puede empezar a sospechar que seguramente no hay ninguno.

Una forma de justificarlo puede ser: llamando P a la suma de las cifras situadas en lugar par e I a la suma de las situadas en lugar impar, si hubiese algún número múltiplo de 11, debería ser  $P-I=0$  ó  $P-I=11$ ; y al ser  $1+2+3+4+5+6=21$ ,  $P+I=21$ . Los siguientes sistemas de ecuaciones no tienen solución:

$$\left. \begin{array}{l} P + I = 21 \\ P - I = 0 \end{array} \right\} \quad \text{y} \quad \left. \begin{array}{l} P + I = 21 \\ P - I = 11 \end{array} \right\}$$

### CAJAS Y CUBIERTAS (Propuesto el 8 y 9 de Noviembre de 2004)

Hay infinidad de tipos de cajas de bombones, además para abrirla han ideado unas formas muy originales (no se levanta toda la tapa, sólo una parte de ella). Esta caja es cuadrada de  $2\,025\text{ cm}^2$  de área, pero la parte que se abre es un triángulo equilátero. ¿Qué área se debe levantar si se quieren probar los bombones?



Se puede proponer en 3º de ESO y resolver a partir del álgebra cuando se resuelvan las ecuaciones de 2º grado. Si llamamos "l" al lado del triángulo equilátero:

$$l^2 = x^2 + 45^2 = 2(45-x)^2$$

Resolviendo la ecuación, la única solución válida es:

$$x = 45(2 - \sqrt{3}) \cong 12,06\text{ cm}$$

El área del triángulo equilátero es la del cuadrado menos la de los tres triángulos rectángulos:

$$\text{Área del triángulo} = 45^2 - 2 \cdot \frac{45 \cdot x}{2} - \frac{(45-x)^2}{2} = 45^2(2\sqrt{3} - 3) \cong 940\text{ cm}^2$$

En 4º de ESO o 1º de Bachillerato se puede utilizar trigonometría. El ángulo que forma el lado del cuadrado con el del triángulo equilátero mide 15º, entonces:

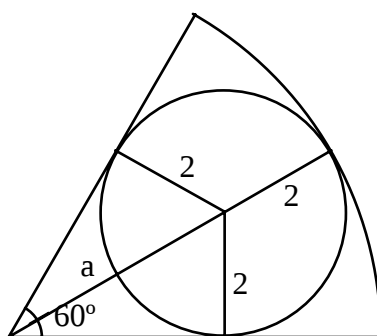
$$\operatorname{tag} 15^\circ = \frac{x}{45} \Rightarrow x = 45 \cdot \operatorname{tag} 15^\circ \cong 12,06 \text{ cm}$$

Conocido x, se procede como en el caso anterior. En 1º de Bachillerato se puede utilizar la fórmula del ángulo mitad y obtener la tangente de 15º como mitad de 30º

$$\operatorname{tag} 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

### CAJAS Y CUBIERTAS II (Propuesto el 10 de Noviembre de 2004)

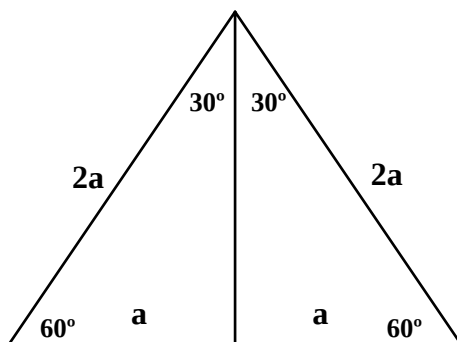
Ahora ha aparecido una segunda caja. Un sector circular de 60º, la parte que se abre es un círculo de 2 dm de radio. ¿Cuál es el radio del sector?



Se puede proponer en 2º y 3º de ESO si se conoce el siguiente resultado:

*“Si en un triángulo rectángulo hay un ángulo de 30º, el cateto opuesto a él mide la mitad que la hipotenusa”*

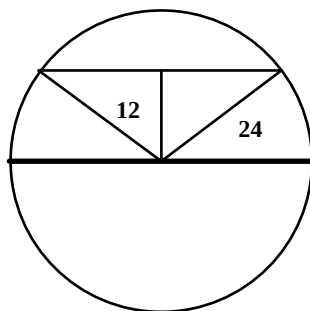
Puede justificarse en estos cursos (sin trigonometría) colocando dos cartabones como se indica a continuación:



En el sector se observa que el centro de la circunferencia pertenece a la bisectriz del ángulo de 60º, luego el radio del sector mide a+2 y a mide 4 dm. El radio del sector medirá 6 dm.

### CAJAS Y CUBIERTAS III (Propuesto el 11 de Noviembre de 2004)

Esta es circular de 48 cm de diámetro y la abertura tiene una anchura de 12 cm con uno de los bordes sobre el diámetro y el otro paralelo al diámetro. ¿Qué superficie de la tapa no se abre?



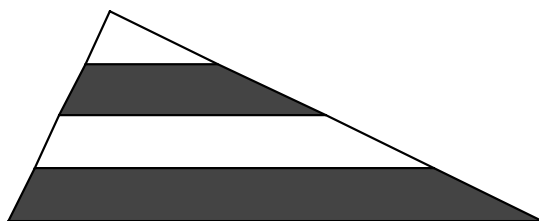
Se puede proponer en 2º y 3º de ESO; la superficie que hay que calcular es la de un semicírculo más un segmento circular. El ángulo del sector circular vale  $120^\circ$  pues el opuesto al cateto que mide 12 cm vale  $30^\circ$  por ser este la mitad que la hipotenusa.

La superficie de la tapa que no se abre es:

$$\frac{\pi \cdot 24^2}{2} + \frac{\pi \cdot 24^2}{3} - \frac{24\sqrt{3} \cdot 12}{2} = 48(10\pi - 3\sqrt{3}) \cong 1258,55 \text{ cm}^2$$

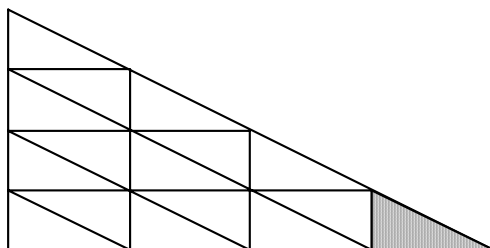
### Y DALE CON LAS TAPAS DE LAS CAJAS (12 de Noviembre de 2004)

En la tapa de la figura la superficie de la franja oscura grande es de  $140 \text{ cm}^2$ , los segmentos en que ha quedado dividido el cateto pequeño son iguales entre sí, lo mismo sucede en el cateto grande, ¿cuál es la superficie de la franja oscura pequeña?



Se puede proponer en 2º y 3º de ESO y hay varias formas de resolverlo; es recomendable utilizarlo cuando se trabaje el cálculo de áreas de figuras planas no convencionales.

Es frecuente que el alumno se encomiende a las consabidas fórmulas para calcular áreas y no sepa cómo reaccionar cuando se enfrenta al cálculo del área de algún recinto plano para el que no conozca una fórmula. Es aconsejable enseñar a descomponer figuras en otras más sencillas cuya área puedan calcular. El triángulo dado se puede descomponer en 16 triángulos rectángulos como el sombreado en la siguiente figura. Si la franja grande es de  $140 \text{ cm}^2$  y está formada por siete de ellos, cada uno medirá  $20 \text{ cm}^2$ . La siguiente franja está formada por cinco de ellos y su superficie es  $100 \text{ cm}^2$ ; la siguiente por tres y su superficie es  $60 \text{ cm}^2$ ; la franja pequeña sólo está formada por uno y su superficie es  $20 \text{ cm}^2$ .





## II KT × LAS MATES ()

Comas Roqueta, Joaquín  
IES Sierra Minera

Herrera Ponz, María Jesús  
IES Thiar

Salas Vizcaíno, Isabel  
IES Sierra Minera

### Resumen

Coincidiendo con la declaración por la UNESCO del año 2000 como el «Año mundial de las Matemáticas» un grupo de profesores del I.E.S. Sierra Minera de La Unión (Murcia) nos animamos a realizar actividades que nos ayudasen a dinamizar las clases de matemáticas. Presentamos algunas de las dinámicas que hemos realizado en estos últimos años y han sido una interesante herramienta para HACER matemáticas.

Como en cualquier experiencia nos hemos encontrado con inconvenientes, dificultades y algún que otro disgusto, aunque el esfuerzo realizado nos ha facilitado unas clases más dinámicas, motivadoras, y por que no, más divertidas a lo largo de cada curso.

Las actividades han girado entorno a dos centros de interés que a su vez están relacionados entre sí: la realización de una Semana Matemática y el desarrollo de una página web para y por alumnos de matemáticas.

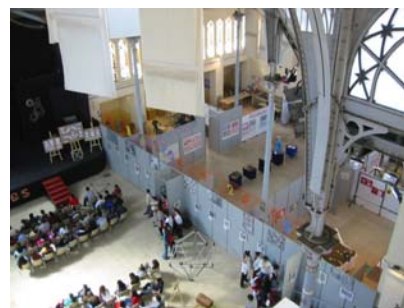
Pasamos a describir estos centros de interés:

### REALIZACIÓN DE UNA SEMANA MATEMÁTICA:

#### Idea de la actividad

Como hemos comentado la celebración del «Año mundial de las Matemáticas» nos animó a realizar actividades en la que todos pudiéramos descubrir que las Matemáticas se encuentran en muchos otros lugares, además de estar en las pizarras y en los libros. Buscábamos mejorar las actitudes y las capacidades de los alumnos en matemáticas a través de un trabajo interdisciplinar por lo que era necesaria la participación de profesores de diversas asignaturas para darle a las Matemáticas una visión mucho más amplia de la usual. La Semana Matemática es una gran muestra en la que cada grupo de alumnos va pasando por una serie de aulas-taller con un orden previamente establecido, de forma que cada cierto tiempo van rotando los grupos por todas las aulas, sin coincidir dos grupos en una misma aula. Este evento se realiza durante varios días, agrupando a los alumnos por niveles educativos e invitando a participar a otros centros. Creemos importante destacar que son los propios alumnos que han realizado los trabajos durante el curso los que presentan y controlan las diferentes aulas, adquiriendo una mayor responsabilidad y entrega a la hora de realizar esta actividad.

Para darle un carácter más lúdico, cada grupo lleva el



nombre de un matemático conocido y una tarjeta identificativa. Por el reverso de esta cada grupo debe escribir antes del comienzo de la actividad la clase a la que pertenece, el nombre los componentes del grupo y del alumno responsable. Esta tarjeta tiene una doble utilidad; por un lado sirve para tener todos los grupos controlados, por otro los alumnos van puntuando en cada aula obteniendo un premio final aquellos grupos que obtengan una mayor puntuación.

La puntuación en cada aula la determina uno de los alumnos responsables de la misma, de esta forma la calificación no es “impuesta” por profesores lo que evita protestas de los alumnos con baja calificación pues hemos comprobado que en general admiten mejor la puntuación dada por los compañeros responsables del aula.

Al final del recorrido por todas las aulas el responsable del grupo entrega la tarjeta a la Mesa de Organización y posteriormente se hace entrega de los premios a los componentes de los grupos ganadores.

La I Semana Matemática (curso 1999-2000) tuvo siete aulas temáticas: *Lengua, Ciencias Naturales, Enredos de Ingenio, Juegos Matemáticos, Idiomas, Taller de Matemáticas y Exposiciones*.

La II Semana Matemática (curso 2000-2001) tuvo siete aulas temáticas: *De Mates ...¿Ná?, Poliedros Gigantes, El Espejo Mágico de Escher, El Mercado Geométrico de La Unión, Juegos Matemáticos 1 y 2, El Mundo de las Teselaciones e Instrumentos de Medida*.

La III Semana Matemática (curso 2001-2002) tuvo nueve aulas temáticas: *De Mates ...¿Ná?, La Torre de Babel, Matecultura, El Mundo de los Poliedros, Mapas del Mundo, Mategolf, ¿Dónde Estamos?, Relaciones Humanas y Miscelánea*.

En el curso 2002-2003 pensamos que podía ser interesante para el centro seguir con una actividad de este tipo, pero cambiando de temática. Se decidió cambiar el nombre de la actividad y se pasó a llamar “Semana Temática”, pues no queríamos perder el camino recorrido. Esta edición tuvo como eje motivador el 25 aniversario de la Constitución, y en este caso la colaboración del Departamento de Matemáticas estuvo relacionada con las matemáticas electorales.



En el curso 2003-2004 volvimos a tener como eje motivador las matemáticas, denominándose la actividad V Semana Temática :

$\pi$  *KT X las Mates*

y tuvo nueve aulas temáticas: *Orientándonos, Torre de Babel, Naturaleza Matemática, Administración Segura, Juegos Matemáticos, Matecultura, De Mates... ¿Ná?, Fractalmanía y Miscelánea*.

En el curso 2004-2005 se ha tenido como eje motivador el cuarto centenario de El Quijote, y en este caso la colaboración del Departamento de Matemáticas ha estado relacionada con instrumentos y medidas tradicionales.

Por razones de espacio y a modo de ejemplo nos vamos a limitar a desarrollar las actividades que se realizaron para la V Semana Temática, pero si se desea conocer alguna actividad de otro curso puede visitarse la página web *De Mates... ¿Ná?*.

Desarrollo de la V Semana Temática:

# $\pi$ KT X las Mates

El lema de la presente edición fue  $\pi$ KT X las Mates, que recogía el objetivo que nos habíamos marcado: picar a todos los chicos y chicas a redescubrir las matemáticas de una forma divertida.

La actividad se realizó en el antiguo Mercado Público de La Unión, del 22 al 30 de abril de 2004. Esta edición tuvo una gran asistencia de centros invitados y cada día tuvimos unos 200 chicos y chicas participando.

Entre los nuevos retos que nos habíamos marcado para este año destacan tres:

Escribir el mayor número de cifras del número Pi en una cinta de plástico (como la de las obras).

Construir un gigantesco fractal, el triángulo de Sierpinski, realizado con botes de refresco.

Representar la obra de teatro matemático “La bit y el brujo de las letras”

A continuación describimos brevemente en que consistía cada aula:

## Fractalmanía

En esta aula los alumnos debían realizar diversas actividades: dibujar el fractal triángulo de Sierpinski en papel, realizar el fractal de Mandelbrot mediante el programa de ordenador Fractin, cumplimentar unos cuestionarios sobre fractales ayudados por paneles explicativos hechos en clase, realizar el fractal triángulo de Sierpinski con botes de refresco y su estudio.

Administración Segura

Se presentaron varios aspectos útiles de las matemáticas; el objeto de la primera actividad era mostrar de forma interactiva los cálculos necesarios a la hora de determinar el nivel de cantidad y de calidad de pulsaciones al realizar una sencilla prueba de velocidad mecanográfica. En la zona de normalización de impresos y documentos se presentaban las normas internacionales DIN de formato de papel, su razón de proporción y la forma de obtención.



## Matecultura

En el aula se quería destacar el carácter intercultural de las matemáticas resaltando las aportaciones de diferentes culturas. A los alumnos se les presentaban juegos de mesa de los cinco continentes, debiendo jugar y posteriormente adivinar de que continente procedían. Posteriormente se les entregaban unas tarjetas con números en algún sistema de numeración y debían pasarlo a otros sistemas. Para ello se podían ayudar de paneles informativos que se habían realizado en las clases.



## Orientándonos

En esta aula se trataba de buscar por todo el Mercado Público cuatro lugares y en cada uno había que hacer una serie de pruebas de contenido matemático para conseguir una

contraseña; se les daba un mapa donde estaban los cuatro lugares y a partir de ese mapa se tenían que orientar para encontrarlos. Una prueba muy especial era el Rocódromo, en la que se debían combinar técnicas de escalada y respuestas a preguntas de ingenio. Una vez que se conseguían las cuatro contraseñas tenían que volver al aula para contestar varias preguntas sobre orientación geográfica y elementos matemáticos en el arte.



### Naturaleza Matemática

El aula constaba de cuatro actividades. En primer lugar se entregaba al grupo un cuestionario con unas preguntas sobre minerales y cristalografía que debían rellenar observando paneles realizados en clase. Posteriormente se separaban en pequeños grupos que rotaban en varias actividades: en una de ellas por parejas se le daba a uno una tarjeta con alguna figura geométrica o una operación de cálculo y debía explicarlo por teléfono a su compañero que estaba en otro recinto; en otra actividad debían escribir decimales del número  $\pi$  sobre una cinta plástica y en otra se medía la capacidad pulmonar.



### Juegos Matemáticos

Esta aula tenía varios juegos relacionados con las matemáticas, todos ellos realizados en el centro. Principalmente se trabajó sobre teoría de grafos (en especial maquetas del problema de los puentes de Königsberg), billares elípticos con los que comprobaba las propiedades de la elipse y una variedad de juegos de lógica y estrategia (tres en ralla tridimensionales, damas, Torres de Hanoi...)



### La Torre de Babel

En esta aula nos encontrábamos con actividades en español, inglés y francés. Se debían responder preguntas con la información de los paneles para posteriormente jugar al Matebingo, cantando los números en francés e inglés. Otra parte del aula era la del Cementerio Matemático; consistía en averiguar el nombre de los matemáticos de las lápidas que se habían realizado en la fiesta de Halloween. Había una hoja donde ponía pistas en español y en las lápidas lo ponía en inglés.



### De Mates ¿Ná?

En esta aula se mostraba la página Web elaborada por los alumnos de Matemáticas del centro. Se entregaba un cuestionario de la página Web por cada ordenador y debían rellenarlo navegando por la página. Al finalizar



el aula se les entregaba una tarjeta para que pudieran visitar la página Web desde su casa.



### Miscelánea

En esta aula los alumnos visitaban diversas exposiciones realizadas en esta o anteriores ediciones como la exposición sobre figuras imposibles realizada por alumnos. Posteriormente iban al centro del Mercado para poder ver los

Poliedros Gigantes de un metro de arista, un Omnipoliedro (todos ellos realizados por alumnos del centro) y comprobar el “Teorema de Euler”. Ya en el centro del Mercado Público podían observar el crecimiento armónico en la planta llamada vulgarmente “pita” o “arcibaron” y contemplar el Teorema de Thales tumbándose en una camilla y mirando el techo del Edificio. Por último se podían contemplar los concursos realizados a lo largo del curso en el centro sobre Fotografía Matemática, la Tarjeta Matemática de Año Nuevo y la Pegatina “oficial” de la V Semana Temática.



### REALIZACIÓN DE UNA PÁGINA WEB:

La idea de diseñar en la asignatura *Taller de Matemáticas* una página web surgió a lo largo del curso 2000-2001. Buscábamos resaltar el carácter lúdico del *Taller de Matemáticas* y pensamos que una página web podría ser un buen elemento motivador de la asignatura, a la vez que en ella podíamos mostrar a otras personas parte del trabajo que allí realizamos. En el *Taller de Matemáticas* tratábamos de redescubrir las Matemáticas y en la página web hablábamos de Matemáticas mostrando las investigaciones y curiosidades que se realizaban a lo largo del curso. Desde el curso 2003-2004 la página está siendo elaborada por alumnos de matemáticas tanto de ESO como de Bachillerato de nuestro centro dada su utilidad como elemento motivador y dinamizador de las clases. Esta participación se presenta a los alumnos de los diversos cursos y consiste en realizar trabajos que encajen dentro de alguna sección de la web, que por lo general son presentados y sugeridos por nosotros. Como elemento motivador es importante que toda colaboración esté firmada por su autor.



Durante el primer trimestre del curso se realiza un especial esfuerzo para que todos los alumnos visiten la página para conocer sus diversas secciones y se sientan partícipes de la misma.

Así, en la página presentamos algunos de los trabajos realizados en las clases de matemáticas, las actividades desarrolladas en nuestro Instituto relacionadas con las Matemáticas (*Semana Matemática*, excursiones, exposiciones...), noticias e investigaciones matemáticas en general. La presentación se realiza mediante diferentes secciones, cada una de ellas en torno un tema de interés: presentación de la página, curiosidades, fotografía matemática, noticias, enlaces a otras páginas... Estas secciones son: *¿Quiénes Somos?*, *¿Sabías qué ...?*, *Ojo Matemático*, *Matenoticias*, *Otras páginas*, *Viaje a través de los Genios y Exposiciones*.



Creemos importante poder visitar todas las aportaciones de cursos anteriores y esto se puede realizar mediante hipervínculos a las páginas realizadas en otros Cursos situados en la parte superior derecha de la página principal.

## CONCLUSIONES:

La realización de las actividades presentadas han supuesto a nuestro entender un importante acercamiento de los alumnos al mundo de las matemáticas y han sido elementos motivadores de las asignaturas de matemáticas, sirviéndonos de plataforma para tratar de redescubrir las Matemáticas y siendo, en nuestra opinión, un medio idóneo para que nuestros alumnos hablen de Matemáticas mostrando las investigaciones y curiosidades que se realizan en clase.

Si se quiere obtener más información sobre la realización de las actividades matemáticas realizadas en el Instituto Sierra Minera de La Unión (Murcia) recordamos que se puede visitar la página realizada por nuestros alumnos "De Mates...¿Ná?": <http://centros5.pntic.mec.es/ies.sierra.minera/dematesna>.

## VER Y APRENDER MATEMÁTICAS A DISTANCIA: ESTUDIAR JUNTOS Y ESTAR ALEJADOS

Celedonia Bodega López  
P.E.S. de Matemáticas  
IES Marqués de Suanzes

Miguel Delgado Pineda  
C.E.U. de Análisis Matemático  
UNED

### Resumen

Este comunicado parte de la experiencia continuada realizada por profesores del Departamento de Matemáticas Fundamentales de la U.N.E.D. que complementan su docencia en Análisis Matemático con sesiones de videoconferencia desde la sede Central a las sedes de los Centros Asociados. En esencia, se trata de la explotación del medio de una manera concreta que llamamos “efecto pizarra” en el que la comunicación se enriquece con la exposición directa del profesor con su voz, su imagen mostrando lo que va escribiendo o dibujando sobre un papel normal.

Esta comunicación presenta la experiencia y su continuación con un proyecto de investigación de este hecho didáctico, y su extensión a la enseñanza secundaria vía actividades complementarias o cooperativas no presenciales.

### INTRODUCCIÓN

La experiencia docente se produce en la Universidad Nacional de Educación a Distancia, en la cual, los alumnos están distribuidos por toda la geografía española y algunos países extranjeros, los profesores de la Sede Central están en Madrid y los profesores tutores están en los Centros Asociados, que a su vez pueden distar kilómetros de los domicilios de los alumnos. Además, algunos alumnos eligen esta modalidad de enseñanza porque sus condicionamientos particulares, físicos o de cualquier otra naturaleza, les dificulta o impide asistir regularmente a clases de una universidad presencial.

Uno de los retos de un profesor en la UNED es coordinar y aproximar a profesores y alumnos a pesar de su dispersión geográfica. Paliar ese aislamiento real o la impresión personal de aislamiento de cada uno de sus componentes es uno de los objetivos a conseguir, y esto es posible haciendo uso de las tecnologías de la comunicación y la información actuales. En este comunicado que se describe se ha considerado el uso de un sistema de videoconferencia vía RDSI.

Esta modalidad de enseñanza a distancia de esta universidad es especialmente favorable al uso de tecnologías de comunicación y si hace unos años el uso el teléfono, las cartas, la radio y la televisión eran los pilares de la comunicación con los alumnos, hoy se han incorporado todas las herramientas que el ordenador personal facilita incluyendo las telemáticas, si bien no existe un modelo oficial de explotación.

## **DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES TÉCNICAS**

**Modelo de comunicación:** Comunicación síncrona bicomponente, una componente bidireccional vía videoconferencia y otra componente unidireccional vía emisión de video con retorno no síncrono. La videoconferencia permitía la comunicación directa entre los asistentes al acto, pudiendo intervenir cada uno de ellos en cada momento mientras que la retransmisión en directo vía Internet sólo dejaba al alumno la posibilidad de actuar vía correo electrónico

**Duración de cada sesión:** Las sesiones comenzaron, teniendo una duración variable de entre una y una hora y media en cursos precedentes. En la actualidad, cada sesión es de 55 minutos. Se observa que se es la duración estándar de una clase presencial.

**Periodicidad de la comunicación:** Una sesión a la semana (lunes de 17h a 18h) a lo largo del primer trimestre, de Octubre a Febrero.

**Nodos bidireccionales:** Los puntos emisores de videoconferencia, es decir, el Departamento de Matemáticas Fundamentales y los Centros Asociados que lo solicitaban (hasta un máximo de 15), a través de un nodo concentrador de comunicación de la Sede Central. Es de señalar los medios de gran calidad de que dispone la UNED como son las salas de recepción con proyectores de alta calidad que permiten la perfecta visualización en cada Centro Asociado.

**Nodo emisor unidireccional:** El correspondiente al Departamento con tarjeta capturadora de vídeo y un servidor de vídeo que emitía a través del servicio TeleUNED de la Sede Central. El sistema permite grabar, digitalizar y emitir en directo la videoconferencia o cualquier otro producto multimedia, o colgarla en la red en parte o en su totalidad.

**Nodo receptor no emisor:** El ordenador de cada alumno que accede al servidor de vídeo TeleUNED con el navegador habitual de páginas html. El seguimiento a través de la web, en tiempo real, como espectador de la videoconferencia era facilitado a cualquiera que dispusiera de modem o conexión a Internet. Aunque la emisión vía Internet contempla distintos ratios de imágenes por minuto para facilitar la recepción y refresco de dichas imágenes, resulta que el tamaño y la calidad de la imagen no es la adecuada para el que denominados efecto pizarra. La utilización de tecnología informática mejorada solventa esta dificultad y, es de esperar, que próximamente la calidad de recepción sea excelente al utilizar el receptor un modem ADSL.

## **METODOLOGÍA: EFECTO TRANSPARENCIA, EFECTO PIZARRA**

Esta experiencia con videoconferencias periódicas surgió en el curso 2002-2003 como un hecho educativo siguiendo un modelo didáctico ingenuo, una experiencia personal del profesor M. Delgado Pineda, que posee suficiente experiencia docente e informática, así como en la integración docente de los medios informáticos. Esta vez decidió usar los medios telemáticos que la universidad tiene para “aproximar” sus explicaciones al alumno alejado geográficamente de él.

Aunque, en su origen, este hecho nunca pretendió constituir el germen de una investigación de innovación didáctica, pues la utilización de una determinada tecnología no es suficiente para que se de un proceso de innovación, es evidente que desde el primer momento generó un estilo novedoso de tratar una materia como el Análisis Matemático. Además, la intención última no era disponer de un medio para poder impartir una clase magistral, dirigiendo y controlando directamente el aprendizaje del alumno, sino establecer periódicamente un medio de encuentro coloquial en torno a la introducción al Análisis Matemático en el cual el alumno interactúa con el profesor para tratar conceptos y cuestiones difíciles de aprender de forma aislada. Estas abundan

en la materia pues en el fondo todo depende de comprender y asimilar que se entiende por aspecto local de un objeto.

En ningún momento se pensó que se trataba de elaborar documentales sobre Cálculo Diferencial, Integral o Numérico, sino generar un hecho matemático activo, y en tiempo real, un discurso donde tienen cabida el énfasis, la emoción y el diálogo, que ayudase a estudiar y aprender al alumno. Es obvio que el objetivo último fue conseguir dar un sentido concreto a lo que se suele denominar “visualizar o ver las matemáticas” y que el alumno las viera.

Hasta ese momento, dado el carácter de la materia tratada, en la cual es necesario escribir o dibujar, además de hablar, se solía optar en el mejor de los casos por preparar el material gráfico (informático o no; presentaciones tipo PowerPoint, transparencias...) que se mostraba y se comentaba en las videoconferencias. Esto se hizo con dicha materias en cursos anteriores al mencionado. En esencia se mostraba una “clase” apoyándose en la tecnología existente siguiendo un modelo que denominamos “efecto transparencia”, es decir, algo impreso que se puede leer y comentar.

La concepción de uso de la tecnología cambió en ese momento, y las sesiones de videoconferencias se han transformado, quedando patente que se trabaja directamente sobre papel en lo que denominamos “efecto pizarra”, donde en pantalla aparece lo que el profesor va dibujando y escribiendo a la vez que habla. También, el alumno puede utilizar papel y mostrarlo en cualquier momento, pero no se ha dado este caso, pues en ese contrato didáctico que emerge como una realidad, y de forma análoga en un aula presencial, la pizarra parece ser destinada al profesor.

Si en un principio sólo había un profesor en esa “pizarra” para todo, en la actualidad actúa un equipo. Un par de profesores, el mencionado y J.L. de María González, intervienen activamente de forma alternativa o según necesidad, y un profesor, R. Canogar MacKenzie, asiste vía Internet a las sesiones. También, algunos profesores tutores de Centro Asociado suelen asistir, si bien no se ha producido una asidua participación activa en la sesión, en algunos casos colaboran localmente solucionando alguna duda de un alumno asistente. La dinámica cooperativa de estos profesores, facilitó una constante adaptación al medio y permitió introducir aportaciones y modificaciones de forma continua, sesión a sesión tanto en lo relativo al medio, como al contenido y la forma.

La aceptación de esta modalidad, por parte de los alumnos, ha sido sustancialmente notable como comentamos más adelante en el apartado de valoración.

Los profesores que participan en cada sesión se reúnen previamente para fijar y seleccionar contenidos, priorizar objetivos, ... y posteriormente para analizar y comentar dicha sesión. En el último curso, estos profesores eran observados por un investigador, C. Bodega López, que sólo actuaba como observador en vistas a iniciar un trabajo de investigación de índole didáctica. Unas veces en el despacho de los profesores y otras en la sala de un Centro Asociado con los alumnos o a través de Internet.

## **EVALUACIONES Y CONSIDERACIONES**

Inicialmente, el profesor no parece sentirse extrañado por este fenómeno por su aparente similitud con el desarrollo de una clase presencial. En el entorno universitario todos los docentes están perfectamente familiarizados con la actividad que consiste en seguir o desarrollar un discurso personal (magistral) en el que construye procedimientos o expone conceptos. También es normal que la variación emocional del alumno asistente sea interpretada por el profesor y utilizada como elemento de control interno a lo largo de su discurso.

En este “falso directo” en el que se desarrolla una videoconferencia no se dispone de esa retroalimentación informativa y resulta difícil mantener el discurso y la concentración si no se tiene experiencia, y esto empieza a pesar en el profesor pues empieza a darse cuenta que no es como lo que hace en una clase presencial.

Al ser un proceso pseudo-espontáneo, el flujo de información es más caótica y menos controlable que en una sesión presencial. Además, el carácter coloquial convive con la experiencia paralela de material grabable que se puede convertir en referencia o consulta, y el estilo de la comunicación debe participar de esta bipolaridad y necesita ser cercano, riguroso y visible.

Las sesiones de videoconferencia exigen al profesor una atención y una tensión especiales ya que además del control de situaciones didácticas o matemáticas, necesita estar pendiente del control de los medios técnicos, de las reacciones del auditorio visible en pequeñas ventanas de la pantalla de su ordenador, del tamaño y trazado adecuado de lo escrito o dibujado para facilitar su inteligibilidad. Esta situación es muy estresante si sólo hay un profesor, pero se atenúa en parte con dos profesores, que conducen la videoconferencia, alternándose en las explicaciones y actuando cada uno como oyente de control cuando no está actuando.

En cuanto a la escritura manual de fórmulas, esquemas o gráficas en general, una vez escritas resulta menos claras, menos perfectas, menos estéticas que las que se pueden obtener, por ejemplo, con programas de cálculo simbólico y procesadores de texto científico, sin embargo es un elemento apreciado de forma análoga a como es apreciada una figura de porcelana hecha a mano ante otra inyectada en molde.

Las opiniones recogidas por el investigador en el estudio de casos de alumnos y profesores tutores asistentes a las sesiones señalan que: “La espontaneidad ayudaba a mantener la atención y la comunicación directa, según se iba desarrollando la exposición, hacía más vivos los conceptos y los procedimientos y esto facilita su posterior estudio, análisis o su repaso”.

El tono coloquial que se utiliza, conscientemente, es aceptado por los asistentes como el mejor elemento para romper la barrera tecnológica y geográfica que separa a los participantes. Pasados unos minutos no te sientes alejado del que habla. Esta sensación se reforzaba con la sensación de expresión directa que implica la escritura manual. De nuevo, añadía proximidad a la relación entre profesores y alumnos. En el fondo, el alumno acepta su parte del contrato didáctico de igual forma que la acepta en la enseñanza presencial.

## **FUTURO DEL ANALISIS DIDÁCTICO DE LA EXPERIENCIA**

Una vez asentada la experiencia, es pertinente plantearse el análisis didáctico de la experiencia. Sin duda surgen un aluvión de preguntas usuales en cualquier actividad didáctica: ¿Qué utilidad tiene? ¿Es rentable en términos de enseñanza? ¿Es aplicable a otros segmentos educativos como la Enseñanza Secundaria? ¿Es igualmente adecuado a otras ramas de las Matemáticas? ¿Es mejorable?...

Contestar a todas esas preguntas con rigor científico y social, nos obliga a estudiar por decisión propia dentro del marco de la Investigación en Didáctica de las Matemáticas, pues a nivel profesional e individual muchas de estas preguntas ya están contestadas. Creemos que es nuestro propósito en el futuro inmediato. Hemos despertado interés en profesores de actividad diversa; de Didáctica de la Matemática, de Enseñanza Secundaria y de Enseñanza Universitaria, así como en muchos alumnos matriculados en esta asignatura que se declaran a favor aunque sólo sea por aquello de que “más vale algo que nada”. Sin duda nuestra investigación es vulnerable en cuanto tratamos el tema

de medios materiales y técnicos que pueden ser costosos y quedar obsoletos con facilidad.

Aunque estamos en el inicio del estudio, ya en esta en fase inicial se pueden adelantar algunas consideraciones: Establecer grupos de alumnos que asistan de forma continua para cuestiones globales (esto no es fácil en la UNED) o puntualmente para cuestiones particulares de determinadas sesiones.

Conseguir grupos con una cierta homogeneidad de conocimientos iniciales, y esto no es fácil en una universidad de enseñanza a distancia, donde el alumno proviene de distintos entornos y actividades profesionales, y dispone de poco tiempo para el estudio. Se parte de cierta igualdad transversal en todos los grupos que de cara a comparar los datos aportados por alumnos y profesores sin efectuar pruebas de evaluación de carácter oficial. En el tratamiento de esos datos utilizaremos programas de análisis multivariable y de análisis jerárquico implicativo (CHIC).

Los resultados serán analizados para diseñar una experiencia análoga en Enseñanza Media, para tratar situaciones como casos donde la enfermedad u otra causa impongan la lejanía entre el profesor y el alumno.

## CONCLUSIONES

La explicación de conceptos y procedimientos de Análisis Matemático resultó muy satisfactoria, así como su periodicidad semanal sobre temas previamente anunciados, lo que ayudó y motivó al alumno en su programación de estudio y en su aprendizaje. La sensación de distancia desaparece al utilizar un tono coloquial y una escritura simultánea al discurso.

En la videoconferencia, la sesión magistral amplia con apoyo de material tipo transparencia es menos eficaz que la sesión con un discurso directo, menos frío y artificial. Esto resulta adecuado para la UNED, y es muy valorado por los alumnos y los profesores tutores como complemento de las tutorías presenciales de los Centros.



## GYMKHANA LÚDICA MATEMÁTICA

Rafael-Ángel Martínez Casado

M<sup>a</sup> Isabel de los Santos Rayo

### INTRODUCCIÓN.

Motivar a nuestros alumnos en el área de matemáticas es una dura tarea. Cada día en el aula intentamos conseguir que resulte más fácil su estudio. Y siempre nos tropezamos con los mismos argumentos en su contra: no lo entiendo, a mí se me han dado siempre mal, los problemas son difíciles y hasta me aburro estudiando matemáticas.

Sin embargo cuando se organizan actividades nuevas: puzzles, juegos, problemas “curiosos”, enigmas, ... el éxito está asegurado. Si añadimos un poquito de emoción haciendo que los alumnos compitan (incluso contra sus profesores). Y si además son ellos mismos los organizadores del evento, se da un primer paso a la consecución del objetivo uniendo matemáticas y diversión.

Con el ánimo de conseguir todos estos ambiciosos planteamientos os proponemos una actividad que intentar conjuntar todas estas ideas: la GYMKHANA LÚDICA MATEMÁTICA.

### OBJETIVOS.

Al preparar esta actividad intentamos tener presentes los siguientes objetivos:

Divertirse y disfrutar con las matemáticas, descubriendo otras facetas de la misma que no siempre conseguimos en nuestras clases.

Crear un ambiente de trabajo en equipo por parte de los alumnos, tanto de los que lo organizan como de los que participan.

Fomentar un clima de superación y mejora.

Divulgar la matemática a todos, participen o no en las actividades.

### ¿EN QUÉ CONSISTE LA GYMKHANA?

En esencia consiste en realizar un recorrido por el casco histórico de la ciudad (lugar donde se encuentra enclavado el Instituto), situando una serie de controles en los que hay que realizar una prueba física (graciosa) y otra prueba matemática. Y no es un recorrido corto pues entre control y control puede haber unos 500 metros como mínimo.

La Gymkhana es un juego en equipo. Empezamos formando grupos de 4 personas cada uno, pero en los últimos años los grupos son de tres personas.

Se encuentra enclavada en las jornadas culturales que todos los años realiza el instituto (la semana anterior a las vacaciones de Semana Santa). De hecho desde su creación

(hemos cumplido este año el décimo aniversario) se ha convertido en la actividad estrella de dichas jornadas, tanto por expectación, como por participación.

El día señalado, a cada grupo se le da un plano del casco histórico y el lugar donde se encuentran los controles (un año se hizo sin plano y hubo dos grupos que se perdieron). Como es una prueba contra reloj, cada grupo sale con una diferencia de cinco minutos.

En cada control les espera un equipo de “jueces”, que son los alumnos que han preparado la gymkhana. Allí los miembros del grupo se enfrentan primero la prueba física y luego a la matemática. Una vez superadas los jueces firman en la hoja de control.

Suele haber entre seis y ocho controles, aunque cada vez nos inclinamos más por seis para que la prueba no se haga demasiado larga y los alumnos no se cansen. A veces la última prueba se realiza en el propio Instituto.

Una vez que han pasado todos los controles deben volver al instituto donde se les toma el tiempo, penalizándose con unos minutos de más las pruebas no superadas.

El ganador es el grupo que menos tiempo ha invertido en realizar bien todas las pruebas (se admite como máximo un fallo... que se penaliza). Por cierto el tiempo total suele ser inferior a la media hora, lo que significa que se ha corrido de lo lindo y se han realizado las pruebas rápidamente.

## **PREPARACIÓN Y ELABORACIÓN**

La preparación de esta prueba ha recaído, tradicionalmente, en los alumnos de 4º ESO que tienen la optativa de “Taller de Matemáticas” y se considera como una de las actividades de esta asignatura.

El proceso que se realiza es el siguiente:

Con los alumnos del Taller se forman los grupos que serán los encargados de los distintos controles. El número depende de la cantidad de controles y de los alumnos que hayan escogido ese año la optativa, varía entre 3 y 5 alumnos por control.

Cada grupo se dedica a preparar una colección de pruebas físicas y de problemas originales y curiosos. Suelen ser una media de seis pruebas, de cada tipo, por cada grupo. Cuentan con la ayuda de los libros de matemáticas recreativas del Departamento. Las pruebas matemáticas tienen que traerlas resueltas.

De entre todas las pruebas buscadas, entre todos, se escoge, con ayuda del profesor, para cada control su prueba física y su prueba matemática. La misión del profesor es supervisar que la prueba física y la matemática se corresponde con los objetivos buscados.

Entre todos se determinan los distintos puntos donde se ubicarán los controles.

Se preparan los materiales:

Los alumnos preparan todos los materiales necesarios para sus pruebas físicas y matemáticas.

El profesor, prepara las hojas de control, el plano, las reglas (para los participantes), las hojas con las pruebas escritas (que se entregarán en cada control).

Al mismo tiempo, a medida que se acerca la prueba se empieza a realizar la propaganda de la actividad:

Mediante carteles por el Instituto.

Visitando todas las clases y explicando en que consiste la gymkhana a los alumnos.

El día de la Gymkhana, con todo ya preparado, se reúnen todos los organizadores y se encaminan a sus distintos controles 15 minutos antes de empezar las pruebas.

A la hora fijada, se juntan todos los participantes, se sortea el orden de participación y... a disfrutar y aprender con las matemáticas.

## **PARTICIPACIÓN DE ALUMNOS Y PROFESORES**

Teniendo en cuenta el marco en que se realiza la Gymkhana, jornadas culturales, en donde hay gran variedad de ofertas motivadoras para los alumnos, la participación de estos en las pruebas es grande, superando siempre, con creces el 15% del total de los alumnos del Centro. Participan de todos los niveles, aunque los alumnos de 2º de bachillerato son más reacios (suelen estar pensando más en sus exámenes finales y en la selectividad), aunque todos los años hay algún grupo de este nivel.

Donde mayor ilusión notamos es en los alumnos del Taller, con las ganas, esfuerzo y trabajo que ponen en realizar toda la Gymkhana. Se implican por completo y en su análisis posterior, siempre destacan lo contentos que han quedado y como la gente se esfuerza por realizar lo mejor posible las pruebas.

Una de las cosas que más les gusta a los alumnos es que haya algún equipo de profesores que participe (y si es posible ganarles). Casi todos los años ha habido algún equipo de profesores que han realizado las mismas pruebas que los alumnos y este hecho ha provocado un mayor acercamiento entre profesores y alumnos, que estos nos vean como personas “normales”, que podemos realizar las mismas actividades que ellos.

En el capítulo de ganadores podemos decir que durante estos diez años ha habido de todo. No los más mayores, en teoría los más rápidos, fuertes y mejor preparados han ganado. Así a modo de ejemplo ponemos algunos ganadores y curiosidades:

Este año el equipo ganador fue de 2º de Secundaria, por delante de grupos de mayor nivel (incluso bachillerato). Por cierto el equipo era completamente femenino.

El año pasado ganó un equipo de 2º de Bachillerato que llevaba dos años intentando ganar y no pudiendo hacerlo. Nos reconocieron que habían estado bastante tiempo preparando las posibles pruebas ya que “era su última oportunidad”. Actualmente uno de ellos esta en la Facultad de Matemáticas y otro en el INEF.

Ese mismo año en segundo lugar quedó un grupo de 1º de secundaria.

De los 10 años de Gymkhana sólo dos años ganaron alumnos de bachillerato

Durante tres años consecutivos los “ganadores” fueron el equipo de profesores... que demostraron que podían correr y hacer las pruebas físicas mejor y más rápidamente que

cualquier alumno (se sobreentiende que en las pruebas matemáticas no tenían dificultades).

## REGLAS DEL JUEGO

Las reglas de la Gymkhana han ido variando poco a lo largo de los años, y cuando lo han hecho ha sido para ir subsanando algún pequeño problema o duda que había.

Así las ultimas, las de este año, han sido:

Cada grupo tomará la salida con un intervalo de tiempo que dependerá del número de grupos participantes.

Los controles se realizarán por orden, no se podrá saltar ninguno.

El ganador será aquel que invierta menos tiempo en realizar el recorrido y las pruebas.

Cada prueba no realizada penalizará cinco minutos.

Se deberán realizar correctamente al menos 5 de las 6 pruebas.

En cada control el equipo deberá presentar la hoja de control, donde los jueces reflejarán si se ha superado o no la prueba.

No se podrá comenzar a realizar ninguna prueba hasta que no estén presentes todos los componentes del equipo en el punto de control.

No se podrá comenzar a realizar la prueba matemática hasta que todos los componentes del grupo hayan realizado la prueba física.

Las pruebas físicas las realizarán todos los componentes del grupo a la vez (excepto cuando se indique lo contrario), y se considerarán superadas cuando todos ellos/as hayan cumplido con lo exigido por los jueces.

10. La prueba matemática se realizará en grupo.

## PRUEBAS DE LA GYMKHANA

A lo largo de estos años se han realizado una gran variedad y cantidad tanto de pruebas físicas como matemáticas. Como ejemplo proponemos algunas:

### Pruebas físicas:

1. Tienes que seguir el camino que te indiquen tus compañeros con los ojos vendados. Cuando llegues donde están los globos, tienes que explotar el que corresponda a tu número de grupo. Si te sales del camino o pinchas el globo equivocado, será PRUEBA NO SUPERADA.

2. Se han colocado dos fuentes separadas entre sí unos 3 metros. Una tiene nata y cerezas y la otra está vacía.

El juego consiste en trasladar 4 cerezas (de las 6 que hay) de la fuente que tiene nata a la que está vacía. La forma de hacerlo es formando dos parejas que irán de una fuente a otra haciendo la carretilla.

3. Cada componente del grupo deberá atravesar el patio (de canasta a canasta) haciendo bailar el aro con la parte del cuerpo que desee. Si se cae el aro se empezará desde donde se ha caído.

Pruebas matemáticas:

1. Haz que la siguiente afirmación sea correcta moviendo sólo un palillo:  $VII = I$
2. Buscando agua, una rana cayó en un pozo de 30 metros de profundidad. En su intento de volver a salir la obstinada rana no hacía grandes progresos, ya que cada día conseguía subir 3 metros, pero por la noche resbalaba y bajaba 2 metros. ¿Cuántos días tardó en salir del pozo? ¿Por qué? Razónalo.
3. Un día le preguntaron a cierto profesor del Instituto cual era su edad, a lo cual les respondió:  
*"Si al número de los armarios de cristal que hay en la sala de profesores lo multiplicáis por el número de mesas que hay en el aula de 3º C y le restáis el número de peldaños que tiene la escalera del instituto multiplicado por el número de tramos de la misma, tendréis mi edad pero con las cifras cambiadas?"*  
 ¿Cuál es la edad de dicho profesor?
4. Expresar el número 100 de cuatro formas diferentes, empleando cinco cifras iguales.
5. Calculad el perímetro y el área (de la base) del pedestal de la estatua de Cervantes.

## CONSIDERACIONES Y CONCLUSIONES

En ningún momento hay que olvidar que la gymkhana lúdica matemática es:

Un juego de competición lo que provoca un ambiente de superación de uno mismo para conseguir los mejores resultados; donde a veces el reto no sólo es ganar a los demás sino colaborar en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos a los que no se enfrentarían solos.

Un juego colectivo, lo que hace que cada uno se sienta responsable de lo que está haciendo no sólo por él sino por sus compañeros. Fomenta el trabajo en equipo.

Un juego fuera del Instituto, lo que significa que las matemáticas salen del aula y son parte del entorno cotidiano del alumno.

Un juego lúdico, que muestra las matemáticas fuera del ambiente académico, haciendo ver que son algo más que ecuaciones, problemas y ejercicios y que ayuda a descubrir esa parte divertida y amena de las matemáticas.

Un juego matemático, lo que hace que las matemáticas adquieran importancia por sí misma y no sólo por la nota en una evaluación. Así se divulga la matemática a toda la comunidad educativa porque llama la atención de todos, participen o no.

A la hora de valorar y sacar conclusiones sobre estos diez años de actividad no podemos dejar de ser optimista por lo que hemos conseguido;

Cada año aumenta el número de participantes.

Algunos alumnos empiezan a ser menos pasivos en clase.

Otros que antes eran conflictivos, no lo son tanto.

A veces el reto de la resolución de ejercicios se lleva al aula intentando no sólo llegar a la solución correcta sino intentando ser el primero.

Lo que aún no se ha conseguido es que el número de aprobados aumente, pero ese no es uno de nuestros objetivos iniciales.

En resumen, crear el juego elaborando reglas, preparando pruebas o participando por equipos contribuye a que los alumnos se sientan interesados por el tema, disfruten buscando ejercicios matemáticos y resolviéndolos y se animen a enfrentarse a problemas que en otras circunstancias nunca abordarían.

## **CURIOSIDADES MATEMÁTICAS: UNA EXPOSICIÓN INTERESANTE PARA TODA LA COMUNIDAD ESCOLAR**

Ana Isabel Busto Caballero

Ana M<sup>a</sup> de Ángelis Rambaldo

### **Resumen**

En la mayoría de los Colegios e Institutos, las actividades extraescolares o complementarias realizadas por los Departamentos de Matemáticas están un poco olvidadas. A veces parece difícil diseñar una actividad extracurricular en esta asignatura, otras veces, la falta de tradición en este tipo de actividades, y el trabajo adicional que esto supone, hace que nos desanimemos a proponerlas.

La preparación de una exposición sobre “Curiosidades Matemáticas”, fue una idea que tuvo un gran éxito en nuestro centro. La satisfacción que recibimos por su buena acogida recompensó con creces nuestros esfuerzos. Esta experiencia pretende animar a todos los profesores de Matemáticas a llevar a cabo cualquier tipo de actividad extraescolar o complementaria que nos saque un poco de la rutina diaria y que aporte algo de cultura matemática al resto de la comunidad escolar.

### **Introducción**

El curso 2002/03 celebramos el X aniversario de la creación del I.E.S. Victoria Kent de Fuenlabrada, Madrid.

El equipo directivo del centro pensó que ésta era una buena ocasión para poner a trabajar a todos los alumnos y profesores en una tarea común de la que todos sacáramos provecho y con la que nos enriqueciéramos unos a otros.

Con esta idea en mente se invitó a todos los Departamentos didácticos del centro a preparar diversas y variadas actividades con las que cada Departamento pudiera enseñar algo nuevo al resto de la comunidad escolar, es decir: alumnos, padres, profesores de otras asignaturas y demás empleados del centro.

El Departamento de Matemáticas aceptó el reto y preparó varias actividades para celebrar este evento.

Una de ellas consistió en una exposición de 25 carteles o posters titulada “Curiosidades Matemáticas”.

### **Preparación de la exposición**

Cada cartel de la exposición contenía una idea, concepto o definición matemática o relacionada con las Matemáticas, que llamaba la atención, o era curiosa, para el que la veía por primera vez, sin importar su nivel de conocimientos matemáticos.

De hecho, cada poster estaba encabezado por un título, a veces en forma de pregunta, escrito en letras grandes, que llamaba la atención a quien se acercaba a mirar.

La contestación de la pregunta, o del tema indicado, se desarrollaba en el resto del poster de una manera clara, sencilla y atractiva.

Algunos de los carteles que se expusieron fueron los siguientes:

**¿Te has fijado en las curiosas propiedades del cero?**

- Se define como la resta de un número consigo mismo  

$$0 = n - n$$
- Es **impotente** en la suma  

$$n + 0 = n$$
- Todo poderoso** en la multiplicación  

$$n \times 0 = 0$$
- Absolutamente **prohibido** en la división  

$$\frac{n}{0}$$
- Extrañamente **reductor** en las potencias  

$$n^0 = 1, \text{ si } n \neq 0$$

**$\pi$**

Es el cociente entre la longitud de cualquier circunferencia y su diámetro.

$$\pi = \frac{l}{d}$$

El llamar a este número  $\pi$  viene de la palabra griega "**periphēria**" que, por ser griega, empieza por la letra  $\pi$  (la equivalente a nuestra letra P).

Esta palabra significa **circunferencia** (la periferia del círculo) pero este nombre,  $\pi$ , no se lo dieron los griegos sino que lo empezó a usar, en el siglo XVIII, el gran matemático suizo Leonhard Euler.

**$\sqrt{12345678987654321}$**

¿Te parece difícil calcular esa raíz cuadrada mentalmente?

Si sigues leyendo te parecerá sencillísimo y podrás presumir ante tus amigos.

Los números capicúas que son cuadrados perfectos tienen la forma:

**121**  
**12321**  
**1234321**  
**123454321**

y así sucesivamente, ¿ves como van aumentando de uno en uno del 1 en adelante y luego disminuyen?

Las raíces cuadradas de estos números también son muy curiosas, observa:

$\sqrt{121} = 11$   
 $\sqrt{12321} = 111$   
 $\sqrt{1234321} = 1111$   
 $\sqrt{123454321} = 11111$

¿Sabrías ahora calcular la raíz que se presenta al principio?

**¿Cuál es el mayor número que se puede escribir con tres cifras?**

La mayoría de las personas responden a esta pregunta diciendo **999**. Pero eso no es cierto.

Aprovechando las propiedades de las potencias podemos escribir el número

**$9^{99}$**

Este número, tiene al desarrollarlo ¡casi trescientos setenta millones de cifras!

Es tan grande, que para escribirlo en una línea y con los caracteres numéricos de una máquina de escribir ¡haría falta un papel que llegase de Madrid a París!

Tres profesores del Departamento de Matemáticas nos encargamos de buscar en diversos libros y revistas, las que denominamos "Curiosidades matemáticas". De entre todas las halladas, seleccionamos las 25 que nos parecían más interesantes para los visitantes de nuestra exposición. Con ellas diseñamos los posters de la forma más atractiva posible, dentro de la sencillez y la claridad que nos habíamos propuesto lograr. Pero no queríamos que esta actividad fuese un trabajo exclusivo de los profesores, pretendíamos implicar también a los alumnos, es decir, que algunos de ellos participaran también en la preparación de la exposición. Nos pareció apropiado que el grupo de alumnos elegido no dedicara tiempo extra fuera del horario lectivo, pues esto podría influir negativamente en su rendimiento académico al reducir el tiempo dedicado a su estudio personal fuera del aula.

Teniendo esto en cuenta, decidimos que el grupo más apropiado para realizar esta actividad, era un grupo de alumnos de 3º de E.S.O. que había elegido como asignatura optativa Taller de Matemáticas. Estos alumnos dedicaban dos horas semanales a la mencionada asignatura cuyo fin principal es “construir las Matemáticas”, por lo que parecía adecuado dedicar cuatro o cinco clases a la preparación de la citada exposición. En esas clases, los alumnos conocieron “las curiosidades” que se iban a exponer. Pero, si los temas ya estaban elegidos y los posters ya estaban diseñados por los profesores, ¿qué trabajo quedaba para los alumnos? Bueno, un trabajo muy importante...el trabajo publicitario.

La publicidad es, hoy en día, uno de los grandes motores de la sociedad. Tal es su importancia que, en la mayoría de los casos, depende de ella el éxito o el fracaso de cualquier negocio o proyecto.

Esta idea nos llevó a iniciar una campaña publicitaria de nuestra exposición “Curiosidades Matemáticas”, de tal modo que nadie de la comunidad escolar se la quisiera perder.

¿Cómo lo hicimos?

Dedicamos esas horas de clase, de la asignatura Taller de Matemáticas de las que antes hablamos, a la confección de carteles publicitarios que anunciaban la exposición.

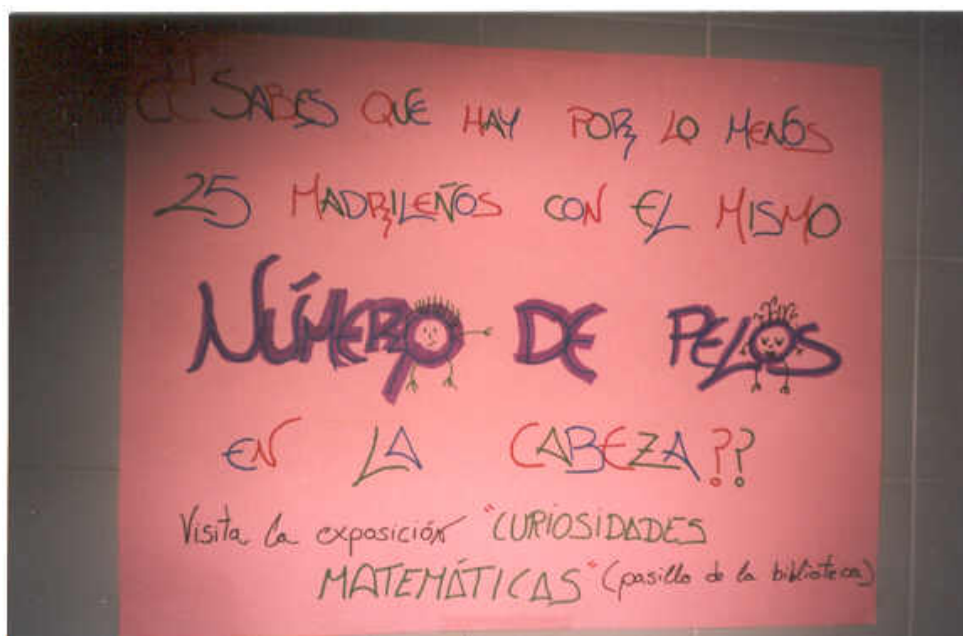
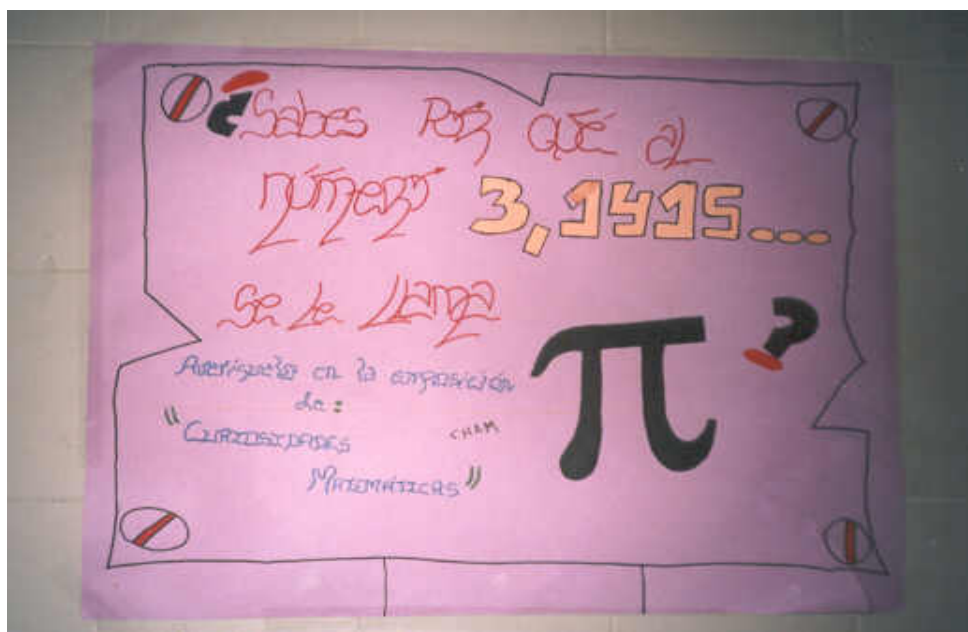
Cada cartel publicitario contenía una pregunta llamativa, relativa a alguno de los temas que se iban a exponer. En la parte baja del cartel se invitaba a asistir a la exposición para poder obtener la respuesta a la pregunta indicada, y se recordaba el lugar en el que se encontraba montada la exposición.

Los alumnos desplegaron toda su imaginación en el diseño y la confección de estos carteles publicitarios. Cualquier idea era válida, cualquier diseño era bueno. Los profesores intentamos mantenernos al margen todo lo posible. No pretendíamos que fueran “los carteles más bonitos”, sino que, mejores o peores, fueran “sus carteles”.

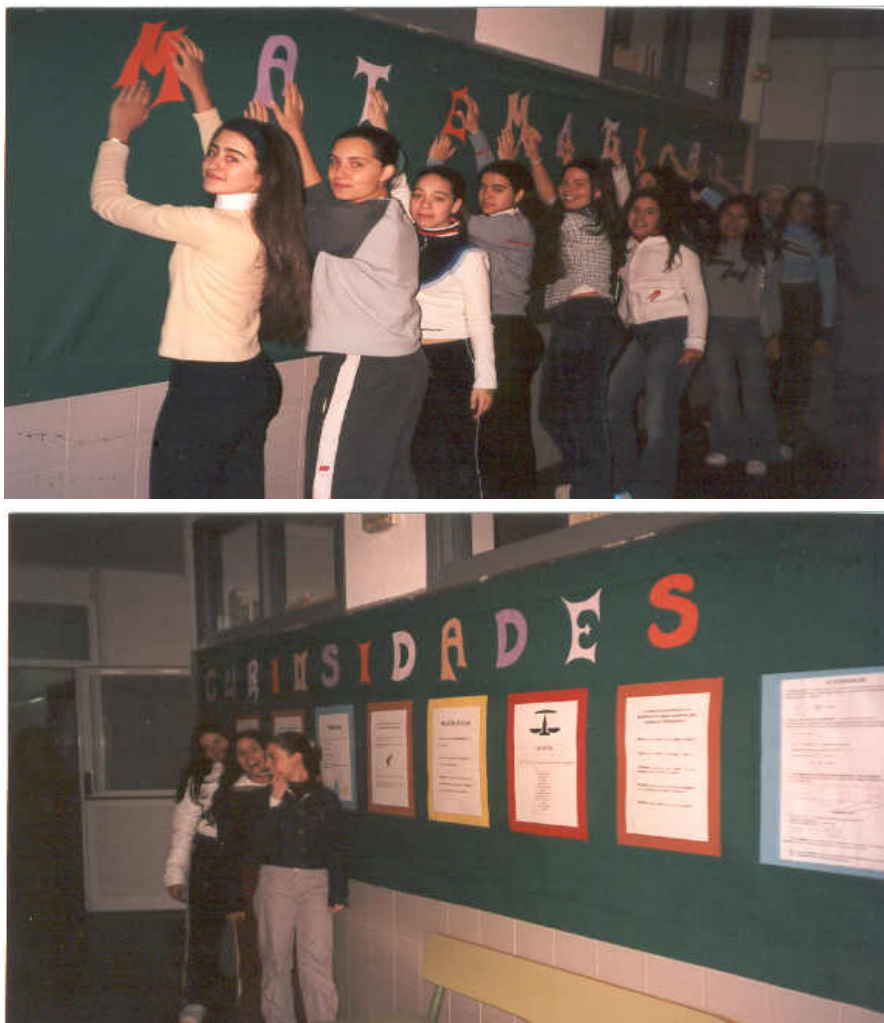
Una semana antes de la exposición, los alumnos, en este caso asesorados por los profesores, se encargaron de colocar los carteles publicitarios en casi todas las paredes del centro. Es decir, que para llegar a su aula, cada alumno tenía que pasar por delante de por lo menos 5, 6 o 7 carteles publicitarios, con 5, 6 o 7 preguntas diferentes que intentaban llamar su atención. Los profesores, que prácticamente se mueven por todo el centro, tenían que ver casi todos los carteles publicitarios anunciando la curiosa exposición. De igual manera, el personal no docente y los padres que visitaban en centro no podían escapar de tal despliegue publicitario.

¡Se había logrado crear una gran expectativa en toda la comunidad escolar!

A continuación mostramos algunos de los carteles publicitarios preparados por los alumnos:



La hora de montar la exposición había llegado. Un hábil profesor del Departamento de Actividades extraescolares, forró la pared con papel continuo de un bonito color verde oscuro. Los alumnos dibujaron y recortaron las letras que daban título a la exposición y ayudaron a colocarlas y pegarlas en su sitio. Éste fue, sin duda, el momento más divertido.



Una vez terminado el montaje la exposición estaba lista para ser visitada. Cada profesor del Departamento de Matemáticas llevó, en una hora de clase, a sus diferentes grupos de alumnos a visitarla, pidiéndoles que tomaran nota de las diferentes curiosidades para luego comentarlas en clase. A parte de esta visita reglamentaria, los alumnos podían visitar la exposición en los recreos, antes o después de las clases y durante todas las tardes de una semana lectiva, que permaneció abierto el instituto para que los padres y amigos de los alumnos pudieran disfrutar de algunas de las actividades preparadas para la celebración del X aniversario del centro.

La exposición tuvo un gran éxito. Todo fueron elogios y enhorabuenas. Nuestro objetivo de hacer más cercanas las Matemáticas a toda la comunidad escolar se había conseguido. El esfuerzo había valido la pena.

### Bibliografía

- BERNABÉ FLORES, M. (1989): *Curiosidades Matemáticas*. Alianza Editorial. Madrid.
- COLERA, J. y otros (2002): *Matemáticas 3*. Anaya. Madrid.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. (2001): *Pitágoras. El filósofo del número*. Nivola. Madrid.
- GUEDJ, D. (2000): *El teorema del loro*. Anagrama. Madrid.



## EM<sup>3</sup> : ENCUENTROS MATEMÁTICOS DEL MAR MENOR

Rosario Baños Zamora  
IES “Mar Menor”

Martín García Andreo.  
IES “Ruiz de Alda”

### GÉNESIS DE LOS ENCUENTROS:

Allá por el año 1999, un grupo de profesores de Matemáticas de seis Institutos de Educación Secundaria de la zona del Mar Menor comenzamos a reunirnos para tratar diferentes temas relacionados con nuestra labor docente. Surgió entonces, aprovechando la celebración del “Año Mundial de las Matemáticas”, la idea de realizar una jornada de convivencia, realizando pruebas en las que se fomentara el gusto por las Matemáticas, mediante la difusión de sus aspectos más lúdicos y recreativos. Cada dos años sería un instituto distinto el organizador y anfitrión de dicha jornada y, para eliminar el factor de competitividad entre centros, los equipos se formarían por niveles (Primer Ciclo de ESO, Segundo Ciclo de ESO y Bachillerato), con un alumno de cada centro.

- Los I Encuentros se realizaron en abril del 2000 en el IES “Mar Menor” (San Javier)
- Los II Encuentros Matemáticos (abril de 2002) en el “Ruiz de Alda” (San Javier)
- Los del año 2004 (III Encuentros), se celebraron en San Pedro del Pinatar “Manuel Tárraga”.

Los centros participantes, fueron en todos los casos, los tres ya citados y:

- “Gerardo Molina” de Torre Pacheco
- “Antonio Menárguez Costa” de Los Alcázares
- “Sabina mora” de Roldán

Cada centro organiza y se encarga del control y evaluación de una prueba.

Una comisión de cada uno de los centros participantes, mantiene reuniones periódicas para la preparación de la jornada.

### DESARROLLO DE LA JORNADA

Comienza la jornada con la acogida de alumnos y profesores de los centros participantes, y se forman los equipos entregando a cada alumno una camiseta con el color y dorsal correspondiente al equipo al que pertenecen.

Cada equipo recibe un sobre con la localización de la primera prueba. Según el número de equipo, se sigue una trayectoria de pruebas (p.ej: “puzzles-cubosoma-ajedrez”; o bien, “euro-caníbales-matgram” ...) de manera que al final todos habrán recorrido todas las pruebas, pero no se habrán acumulado en el lugar de una prueba más de 3 equipos, para de ese modo posibilitar a los jueces el control del desarrollo y la puntuación de las mismas. La duración de cada una de las pruebas es aproximadamente de 20 minutos, organizándose simultáneamente una Gymkhana Matemática en la que cada grupo ha de resolver las cuestiones planteadas para poder continuar con la siguiente prueba.

## ACTIVIDADES Y GYMKHANA

La selección de las pruebas está determinada por los siguientes criterios:

- independencia respecto del currículo.
- dirigidas a un alumnado no necesariamente dotado para la resolución de problemas.
- marcado carácter lúdico y manipulativo.
- participación de todos los componentes de un equipo.
- conexión con el tema monográfico tratado por el centro organizador o relacionado con acontecimientos de la actualidad (implantación del euro, 2002 año de la simetría,...)

Entre prueba y prueba, el desplazamiento de los equipos a los distintos sitios de celebración de las mismas transcurría también entre cavilaciones y descubrimientos: ES LA GYMKHANA. He aquí algunos ejemplos:

*Todos debéis dirigiros al control del patio donde está...*

*EL GRAN RÍO*

*no olvidéis llegar allí con una piedra que pese medio kilo.*

*Y con el siguiente acertijo resuelto*

*“SI TÚ ME DAS UNA CABRA TENDREMOS LOS DOS LAS MISMAS,  
PERO SI YO TE LA DOY A TI TÚ TENDRÁS EL DOBLE”*

*¿Cuántas cabras tendremos cada uno?*

*RESPUESTA:...*

*No olvides al presentarte al control cantar con ritmo de  
corazón partio la siguiente letra:*

*PITÁGORAS ¿DÓNDE TE HAS IDO?*

*ME HAS DEJADO ER TRIÁNGULO PARTIO*

*SI TU NO VUELVES YA*

*LA HIPOTENUSA SE NOS MUERE Y MAS...*

*¡AY!, CATETO MIO, ME HAS DEJAO EL TRIÁNGULO PARTIO*

*PITÁGORAS VUELVE YA*

*NO ME SEAS UN FISTRO SEXUAL*

*Se valorará la gracia y la entonación de vuestro melódico canto.*

*Resolved el siguiente enigma: « QUIERO HACERTE ESTA PREGUNTA: ¿QUÉ  
PALABRA DE SEIS LETRAS, QUITADAS LAS TRES PRIMERAS, SE QUEDA SÓLO  
CON UNA? »*

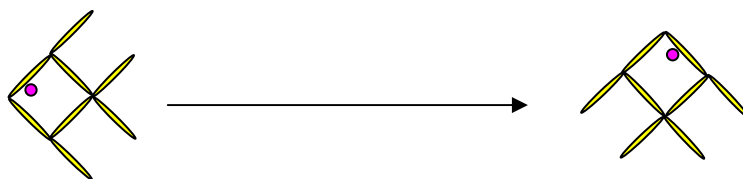
Las siguientes actividades son una selección de las que se propusieron a lo largo de los tres encuentros:

Actividad 1: PALILLOS MARINOS Y PALILLOS GEOMÉTRICOS

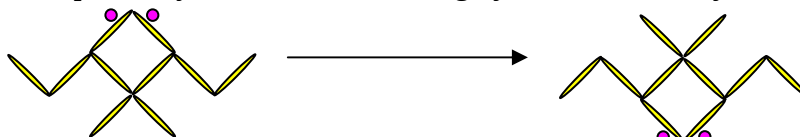
¿Quién no ha jugado con palillos intentando resolver algún tipo de problema o acertijo?. Seguramente, casi todos nosotros, en algún momento de nuestra vida, hemos disfrutado

intentando resolverlo, con gran satisfacción por nuestra parte si hemos sido capaces de lograrlo con las únicas herramientas de la imaginación y nuestra propia intuición.

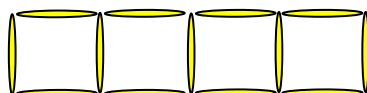
Moviendo la aceituna y dos palillos, el pez debe nadar hacia arriba.



Moviendo tres palillos y las aceitunas, el cangrejo mira hacia abajo.



En la prueba de palillos geométricos se partía de trece palillos dispuestos de tal manera que formaban cuatro cuadrados consecutivos. Moviendo dos palillos había que obtener: un solo cuadrado, dos rectángulos, un triángulo equilátero y un pentágono equilátero (se evitaba decir “pentágono regular”).



Con esta actividad de palillos reforzamos la capacidad de intuir e imaginar transformaciones y movimientos espaciales de figuras geométricas, a la vez que fomentamos el trabajo en equipo.

Al final.... profesores y alumnos se comen las aceitunas que aún quedan en la lata utilizando los palillos sobrantes, demostrando con ello que las Matemáticas también pueden servir para hacer más divertido un modesto aperitivo.

## Actividad 2: LOS MISIONEROS Y LOS CANÍBALES

La prueba consistió en la escenificación de la resolución del conocido problema en que "ciertos individuos no se pueden dejar o bien solos o bien en minoría respecto a los de otra clase, pues corre peligro su vida (se los comen)". En nuestro caso, 3 caníbales y 3 misioneros deben cruzar un río usando una barca que puede efectuar un número indeterminado de viajes de ida y vuelta, para ir así dejando a gente en la orilla opuesta. Cada viaje de la barca sólo admite a dos pasajeros. En cada una de las orillas, los caníbales no pueden superar a los misioneros, pues acabarían con éstos.

Lo más divertido de esta prueba fue lo de incluir el teatro en el juego, pues los estudiantes se convertían en misioneros y caníbales mediante amuletos confeccionados a tal propósito; con barcas de cartón cruzaban el río de papel y eran devorados muchas veces antes de que les diera tiempo a planificar una solución: un lápiz y un papel, un esquema de la situación, unos signos y... ¡a pensar!.

El matemático es el misionero con fe en el análisis lógico para descubrir lo esencial en el problema; los caníbales no entienden de lógicas ni de simplificaciones y relaciones: hay que comer. Ni tampoco de postulados que se acuerdan entre todos como reglas del juego: si un grupo queda en mayoría y pueden usar la fuerza bruta, no hay principios que admitir.

Los problemas de logística tienen su arranque en situaciones como ésta: limitaciones en el transporte, requerimientos en el abastecimiento, necesidad de llegar a

la otra orilla... Son problemas prácticos. Pero no carecen de la belleza y la curiosidad que estimula a un amante de las Matemáticas.

### Actividad 3: PUZZLES CON IMÁGENES MATEMÁTICAS – CLIC

La enorme aceptación de los medios informáticos entre nuestros alumnos, ha llevado al desarrollo de herramientas de autor para que los enseñantes hagan el mínimo esfuerzo informático de cara a conseguir resultados multimedia muy efectivos. El programa “Clic” es una de estas herramientas que nos permitió concebir una prueba “cara al ordenador”, para que las nuevas tecnologías también estuviesen presentes en los Encuentros Matemáticos.

El dar a conocer la vida de matemáticos, así como su imagen y sus hechos más destacables, orientó la confección de esta prueba, estando también presente esta directriz en otros apartados del desarrollo de los encuentros matemáticos que ya hemos citado en otro punto de esta publicación. Las caras de un total de 12 matemáticos y matemáticas constituían un grupo de imágenes de las que nos sirvieron para construir los rompecabezas que habrían de resolver los alumnos.

Por otro lado, las curvas famosas o las demostraciones gráficas del Teorema de Pitágoras fueron también escogidos como imágenes de interés sobre las que montar una prueba de rompecabezas con el programa CLIC.

### Actividad 4: TRIVIAL SOBRE LAS VIDAS DE LOS MATEMÁTICOS

Dar a conocer la existencia (y algunos detalles de la misma) de algunos matemáticos poco nombrados en nuestra enseñanza secundaria ha sido la preocupación que nos ha llevado a incluir este Trivial en las pruebas de los Encuentros Matemáticos. Pero también en otros apartados de los mismos se quería contribuir a este fin, de las siguientes formas:

- Se regalaron “Ex-libris” a los alumnos participantes y en ellos podía figurar una curva famosa, o un matemático o una matemática.
- La imagen de un matemático/a tenía que ser recompuesta en otra prueba de “puzzles”.
- El diploma de participación también tenía imágenes de matemáticos.

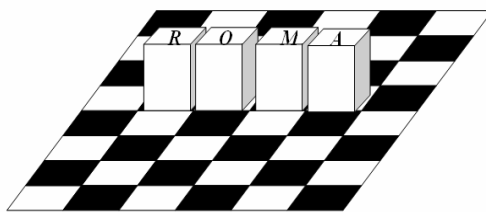
### Actividad 5: EUROCAPICÚA

2002-Eurocapicúa es un juego que ha sido elaborado uniendo, o mezclando, elementos que pertenecen a otros juegos ya existentes. El objetivo es formar, sobre un tablero cuadrado, secuencias capicúas con las nuevas monedas europeas. Para jugar se pueden utilizar monedas de distinto valor o monedas del mismo valor pero de distintos países.

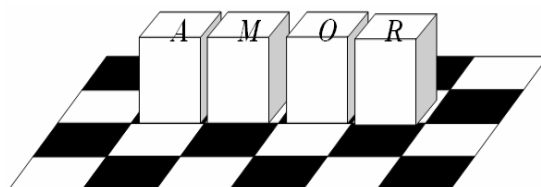
En la prueba celebrada elegimos un tablero cuatro por cuatro, utilizando 16 monedas, cuatro de cada clase. Participan dos equipos. Cada partida tiene dos rondas; en cada una empieza un equipo. El orden no supone ventaja, por lo que éste se puede sortear o acordar entre los equipos. Todas las monedas se colocan en el interior de una bolsa de tela. El equipo que sale en la primera ronda es el que trata de formar secuencias capicúas (simétricas). El otro equipo trata de deshacer los capicúas formados por el anterior. En la segunda ronda se intercambian los papeles.

### Actividad 6: TUMBANDO EL CUBO

Debes conseguir, partiendo de la posición inicial de estos 4 cubos:

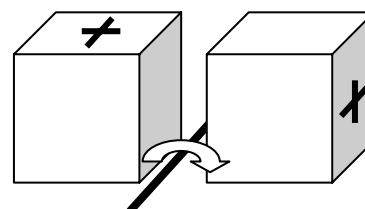


llegar a la posición final, que podrá estar en cualesquiera casillas del tablero, con la única condición de que estén consecutivas y se lea la palabra anterior, invertida.



Reglas: EL DADO NUNCA DEBE LEVANTARSE NI TAMPOCO DESLIZARSE

EL ÚNICO MOVIMIENTO PERMITIDO CON EL DADO ES: TUMBARLO, GIRÁNDOLO ALREDEDOR DE CUALQUIER ARISTA DE LA BASE.



## ACTIVIDADES PARALELAS

El centro anfitrión ha contado, en las tres ocasiones de los encuentros, con alguna exposición que los alumnos han podido visitar en el recreo o tras las pruebas: “Exposición de instrumentos de medidas tradicionales y de oficios”, “Exposición de sellos matemáticos” , “Triángulo de Sierpinski”.

## FIN DE LA JORNADA

Al final de las pruebas se recogen todas las puntuaciones obtenidas por cada equipo y, mediante un método matemático (¡no podía ser de otra manera!), se determina la clasificación de los mismos, entregando un diploma a todos los participantes y un premio a los miembros de los tres primeros equipos.

Los encuentros concluyen con un ágape ofrecido por el centro anfitrión donde los alumnos y profesores intercambian impresiones sobre la experiencia vivida.

En las tres jornadas celebradas hasta la fecha hemos contado con la presencia y colaboración de un grupo de profesores y alumnos de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Murcia, interesados por esta experiencia didáctica.



## PROYECTOS PARA GEOMETRÍA

María M. Vega Quirós

### Problema inicial:

A lo largo de mi corta experiencia me he ido encontrando con problemas y situaciones complicadas, ya fueran en el ámbito de las matemáticas o en lo referente al interés por todo lo referente al centro por parte de los alumnos. Poco a poco, con los recursos y energías disponibles, he intentado superar dichas situaciones intentado promover actitudes positivas hacia las matemáticas, en particular, y hacia lo escolar, en general, con mayor o menor éxito. Paso a describir el problema al que más tiempo he intentado darle solución sin conseguir, en principio, ninguna mejoría visible:

En cada clase hay un grupo de alumnos que tienen un retraso importante, con respecto a sus compañeros o al nivel educativo en el que se encuentran, en los conocimientos y procedimientos necesarios para poder seguir la clase con normalidad. Estos alumnos no son alumnos de integración, ni tienen un defecto físico ni psicológico específico sino simplemente le falta la base para poder entender lo que ocurre en el aula matemáticamente hablando.

### Evolución del problema:

El primer año, intenté hacer adaptaciones curriculares no significativas (ese era el nombre que tenían las adaptaciones aunque en la práctica eran muy significativas porque el nivel de alguno de estos alumnos era de primaria). En este intento me vi superada por las situaciones del aula. Las ACNS consistían en unas fichas personalizadas que yo confeccionaba para que el alumno trabajara con ellas en la clase. El problema surgía cuando dicho alumno tenía dudas y necesitaba de mi presencia física, si me dedicaba a ellos un tiempo en exclusiva una gran parte alumnos de la clase se despistaba y costaba volver a engancharlos de nuevo. Algo parecido pasaba cuando quería explicarle a un alumno con una ACNS algo en lo que había fallado.

El segundo año, decidí que la mejor manera sería si consiguiera que los alumnos trabajaran en equipo, es decir, cada uno tenía sus propias fichas pero si tenía alguna duda se la debía preguntar a sus compañeros que tenían ACNS, para ello los sentaba juntos en “mesa redonda” al final de la clase. De esta manera conseguí tener que dejar menos veces “solo” al gran grupo pero también me encontré con que tenía que llamar más la atención al pequeño grupo porque se despistaban con facilidad. Además, no faltó mucho tiempo para que se dieran cuenta de que era más fácil copiar la solución de un compañero que la tenía bien que preocuparse por intentar entenderla.

Además, en ambos intentos me encontré con la dificultad añadida de que había alumnos que no tenían el retraso mencionado con respecto al nivel de conocimientos necesario para construir el nuevo conocimiento que reclamaban que les propusiera una ACNS. De nuevo aparece aquí la ley del mínimo esfuerzo. A la mayoría de los alumnos

que les interesa aprobar eso es lo único que le interesa, para ellos aprender no es importante, por eso si aprueban por hacer “fichitas” de nivel bajo para ellos que poseen un nivel de conocimiento más avanzado.

El tercer año, que es en el que me encuentro, me matriculé en el Doctorado en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada esperando encontrar respuestas a mis preguntas ya que, consciente o inconscientemente, pensaba que las razones fundamentales de que no funcionasen mis ideas era debido a mi inexperiencia, por una parte, y a la falta de conocimiento didáctico, por otra. Aquí me di cuenta de algo que ya sabía desde el principio la solución debía encontrarla yo misma, ya que nadie más está en mi misma circunstancia, aunque si lo estén en una parecida. También decidí que debía de pensar más detenidamente antes de ponerme en marcha con algún tipo de proyecto, y que para ello necesitaba documentarme sobre el tema. En ese camino fue donde me encontré con los trabajos por proyecto o microproyectos que cautivaron mi atención desde un primer momento, además del portafolio de aprendizaje. Vamos a ver una pequeña aproximación a dichos conceptos para luego profundizar un poco en lo que sería una programación más detallada del proyecto de trabajo, que es como llamaremos a partir de ahora la metodología que abarcará los microproyectos y el portafolio.

### **Microproyectos:**

Tomando como referencia la identificación proporcionada en <http://enlaces.c5.cl/ntic/pags/microproyectos/microproyectos.htm>, un microproyecto se caracteriza por:

Ser un conjunto de acciones en un tiempo determinado que tienen la finalidad de resolver un problema, que en su hacer y en su resultado final, facilita la construcción de aprendizajes por parte de los aprendices.

Permitir que el aprendiz pueda desarrollar o ejercitar destrezas cognitivas de alto orden involucradas en el diseño, conducción, desarrollo y evaluación del microproyecto.

Su nivel de desarrollo y aplicación es micro (aula), por tanto los microproyectos son de acción centrada en el aula.

Tener un propósito real en su propuesta y estar orientados por objetivos sintéticos, claros y precisos.

Tener un origen intrínseco, que está basado en los intereses y necesidades de alumnos y profesores.

Ser generalmente de carácter interdisciplinario.

Ofrecer una variedad de acciones a los participantes, permitiéndoles solucionar colaborativamente los problemas que acompañan el desarrollo de su trabajo".

Portafolio de aprendizaje:

De acuerdo con Paulson, Paulson y Meyer un portafolio es:

"Una colección intencional de los trabajos de un estudiante, la cual exhibe sus esfuerzos, sus progresos, y sus logros en una o más áreas. La colección debe ser el resultado de la participación intencional de los estudiantes en la selección de los contenidos de su portafolio, debe explicar los criterios utilizados para realizar esta selección, tiene que establecer los criterios de juicio sobre el mérito del trabajo y debe evidenciar los procesos de reflexión del estudiante."

### **Proyecto de trabajo propuesto:**

Una vez dividido el grupo de clase en tres o cuatro grupo equitativos, el proyecto consistirá en dos trabajos por parte del alumno:

Trabajo en grupo: En el que deberán construir una maqueta, a escala elegida por ellos, de un edificio de la ciudad, también elegido por el grupo de proyecto.

Trabajo individual: elaborar con interés su portafolio de aprendizaje.

### **Programación detallada del proyecto de trabajo:**

Siguiendo la estructura seguida por Oliveras (1996), detallaremos una programación de un proyecto de trabajo sobre el fondo de la geometría en el plano y en el espacio, por pensar que puede prestarse para un primer contacto con los microproyectos por su carácter manipulativo.

Además, su aplicación es evidente ya que en los objetivos generales del área podemos leer:

"Aplicar los conocimientos geométricos para comprender y explicar formas y relaciones espaciales que se presentan en la realidad del espacio físico que nos rodea, en el campo de la tecnología y en las distintas formas de expresión artística" .

El NCTM en los Principios y Estándares para la Educación Matemática (2000) afirma:

"La Geometría ofrece medios para describir, analizar y comprender el mundo y ver la belleza en sus estructuras"

Debemos sacarle partido a ello para poder llegar mejor a nuestros alumnos.

Nivel:

Este proyecto de trabajo se propone para el aprendizaje de alumnos de 3º de E.S.O., es decir, para el primer curso del segundo ciclo de Educación Secundaria Obligatoria, o sea en general de 14 o 15 años.

### **Objetivos:**

Con las actividades incluidas en este macroproyecto se pretende que los jóvenes de 14 y 15 años sean capaces de:

- ✓ Adquirir unos conocimientos experienciales para la noción de semejanza, polígonos, recubrimiento y escala.
- ✓ Emplear, y en algunos casos reconocer, diferentes movimientos en el plano: giros, simetrías y traslaciones.
- ✓ Aumentar su capacidad de apreciar la estructura de un edificio y valorar su construcción.
- ✓ Verbalizar sus acciones, empleando el lenguaje ordinario junto con un lenguaje más técnico.
- ✓ Ejercitar el cálculo aproximado de longitudes y áreas de superficies.
- ✓ Descomponer figuras geométricas en otras más simples.
- ✓ Trabajar en grupo de modo cooperativo apreciado los comentarios, ayudas y críticas de los iguales.
- ✓ Tener autonomía para ser responsable con su portafolio de aprendizaje.

## **Contenidos:**

En el desarrollo de las actividades se pondrán en juego los contenidos siguientes:

- ✓ Segmentos proporcionales, teorema de Thales.
- ✓ Triángulos y polígonos semejantes.
- ✓ Escalas.

## **Elementos para la puesta en acción:**

### **• Motivación:**

Cada grupo de trabajo (habrá cuatro como máximo) realizará el edificio de la ciudad que más le interese, para elegir adecuadamente el edificio se pueden proponer visitas a diferentes construcciones del entorno y realizar fotografías para que sientan el proyecto como suyo y comiencen a apreciar los detalles que lo hacen diferente a cualquier otro.

### **• Recursos Materiales:**

Cada equipo de trabajo elegirá los materiales que utilizarán para la construcción de su proyecto entre los siguientes:

- ✓ Cartón, marquetería, cartulina,...

Además, deberán estar provistos de:

- ✓ Rotuladores, temperas de colores.
- ✓ Tijeras y pegamento.
- ✓ Regla y escuadra graduadas.
- ✓ Compás.
- ✓ Lanas e hilos.
- ✓ Papel milimetrado y cuadriculado.
- ✓ Cuaderno de notas, calculadora, enciclopedia, libro de texto,...

### **• Temporalización:**

Para la realización de este proyecto de trabajo se propone un tiempo mínimo de 9 sesiones de 55 minutos de duración.

### **• Actividades:**

El desarrollo de este proyecto de trabajo se basa en la construcción de una maqueta a escala de un edificio de su entorno elegido por ellos mismos.

Las actividades se diversificarán en dos tipos, las actividades de diseño y las actividades manipulativas o de construcción. He elegido un orden para ellas pero puede cambiarse e incluso mezclarse.

**1ª Actividad: Elección del edificio:**

De entre los edificios preseleccionados por cada grupo se realiza entre todos un recorrido para poder visitarlos, hacer fotos y, en definitiva, fijarse en los detalles para poder elegir con más conciencia la construcción adecuada para las necesidades del grupo. Durante esta actividad se deberán realizar algunas mediciones en los edificios para posteriores actividades.

**2ª Actividad: Elección de materiales:**

En la siguiente sesión cada grupo elegirá, de entre los materiales propuestos, aquellos que mejor se ajusten a las necesidades del edificio que van a construir.

**3ª Actividad: Creación de un plano a escala adecuada.**

El grupo deberá elegir la escala adecuada, según las dimensiones del edificio elegido, y dibujar un plano aproximado de la construcción para poder detectar qué medidas les faltan para poder tomarlas.

**4ª Actividad: Construcción del edificio:**

En esta actividad a cada grupo corresponderá construir el edificio elegido en tres dimensiones. Durante esta actividad se valorará muy positivamente el trabajo colaborativo y las proporciones del edificio.

**5ª Actividad: Documentación:**

El grupo deberá documentarse sobre la historia de la construcción elegida o sobre los objetos relevantes de su interior.

**6ª Actividad: Defensa del proyecto:**

Cada grupo mostrará al resto de sus compañeros la construcción realizada y les expondrá lo investigado por ellos en la quinta actividad.

- **Evaluación:**

Para la evaluación de los alumnos se tendrá en cuenta tanto la realización del proyecto como la revisión del portafolio de aprendizaje.

**Referencias:**

OLIVERAS, M. L. (1996) Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular. Ed. Comares. Granada.  
PAULSON, PAULSON, y MEYER. What makes a portfolio. Educational Leadership.



## LOS PUZLES, FUENTES DE ILUSIÓN

Antonio Javier Serrano Mora

### Resumen

La comunicación trata de poner de manifiesto que los puzles de madera, alambre, cuerdas... son una herramienta muy importante para que el alumno adquiera destreza en la resolución de problemas. A la vez, se expone una metodología enfocada a conseguir este objetivo basada en los trabajos de investigación matemática de larga duración.

Cuando, como profesores de matemáticas, nos propongan incorporar a nuestro quehacer determinados materiales *innovadores* –y con esta palabra me refiero a todo lo que no sea pizarra, tiza, cuaderno, libro de texto y, quizá, calculadora– en el desarrollo de un curso de los tantos que organizan los CPR's o por parte de algún agente comercial de alguna empresa del sector, hay que hacerse, al menos tres preguntas:

Pregunta (i): ¿Por qué los voy a usar? ¿Por qué he de abandonar otros materiales didácticos? ¿Quién los usó antes que yo? ¿Con qué resultados?

Pregunta (ii): ¿Para qué los voy a usar? ¿Con qué objetivos? ¿Para que mis alumnos aprendan qué tipo de cosas?

Pregunta (iii): ¿Cómo los voy a usar? ¿Qué metodología he de emplear para que el tiempo empleado no sea *tiempo perdido*?

Son tres preguntas que yo mismo me he hecho relativas a los puzles de madera, alambre, cuerdas... y a su uso en la enseñanza, aunque, como se verá más tarde, los puzles no son exactamente un material *innovador*, pues son conocidos y estudiados por matemáticos de todas las épocas.

En esta comunicación, por tanto, trataré de presentar las respuestas que he hallado a las preguntas anteriores, sobre todo a la tercera de ellas.

Respuesta a la pregunta (i): ¿Por qué los voy a usar? Asombraría a muchos, incluso a muchos profesionales de esta ciencia, la cantidad de matemáticos de primer orden de todos los tiempos que se han dedicado a los puzles y a los juegos matemáticos, que han publicado artículos o libros sobre ellos, que se han inspirado en ellos para sus investigaciones y que los han inventado. No haré aquí una relación completa de ellos, pero bastará con citar a algunos: el dato más antiguo que conozco al respecto es el famoso problema que dice que “en siete casas hay siete gatos, cada gato caza siete ratones, cada ratón se come siete granos de trigo...” que data del año 1850 a.C. (apareció en uno de los papiros Rhind). Miguel de Guzmán pronunció una conferencia en las J.A.E.M. de Santa Cruz de Tenerife (1984) titulada *Juegos matemáticos en la enseñanza* en la que hizo un estudio sobre el impacto de los juegos en la historia de las

matemáticas. Menciona en ella a no menos de quince eminencias de todos los tiempos: Arquímedes, Euclides, Fibonacci, Cardano, Fermat, Pascal, Euler, Hamilton, Gauss, von Neumann, ... Si hablamos exclusivamente de puzzles, Arquímedes, por ejemplo, inventó una especie de tangram con 14 piezas cuyo objetivo era construir un cuadrado; en 1216 el matemático árabe Ibn Kallikan propuso algunos puzzles sobre el tablero de ajedrez (el de los granos de trigo entre ellos) como más tarde lo hizo el propio Taylor (propuso el problema del paseo del caballo por el tablero, por cierto, estudiado y resuelto de manera matemática, ésta es su gran aportación, por Euler). En el siglo XV ya se describe en Occidente por primera vez del “baguedonier” o “aros chinos” o “trapezio” de la mano de Luca Pacioli en su libro *De Viribus Quantitatis*. Es tal la difusión de este puzzle que, tanto en Escandinavia como en China, lo tienen como un juguete tradicional. Cincuenta años después de Pacioli, también Cardano se dedica a él (lo llama “meleda”). En 1715, Leibniz escribe en una carta: “Nunca son los hombres más ingeniosos que en la invención de los juegos... Sería deseable que se hiciese un curso entero de juegos, tratados matemáticamente”. Hamilton inventó el “juego icosiano” –que se comercializó como “Viaje por el mundo”– que consistía en pasar por todos los vértices de un dodecaedro regular (que hacían las veces de ciudades de ese mundo) recorriendo sus aristas una vez como máximo y regresando al lugar de partida (es decir, caminos hamiltonianos en plan lúdico). A finales del siglo XIX, en 1883, nace “La torre de Hanoi” –o Torres de Hanoi– cuyo inventor fue el matemático francés Édouard Lucas. Este puzzle, junto con los aros chinos –dos puzzles, por cierto, que tienen la misma estructura y la misma solución, como ya advirtió De Parville en 1884– son seguramente los más conocidos en el mundo matemático, dado que se prestan a un análisis numérico muy interesante basado en el sistema de numeración de base 2, junto al “Juego de los 15”, invención de Sam Loyd, que tienen un estrecha relación con el grupo de las permutaciones de 16 elementos. En la segunda mitad del siglo XX, podemos hablar de Berlekamp, Conway y Guy quienes publicaron una obra muy interesante, en dos volúmenes, llamada *Winning Ways* en la que analizan desde diversos puntos de vista (numérico, algebraico, geométrico, topológico...) una colección amplísima de puzzles. Y, para terminar este rápido e incompleto repaso histórico por los grandes matemáticos que se han dedicado a estudiar los puzzles, mencionaré a Miguel de Guzmán, quien en su libro de 1984 llamado *Cuentos con cuentas* analiza el famoso puzzle del solitario inglés –treinta y dos bolas dispuestas en forma de cruz y un hueco en el centro; unas bolas saltan a otras y hay que dejar sólo una al final– y muestra una solución en la que utiliza, nada más y nada menos, que el grupo multiplicativo de Klein. Tantos y tan grandes matemáticos usaron de una forma u otra los puzzles, y esto nos hace formarnos ya parte de la respuesta a esta pregunta. Pero, aún así, hay otras razones tan importantes como la del argumento de autoridad ya mostrado. Los puzzles motivan a los alumnos, los estimulan, les alegran y, como decía de Guzmán “el juego bien escogido y explotado puede ser un elemento auxiliar de gran eficacia para lograr algunos de los objetivos de nuestra enseñanza más eficazmente”.

Respuesta a la pregunta (ii): ¿Para qué los voy a usar? La clave de esta respuesta está en la resolución de problemas. Seguramente, cualquier profesor de matemáticas no pretende enseñar otra cosa a lo largo de su vida profesional. La resolución de problemas como herramienta que nos permite ir más allá en la ciencia y en la vida y, también, la resolución de problemas como contenido. Las fases de la resolución de un problema –matemático, físico, químico, eléctrico, doméstico, amoroso, laboral...– son harto conocidas, pero no está de más que las recuerde brevemente de la mano, otra vez, de Miguel de Guzmán. En su libro *Para pensar mejor* nos explica esta teoría del pedagogo

Pólya de forma interesantísima. Las fases son: “Antes de actuar trataré de aprender observando”, “Crearé un plan de actuación, una estrategia”, “Comprobaré si mi plan funciona” y “Sacaré fruto al trabajo realizado”. No creo necesario explicar aquí en qué consiste cada una de estas fases. La resolución de problemas es una cuestión tan importante que en los objetivos del área de Matemáticas de la ESO y del Bachiller establecidos por el Ministerio de Educación en agosto de 2001 aparece repetida varias veces –en cuatro de los nueve establecidos para la ESO y en seis de los diez establecidos para el Bachillerato de Ciencias–. También la resolución de problemas aparece como uno de los seis elementos básicos en la enseñanza de las matemáticas de cualquier nivel, según el informe Crockcroft de 1982 –comité del que formaba parte, por cierto, Sir Michael Atiyah, la segunda persona en recibir el premio Abel, galardón recientemente creado por la Academia Noruega, lo que lo coloca entre los cuatro o cinco mejores matemáticos del momento–. Los seis elementos imprescindibles en la enseñanza de la matemática, según este informe, son: “Exposición por parte del profesor”, “Discusión entre el profesor y los alumnos y entre los alumnos”, “Trabajo práctico adecuado”, “Consolidación y práctica de técnicas y rutinas básicas”, “Resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a las situaciones de la vida diaria” y “Trabajo de investigación”. Precisamente este último elemento, los trabajos de investigación, nos permitirá, más tarde, contestar a la pregunta (iii). ¿Qué tienen que ver los puzles con la resolución de problemas? Resolver un puzle es establecer un diálogo con él. Cuando lo vemos nos plantea el siguiente problema: “¿Qué vas a hacer conmigo?” y si nosotros le contestamos mediante algún movimiento de sus piezas, entonces el puzle comienza un interrogatorio que sólo acabará con su solución final. El puzle nos dirá: “¿Cómo me vas a sacar ahora de este lío? ¿Por qué has movido esa anilla y no la otra? ¿Estás seguro de que vamos por buen camino? ¿No sería mejor pasar la cuerda por debajo?...”. Cuando nos disponemos a resolver un puzle, recorreremos, aunque sea de forma inconsciente, las cuatro fases de la resolución de problemas. En primer lugar lo observamos –todos sabemos que una manipulación irreflexiva no nos llevará a nada–, jugueteamos con sus partes para ver qué tipo de movimientos nos permitirán hacer, fijamos en nuestra mente el objetivo del puzle –liberar una anilla, separar dos clavos, liberar un imperdible ...–. En segundo lugar, vamos generando en nuestra mente una posibilidad, una lucecita se va encendiendo y mostrándonos el camino; quizá ya hayamos resuelto uno parecido o hayamos logrado simplificarlo y con ello lo hemos entendido mejor; diseñamos una estrategia de resolución. Después, la llevamos a cabo: ¿por qué no ha funcionado? Observamos otra vez, ya lo sabemos, modificamos la estrategia, ahora será la buena y... efectivamente, lo ha sido. Pero, como buenos matemáticos, nos preguntamos ahora: ¿Por qué ha funcionado? ¿Podré devolver el puzle a su posición inicial? ¿Qué hay detrás del puzle, qué fundamentos me permiten manipularlo así y no de otra manera? ¿Habrá otra manera, otra solución más corta, más elegante? ¿Cómo podré anotar estos movimientos? ¿Me sirven de algo las matemáticas que sé? ¿Admite el puzle variaciones de interés?

Respuesta a la pregunta (iii): ¿Cómo los voy a usar? Dicho todo lo anterior, sólo queda preguntarse cómo fusionarlo todo, es decir, cómo vamos a emplear en clase los puzles para que los alumnos aprendan a resolver problemas. Creo haber encontrado la respuesta en los trabajos de investigación matemática de larga duración que, desde hace unos años venimos experimentando en nuestro Centro de Elche de la Sierra, Albacete. No estimo conveniente introducir los puzles en la materia llamada *Taller de matemáticas* o, al menos, no sólo en ella. Esta materia no es desarrollada en todos los

Centros y, en los que sí lo es, sólo puede ser cursada durante un año por cada alumno. En cambio, la resolución de problemas es un objetivo y un contenido que tienen que desarrollar todos los alumnos en todos los cursos. Destacaremos a continuación las principales características de los trabajos de investigación y, a la vez, expondremos nuestra experiencia con ellos.

1ª) Aunque no se renuncie a ello, un trabajo de investigación no tiene como prioridad que el alumno adquiera nuevos conocimientos matemáticos; la prioridad es que aplique los que ya sabe a situaciones problemáticas.

2ª) Es un trabajo que se realiza de forma individual o en pequeño grupo de dos o tres personas. La mayor parte del trabajo se realiza en casa, aunque hay que dedicarle algunas sesiones lectivas –unas tres por cada trabajo–. Solemos encargar un trabajo por trimestre en 1º y 2º de ESO y, en próximos años, lo haremos también en el resto de niveles de la Secundaria, incluido, por supuesto, el Bachiller. Usualmente, damos mes y medio de plazo de entrega.

3ª) La primera sesión –en ocasiones dos sesiones, dependiendo de la experiencia de los alumnos– se dedica a presentarles y entregarles el puzle, explicar cuál es su objetivo y a cuestiones organizativas tales como hacer los grupos y fechas de entrega. Se les entrega también un guión en el que, además de indicaciones de presentación del informe final, se les proponen preguntas que han de responder, ordenadas de modo que recorran las cuatro fases de la resolución de un problema. Estas preguntas pueden ser más o menos explícitas, según la edad de los alumnos. El resto de la sesión la dedican a comenzar la investigación.

4ª) Hacia la mitad del plazo de entrega es conveniente hacer una sesión de control –en la primera sesión habrá quedado fijada su fecha. En esta sesión de control, los alumnos informan de los progresos conseguidos y preguntan las dudas que puedan tener.

5ª) Al final del trabajo, los alumnos han de redactar un informe escrito, con dibujos o fotografías, donde expliquen los logros obtenidos, los pasos dados... El esfuerzo que hacen para describir cómo desenlazan dos clavos, por ejemplo, es bastante grande. Además, siempre les solicitamos una opinión de tipo emocional sobre el trabajo y, casi siempre, la valoración es muy positiva, sobre todo, si se ha trabajado en grupo. Sería una necedad ocultar que no todos los alumnos se sienten emocionados ante un trabajo de este tipo, pero suelen ser muy pocos. Si, tras la tarea, se les da la oportunidad de exponer sus resultados ante sus compañeros, la experiencia les resulta muy gratificante.

6ª) Cuando los alumnos entregan el trabajo o lo exponen es muy importante evaluarlo y calificarlo. Hacerles observaciones de cómo podría haber sido mejor, felicitarlos por un trabajo bien hecho... suele ayudar bastante para el siguiente encargo. Además, una buena nota, para según qué alumnos, también resulta muy motivadora. En nuestras Programaciones tenemos contemplado, dentro de los criterios de calificación, qué parte de la nota del trimestre proviene de estos trabajos. Para ello, además, les pedimos que se califiquen a sí mismos y al resto de componentes del grupo y, de forma general, suelen ser mucho más duros que nosotros con estas calificaciones.

7ª) Además de lo anterior, tenemos preparadas ciertas actividades complementarias para cada puzle, de forma que algún alumno con ganas de continuar las pueda hacer. Se trata

de actividades de tipo directamente matemático, pero que no pierden el sabor lúdico del puzle. Por ejemplo, en el puzle llamado Caracol, que consiste en liberar una horquilla de un alambre en espiral y donde es necesario para solucionarlo hablar de dos partes del hilo del alambre –arriba y abajo– planteamos una actividad sobre la banda de Möbius a los chicos de 1º y 2º de ESO. En el puzle llamado Corazón, un puzle que consiste en liberar una pieza con esta forma de una estructura de alambre, proponemos a los alumnos de 2º de ESO, una serie de deformaciones topológicas del puzle que prueban la posibilidad de existencia de una solución, puesto que estas deformaciones topológicas nos dan condiciones necesarias de resolubilidad, pero no suficientes.

Al comienzo de esta comunicación, cité muchos y grandes matemáticos. Permítanme ahora terminarla citando a uno más. Claudi Alsina, profesor de la Universitat Politècnica de Catalunya, propone, en una conferencia llamada *Entre la realidad y la utopía... nosotros, los de mates*, doce utopías hacia las que caminar en la enseñanza de las matemáticas –hacia las que caminar todos, sociedad, profesorado y alumnado–. Debo a una de ellas gran parte de lo que acabo de contar. La encuadra dentro de las utopías pensadas para cada uno de nosotros, los de mates, la llama “La utopía de la ilusión” y dice: *Pensar que todo lo que se hace en clase vale la pena, que las chicas y chicos se lo merecen y que desde las matemáticas, desde nuestra modesta labor de entusiastas matemáticos contribuimos al futuro de las personas, de la disciplina y de la sociedad... Más triste que un grupo de adolescentes sin interés lo es aún más un profesor sin ilusión. Además de tener ilusión hay que transmitirla en cada momento. Y es que, como el mismo Alsina dijo en otra conferencia, la matemática rigurosa se enseña con la mente, la matemática hermosa se enseña con el corazón.* Muchas gracias.

## Bibliografía

- Alsina, Claudi: Textos de las conferencias *La matemática hermosa se enseña con el corazón* y *Entre la realidad y la utopía... nosotros, los de mates* disponible en su web personal: [www.upc.es/ea-smi/personal/claudi/materials.htm](http://www.upc.es/ea-smi/personal/claudi/materials.htm)
- Anaya Debernard, Salvador (1990): *Carrusel matemático*, Editorial Limusa
- Bell, R. y Cornelius, M. (1990): *Juegos con tablero y fichas*, Editorial Labor.
- Bolt, B. Y Hobbs, D. (1991): *101 proyectos matemáticos*, Editorial Labor.
- Cockcroft, Informe (1985): *Las matemáticas sí cuentan*, Ministerio de Educación y Ciencia.
- Guzmán, Miguel de (1984): *Juegos matemáticos en la enseñanza*, Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas; Sociedad Canaria de Matemáticas Isaac Newton. Disponible en la dirección de internet: [www.mat.ucm.es/deptos/guzman/juemat/juemat.htm](http://www.mat.ucm.es/deptos/guzman/juemat/juemat.htm)
- Guzmán, Miguel de (1994): *Para pensar mejor*, Ediciones Pirámide
- O’Connor, J.J. y Robertson, E.F. (1996): *Mathematical games and recreations*, artículo disponible en la dirección de internet siguiente: [www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Mathematical\\_games.html](http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Mathematical_games.html)
- Pacioli, Luca (1500): De Viribus Quantitatis, código 250 de la Biblioteca de la Universidad de Bologna, cap. CVII. Se puede ver, hoja por hoja, en la dirección siguiente: [www.uriland.it/matematica/DeViribus/Presentazione.html](http://www.uriland.it/matematica/DeViribus/Presentazione.html).
- Polya, G. (1957): *How to Solve It*, Anchor Books.



## **DIARIO DE MATEMÁTICA DESNUDA O AVENTURAS POR LOS PAISAJES DEL UNIVERSO MATEMÁTICO: UNA METODOLOGÍA QUE FAVORECE LA CREATIVIDAD Y LA EDUCACIÓN EN VALORES**

Pedro Buendía Abril

Centro de Educación de Adultos “Río Mula”

“Diario de Matemática Desnuda o Aventuras por los Paisajes del Universo Matemático” es el título de un libro que recoge experiencias, intuiciones y aventuras acerca del saber matemático básico en Educación de Adultos, y es una metodología innovadora de trabajo para “confeccionar en grupo el tejido matemático entramando los hilos de nuestro pensamiento”.

Para tener una mejor idea de lo que contiene y lo que pretende este libro vamos a escuchar lo que nos dice la introducción del mismo. Comienza hablando de su contenido y hace referencia a una metodología que invita al aprendizaje por descubrimiento: Es “Diario” porque recoge las vivencias del día a día, ocurridas en los grupos de Educación de Adultos con los que he compartido el saber matemático en los últimos años. Es “Matemática Desnuda” porque defiende una idea de trabajar las cosas matemáticas desnudándolas de ropajes demasiado rígidos hechos de esquemas artificiales, y de corsés que te cortan la buena circulación de las venas del pensamiento. Es “Aventura por los Paisajes del Universo Matemático” porque compromete a la creatividad a los participantes en las clases, dándoles la oportunidad de jugar a los dioses de las Matemáticas construyendo un universo matemático cercano, un sistema solar con “planetas”, “satélites” y “cometas”, girando en torno a la estrella de su propio pensamiento creativo. Y continúa aclarando las pretensiones y las finalidades últimas de esta aventura: “Al escribir cada página de esta aventura, lo he hecho con toda la fuerza posible para contribuir a la difusión del saber matemático básico entre más y más gente, para evitar sufrimientos e injusticias con enseñanzas en conserva que pierden el frescor de lo natural, para hacer realidad el sueño de la fiesta de los números, la democracia matemática, la creatividad y el fomento de los valores humanos.”

“Los personajes de esta historia son: los participantes, el maestro y el espíritu matemático. Los participantes son Antonio, Fina, Pepe, María y tantos otros que han colaborado en la construcción de los edificios de las medidas, de las formas y de los números, y que han disfrutado recogiendo relaciones entre ellos. El maestro, responsable de agitar el pensamiento matemático en las mentes de sus alumnos, es el que anima, el que ofrece propuestas, el que facilita recursos y el que acompaña a sus alumnos en la investigación y en la lucha constante para descubrir la belleza y el encanto de la cosa matemática. El espíritu matemático es el personaje etéreo, ese que corresponde al matemático que cada cual lleva dentro, es el personaje que en esta historia está a la que salta, siempre pendiente de la crítica constructiva.”

“Al matemático que llevamos dentro” es la dedicatoria del libro, y quiere ser un canto a la libertad de pensamiento matemático, al aprendizaje significativo y a la pedagogía

liberadora. Libertad de pensar las matemáticas partiendo de la lógica natural, y no desde la dictadura de fórmulas impuestas. En nuestra opinión, sólo viviendo las Matemáticas en libertad se construyen conocimientos significativos y relevantes en los que la pregunta clave es ¿cómo aprendo? Y no ¿qué aprendo?, es decir Matemáticas en las que los conceptos son importantes no como erudición para memorizar u operar mecánicamente sino como apoyos para solucionar problemas reales. Y por último, desde la libertad pasando por el aprendizaje significativo llegamos a la Pedagogía Liberadora, que significa para nosotros Matemáticas para hacer más ético el mundo y no centradas en el individuo, “democracia matemática” para tomar conciencia de que el cambio social es cosa de todos y entre todos.

Los objetivos de este Proyecto de Matemática Desnuda están pensados en los estudiantes, en los maestros y en la educación en valores. La enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas exige un esfuerzo combinado de maestros/as con capacidad de despertar el interés, la alegría y la sencillez de este saber; con ánimo de dar pistas, de orientar, de ayudar, de no dar nunca nada hecho... y de estudiantes dispuestos a descubrir la esencia de las cosas matemáticas, a encontrar relaciones, a darse cuenta de que la matemática forma parte de la vida, de su cuerpo, de su medio y de su forma de pensar. Es una tarea compartida por maestros/as y alumnos/as. Por eso este libro de literatura matemática pretende ser una ayuda en el logro de objetivos tanto del saber matemático como de la tarea de maestro, un libro de Matemáticas y un libro de Pedagogía. Además quiere hacer una contribución a la Educación en Valores, mezclando temas transversales como justicia, ecología, solidaridad y democracia, intentando superar la división entre Ciencias y Letras. Por eso los objetivos a cuyo logro pretende contribuir se pueden agrupar en tres bloques:

Para los aprendices:

Descubrir al matemático que llevamos dentro.

Bucear en la esencia del saber matemático.

Construir la Matemática en el Taller, para apoyar la teoría con la práctica.

Para los maestros/as:

Invitar a la reflexión de la metodología de enseñanza-aprendizaje que utilizamos en nuestra tarea, para evitar planteamientos mecánicos, y poner en práctica los significativos, los que favorecen el aprendizaje por descubrimiento.

Dar claves didácticas par que seamos capaces de crear un clima agradable en los grupos, donde se combine la investigación con la tertulia, buscando un punto de encuentro entre la ciencia matemática y el contacto humano, mezclando el aprendizaje y el descubrimiento con la distracción y la conversación.

Para la Educación en Valores:

Aprovechar el aprendizaje de los saberes matemáticos, para relacionarlos cada vez que se pueda, con temas de justicia, de ecología, de colaboración, de solidaridad... , y así podamos crecer en lo humano, haciendo reflexiones que nos ayuden a cambiar un poco, transformando nuestro entorno a mejor.

Practicar la “democracia matemática”, respetando y valorando todas las aportaciones y soluciones para poder resolver un determinado problema, aprovechando las estrategias personales y las del grupo.

Los contenidos de este Universo Matemático nos ayudan conocer y sentir la Matemática en nuestro cuerpo y nuestra mente. Las diferentes parcelas del saber matemático no están aisladas entre sí, sino que están relacionadas como formando parte de un todo, formando un Universo Matemático, un sistema solar matemático con sus planetas y satélites, girando todo alrededor de la mente del matemático que llevamos dentro. En este libro se enfocará con un telescopio de matemática básica elemental, un total de cinco “planetas”, varios “satélites” y algunos “cometas”. A continuación doy unas pinceladas descriptivas dichos planetas o bloques de contenidos:

Mete el lápiz y saca el metro.

Este título pretende hablar por sí mismo a modo de eslogan, invitando a que la teoría empiece en la práctica. En este bloque se afrontará la construcción ordenada del “Edificio de la Medida” a partir de una estructura sencilla, cuya primera pieza es el metro, que es el gen de las unidades de longitud, superficie, volumen, capacidad y peso. Dos satélites, a modo de ejemplos de aplicación de medidas, giran en torno a él: “Números bajo la lluvia” y “¿Flotará o se hundirá”.

El uno, el todo y la parte.

El título pretende integrar en una sola lección los números enteros, naturales y fraccionarios, queriendo superar las divisiones excesivas que se hacen normalmente para el estudio de los números. En este “planeta matemático”, generado por el “uno”, se parte de reflexiones sobre los números en la vida, los “unos duros” y los “unos blandos”. A continuación se pasea por el “ecosistema de los números” para descubrir las relaciones entre ellos y con el medio socionatural en el que habitan. “El lobo y las ovejas”, y “Postre de frutos secos” hacen referencia a las aventuras vividas en dos de sus satélites, para facilitar y encontrar más sentido al mínimo común múltiplo y al máximo común divisor. Y terminar con buen sabor de boca.

El paisaje de las formas.

Es un bonito título para la Geometría. Si partimos de la observación de las formas en el mundo, en la vida, en el entorno... podemos construir “el árbol de la esencia de las formas”, cuyo tronco se ramifica en dos ramas, la de dos y la de tres dimensiones. Una serie de aventuras en estos paisajes y en la estructura de este árbol nos ayudará a encontrar maneras sencillas de calcular áreas y volúmenes, sin necesidad de sufrir en el olvido de las fórmulas. Un “satélite” tan grande como este planeta es “Lo redondo y el pi”.

Lo redondo y el pi.

Vivimos en un mundo redondo, comemos cosas redondas, somos medio redondos. El “pi”, o mejor dicho para entendernos, las “tres coma catorce” veces que, aproximadamente “el alrededor” (la circunferencia) es más largo que “el atajo” (el diámetro), es el gen, el número alrededor del que gira todo lo redondo. Sabemos que hay unas fórmulas a modo de recetas, que sirven para calcular la longitud de la circunferencia, la superficie del círculo, el área y el volumen del cilindro, del cono y de la esfera. También sabemos que estas fórmulas se suelen mezclar entre sí en nuestra mente, que se difuminan con el tiempo y que se olvidan. Como alternativa propongo una serie de experiencias y un cuento, para que en cualquier momento que necesitemos calcular alguna longitud, superficie o volumen relacionados con lo redondo, podamos saber la manera de hacerlo sin necesidad de depender exclusivamente de las fórmulas.

### Justicia matemática.

Es un título o tema transversal, que da idea de cómo el saber matemático se mezcla con los valores en nuestra mente. Ojalá que las Matemáticas sirvieran siempre para resolver los problemas de la vida y del entorno, superando el cálculo mecanicista y logrando alcanzar la conciencia. El planeta de “Justicia matemática” o planeta de las Proporciones, es un lugar donde también anidan los valores. Bajando al terreno puramente matemático se analizan las dificultades de la aplicación de la “regla de tres” cuando se hace “a ciegas”, y se plantean otras posibilidades de resolver los problemas de reglas de tres sin hacer reglas de tres, valga la redundancia, otras maneras más acordes con nuestro pensamiento autónomo. Son varios los satélites que giran en torno al planeta de Justicia matemática:

“La mente se pone a cien”. Sobre la esencia del cuánto por ciento.

“Nuestra empresa particular con beneficio ecológico”. Es una aventura que demuestra cómo los valores medioambientales pueden entrar en el campo matemático. Las Matemáticas y la Naturaleza. Es un contenido donde predomina lo actitudinal.

“La lámpara de Aladino”. Sobre la esencia de la escala.

“Las Matemáticas en África”. Las Matemáticas y la Sociedad. Invita a la reflexión a modo de contenido actitudinal.

### El baile de los números con las letras.

El título quiere servir de contraste con la frialdad que muchos estudiantes notan en el Álgebra, al pensar que es difícil, desagradable, y que sólo está al alcance de unos pocos, con mente privilegiada para las Matemáticas. Pero es un error pensar así. En este planeta de números y letras se analiza el concepto de equilibrio en la vida, y en los números. Se vive la experiencia de la tierna ecuación del patito feo, porque los niños y las niñas tienen la mente preparada para hacer ecuaciones. Y se cuenta un montón de aventuras, de experiencias y de prácticas, que pueden servir para democratizar los saberes del Álgebra.

La metodología que se respira al leer cada página de este “Diario de Matemática Desnuda” es innovadora porque apuesta por el protagonismo compartido entre los alumnos y el maestro en un ambiente de democracia matemática, porque concede un peso muy importante a los contenidos procedimentales y actitudinales, sin olvidar los conceptuales, porque integra los saberes prácticos y teóricos al son de lo concreto y lo abstracto, enlazando las “matemáticas de las manos” y las “matemáticas de papel y lápiz” con las “matemáticas de la mente”, porque acerca los conceptos matemáticos al entorno sicionatural, porque favorece la creatividad al construir el Universo Matemático girando alrededor de tu mente, porque anima a la investigación y al aprendizaje por descubrimiento, porque busca la esencia de los conceptos matemáticos, porque pretende transformar las Matemáticas en el Taller de la Fiesta de los Números con un a buena “caja de herramientas”, porque favorece el crecimiento del matemático que llevamos dentro, y porque combina los temas transversales en búsqueda permanente de los valores humanos.

La “caja de herramientas” es imprescindible para llevar adelante esta metodología de trabajo basada en los saberes propios, en la investigación y en el placer de escurrirle números a la vida. Un metro, un ovillo de hilo y unas tijeras deben de estar siempre a mano. Cartulina para recortar y construir formas geométricas y construir las matemáticas. Las botellas de litro, de medio, de tercio, de cuarto y de quinto, así como vasos de diferentes tamaños, son de gran ayuda para hacer comparaciones entre sus

capacidades, y operaciones con fracciones pasadas por agua. Una cinta elástica facilita la comprensión de la esencia de la escala. Los frutos secos son especiales para entender bien el concepto de máximo común divisor. Los garbanzos sirven para hacer buenos guisos de volúmenes. Incluso un par de patatas sirve para entender mejor lo que es un metro cuadrado. También hay canciones y músicas capaces de avivar el ánimo creando un ambiente adecuado para una buena sintonía en el comienzo de algunos temas; “Como la cabeza al sombrero” es un buen tema musical para el tema matemático de la proporcionalidad. Todos estos y muchos más cachivaches llenan la caja de herramientas y ayudan a manejar la Matemática transformándola en una signatura mucho más atractiva, útil, interesante y divertida.

Esta metodología innovadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas parte de la experiencia en mi práctica docente en el Centro Comarcal de Educación de Personas Adultas “Río Mula” en el que trabajo de maestro desde el curso 1985-1986.

Para saber más de este método de trabajo se puede descargar de Internet en formato PDF el libro “DIARIO DE MATEMÁTICA DESNUDA O AVENTURAS POR LOS PAISAJES DEL UNIVERSO MATEMÁTICO”. Se encuentra en la página [www.educarm.es](http://www.educarm.es), de la Consejería de Educación y Cultura de Murcia, en el apartado de formación-publicaciones.



## **TALLER DE TALENTO MATEMÁTICO. UNA EXPERIENCIA CON ALUMNOS DE 3º ESO EN ZARAGOZA**

Fernando de la Cueva Landa

Elena Gil Clemente

Esta comunicación presenta el trabajo realizado a lo largo del curso 2004-2005 por un grupo de profesores de enseñanza media y universitarios con alumnos de 3º ESO de la ciudad de Zaragoza. El objetivo básico de esta actividad, impulsada por la Universidad de Zaragoza, ha sido proporcionar una experiencia de trabajo a setenta alumnos de distintos centros de la ciudad, en temas que no siempre es posible desarrollar en las clases ordinarias. La meta a largo plazo es que estos alumnos continúen con la actividad y se preparen específicamente para participar en distintas competiciones matemáticas.

La necesidad de la educación específica del talento matemático está avalada por experiencias que funcionan en este sentido desde hace varias décadas en otros países. En el nuestro existe cierto prejuicio acerca del elitismo de esta educación, pero cada vez está más claro que si no se trabaja el desarrollo de estos talentos especiales, se malogran y su posible aportación al avance cultural científico y tecnológico de nuestra sociedad queda perdida.

En la primera parte del texto, se describe qué es el talento matemático, basándonos en el estudio de Benjamín S. Bloom (Ballantine, New York, 1985). A partir de él se justifica que, si este talento no se atiende, solo se logran plenamente aquellos talentos especiales que se dan en familias con medios suficientes y con un ambiente estimulante. A continuación se pasa revista brevemente a las experiencias de educación de este talento que existen en España y fuera de ella. Como parte central del trabajo se presenta la experiencia que se ha llevado a cabo este curso escolar en Zaragoza. Se describe la actividad, su gestación, sus objetivos y su metodología. Se presentan también los materiales que ha elaborado el equipo de profesores participante y se realiza una valoración final de la actividad.

