



*Federación Española de Sociedades
de Profesores de Matemáticas*



*Sociedad Castellano Manchega de
Profesores de Matemáticas*

ACTAS DEL CONGRESO DE MATEMÁTICAS XII JAEM

CONFERENCIA

GUY BROUSSEAU

INVESTIGACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Traducción de Josep Gascon y Marianna Bosch

Me imagino que algunos de ustedes se deben plantear preguntas del tipo siguiente:

¿Qué es la « didáctica »? ¿En qué se diferencia de la pedagogía? ¿Qué relaciones mantiene con la psicología?

¿Necesitamos este término para hablar de nuestro trabajo?

¿Qué es la teoría de las situaciones didácticas? ¿Es necesaria una teoría más para abordar de manera científica las cuestiones de educación matemática?

¿Qué puede aportar un enfoque científico de la enseñanza?

No tengo la intención – ni tampoco podría aunque me lo propusiera – de responder de manera académica a todas estas preguntas en el tiempo del que disponemos. Sólo intentaré dar una idea de lo que me condujo a algunos resultados interesantes sobre estos temas. Tal vez podré contribuir a mostrar cómo algunas *causas* que parecen erráticas a priori pueden producir *razones* científicas (de algunos hechos relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas).

I. ¿HA DICHO DIDÁCTICA?

En el sentido clásico, la pedagogía es el **arte** de *educar* a los niños; la didáctica es el **arte** de *enseñar* (una ciencia, un arte, una lengua, cualquier cosa) a cualquiera (niño, adulto o sociedad).

Así pues, la pedagogía asume una *intención* educativa y moral que no comparte la didáctica: la enseñanza no es educativa más que por las virtudes propias de la cosa enseñada. Para Comenius (siglo XVII), la didáctica no dependía de la naturaleza de lo que se enseña.

El uso tiende a confundir los dos términos. Además, como se opone habitualmente arte y ciencia, la pedagogía y la didáctica parecen condenadas a escapar del procedimiento científico. De todos modos, desde finales del siglo XIX, se vienen realizando esfuerzos considerables para completar el **arte** con **conocimientos científicos** y con técnicas importadas de distintos ámbitos.

Es necesario un *campo científico propio* para federar y controlar la compatibilidad y la adecuación de estas relaciones.

Hemos mostrado que la naturaleza y la práctica de los conocimientos enseñados desempeña un papel mucho más importante de lo que decía Comenius en el arte y la técnica de la enseñanza.

Hemos elegido entonces el término *didáctica* para designar este campo, adoptando una definición muy amplia tal como sigue:

“La Didáctica es la ciencia que estudia la difusión de los *conocimientos* útiles a los hombres que viven en sociedad. Se interesa por la producción, la difusión y el aprendizaje de los conocimientos, así como por las instituciones y actividades que los facilitan.”

De este modo, la didáctica, como actividad social o profesional, es todo aquello que tiende a la enseñanza de un conocimiento, de una ciencia, de un arte o de una lengua.

Esta actividad es el objeto que estudia la Didáctica como ciencia, y no es a priori la especificación de una didáctica general.

Cuando hablamos de “didáctica”, hablamos de las relaciones entre un aprendiz, algo que debe ser aprendido (bajo la decisión de alguien) y un “medio” que provoca el aprendizaje. **Hemos mostrado que los saberes culturales no pueden aprenderse sin la presencia, en el medio, de un sistema enseñante.** (En Didáctica de las matemáticas, lo que debe ser aprendido es generalmente un concepto matemático.)

Me he esforzado en utilizar los métodos clásicos de las ciencias experimentales y principalmente **la observación, la modelización y los métodos estadísticos.**

Pero en este campo nuevo que es la didáctica, hemos tenido a veces que adaptarlos o apartarnos de las prácticas comunes, como para la observación de la que voy a hablar. Incluso hemos tenido que concebir nuevos instrumentos como el *análisis estadístico de dependencia implicativa*, o como la *teoría de las situaciones*.

Muchos se interrogan sobre las relaciones entre las teorías, los métodos de investigación, las experiencias, los resultados y la práctica de los profesores. Tal vez mi testimonio les puede ayudar.

Por ejemplo, la observación más habitual consistía en mirar clases normales. Pero la escuela para la observación de la que os voy a hablar ha permitido mucho más: modificar las condiciones de la enseñanza y observar los efectos producidos.

Hemos aprendido más didáctica a través de lo que hemos tenido que hacer para poder observar las clases, que mediante la propia observación.

Otro ejemplo: en la experimentación no comparábamos los resultados de los alumnos para decidir si una práctica docente era mejor que otra; nos esforzábamos solamente en tener los mismos resultados *a pesar de las modificaciones* que aportábamos, y comparábamos los *esfuerzos* de los alumnos y de los profesores necesarios en cada caso.

Voy a evocar solamente cómo la observación y la modelización de los conocimientos y de los procesos nos condujo a descifrar este nuevo campo científico.

Como la mayoría de vosotros, he aprendido el oficio de profesor de matemáticas y lo he practicado durante toda mi vida profesional a casi todos los niveles. El resto ha venido de mi amor por tres cosas: las matemáticas, el placer que muestran los niños de la escolaridad obligatoria cuando hacen y descubren las matemáticas y la observación de una profesora a la que le gustaba provocar esta actividad en los alumnos.

II. EL INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN : EL COREM¹

Lo concebí en 1964. Después de algunas tentativas, se abrió en 1973 en las escuelas Michelet de Talence (Burdeos). Lo dirigí hasta 1988. Con la ayuda de un buen centenar de personas, trabajé en él hasta 1999, año en el que acabó su actividad.

El funcionamiento de esta institución puede interesarles por más de una razón.

En primer lugar, presenta un modelo de las posiciones respectivas y de las relaciones entre los profesores, los investigadores y los formadores de profesores. Este modelo es a la vez muy concreto y muy distinto de los modelos habituales, en el que las relaciones “teoría-práctica” son esencialmente funcionales.

Pero, sobre todo, el centro de observación ilustra perfectamente los fundamentos de la teoría de las situaciones. De dos formas: por el objetivo de las investigaciones y por la manera de producirlas.

1. Veis en esta diapositiva la dotación de la escuela en personal docente². Incluía además un edificio especial equipado para la grabación de las observaciones. Todos se adscribía voluntariamente y tenían contratos renovables cada tres años.
2. Los formadores matemáticos de la escuela normal de Burdeos proporcionaban un asesoramiento didáctico regular de 10 horas semanales. Ayudaban a los profesores a realizar el programar habitual y a coordinar y moderar las propuestas de investigación.
3. El equipo de investigadores estaba formado por los miembros del Laboratorio y sus doctorandos. Los profesores eran considerados como técnicos bajo la responsabilidad de la universidad por una parte de su dedicación.
4. Los cargos técnicos (seminarios y formación, grabación y almacenamiento en videos, material didáctico, sistema informático, estadísticas, etc.) eran ocupados por miembros del grupo. Todos estaban formados para este tipo de observaciones y para las interacciones específicas requeridas por el proyecto.

La escuela no tenía ninguna función de innovación o de investigación pedagógica, ni de demostración, ni de formación de profesores. Seguía los programas oficiales y no se adhería a ninguna escuela pedagógica. Sólo se observaban una parte muy pequeña de sus enseñanzas, y en éstas se seguía atentamente el progreso de cada alumno.

Algunas observaciones se basaban en un dispositivo experimental acordado por algunos investigadores y los profesores. Las demás las preparaban solamente los maestros.

Las reglas que regían el proceso de observación se definían según las funciones a seguir (y no según las personas o las categorías de personal). Eran muy numerosas y rigurosas, pero establecidas de común acuerdo y constantemente aclaradas y justificadas. Tenían por objetivo permitir el funcionamiento normal de la enseñanza independientemente de la investigación e impedir tanto como fuera posible las contaminaciones ilegítimas. La principal manera de conseguirlo era mantener un equilibrio entre los poderes mediante las pertinentes regulaciones.

Las situaciones o los procesos que observábamos eran generalmente bastante breves o muy poco densos, aunque, excepcionalmente, también podían ser de mayor duración.

Al principio, nuestras observaciones se centraron, durante unos diez años, en la resolución de problemas por parte de los alumnos o en lecciones en las que las intervenciones de los maestros eran mínimas y definidas con anterioridad. Se trataba de observar directamente la actividad matemática de los alumnos. La construcción de los dispositivos necesarios nos condujo a establecer las bases de la *ingeniería didáctica* (daré en seguida un ejemplo) y de una teoría de las situaciones matemáticas (de la que hablaremos más adelante).

¹ Centre pour l'Observation et la Recherche en Education Mathématique.

² La escuela tenía 14 clases: 4 de educación infantil (3 a 5 años) y 10 de primaria (6 a 11 años). Trabajaban 21 profesores (3 para cada 2 clases), 2 directores y un psicólogo escolar.

También modificábamos las relaciones entre los profesores. Por ejemplo, para poner de manifiesto los conceptos realmente utilizados por los profesores en sus decisiones, habíamos preparado el siguiente dispositivo: dos profesores preparaban juntos dos lecciones sucesivas para impartir a una misma clase. El primero dirigía la primera en ausencia del segundo: ¿Qué informaciones le pedía el segundo al primero? ¿Qué podía responder el primero? ¿Eran suficientes estas informaciones para gestionar la segunda clase? Etc. Pudimos así poner en evidencia bastantes fenómenos, entre los cuales destacan algunos roles de la “*memoria didáctica*”.

III. MODELIZACIÓN: LA AMPLIACIÓN DE UN PUZZLE

Tomemos un ejemplo bien conocido del tipo de situaciones que construíamos. Se trata de modelizar las situaciones matemáticas en las que interviene la proporcionalidad.

Casi todas las funciones evocadas en la escuela primaria se basan en la relación de proporcionalidad, y esta propiedad se admite como evidente o se enseña sin justificación. ¿Qué hacer para que los alumnos elijan la proporcionalidad entre distintas posibilidades, y que lo hagan por razones matemáticas y no sólo empíricas?

El profesor muestra a los alumnos un puzzle cuadrado de 11 cm de lado (Fig.1) que permite realizar distintas configuraciones (Fig.2).

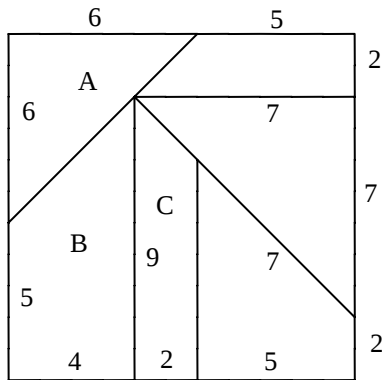


Figura 1

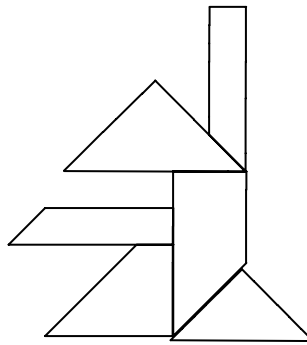


Figura 2

Les dice:

“ – Debéis recortar en una cartulina un puzzle parecido a éste (el modelo). Pero lo tenéis que hacer más grande para los niños del parvulario. Este lado que mide 4 cm en el modelo deberá medir 7 cm en la imagen (o reproducción). Pero hay que poder hacer las mismas figuras con el puzzle grande que con el modelo.”

“ – Para realizar el puzzle grande os dividiréis por grupos. Cada grupo hará una única pieza y las juntaremos todas al final para que encajen.”

Casi todos los alumnos empiezan pensando que hay que “añadir 3 cm” a cada lado.

¡Desastre! ¡Las piezas no encajan!

La primera hipótesis es que no se han recortado bien las piezas...

Después de eliminar distintas hipótesis, los alumnos admiten bien la proporcionalidad: “El lado 2 tiene que ser la mitad del lado 4”. Pero aunque los alumnos aceptan esta observación, no la justifican ni les proporciona un método de cálculo que les permita obtener 7 a partir de 4.

Algunos alumnos proponen entonces doblar la longitud del modelo y restar 1 cm. El método es “casi aceptable”:

$$4 \rightarrow (2 \times 4) - 1 = 7$$

$$6 \rightarrow (2 \times 6) - 1 = 11$$

$$2 \rightarrow (2 \times 2) - 1 = 3$$

Otros han obtenido por ensayos otras soluciones “aceptables” porque se pueden encajar las piezas como con un buen puzzle.

Finalmente, los alumnos se dan cuenta que es necesario que **la imagen de la suma de dos segmentos sea igual a la suma de las imágenes de estos segmentos (Fig. 3)**, propiedad que no se cumplía con las soluciones anteriores.

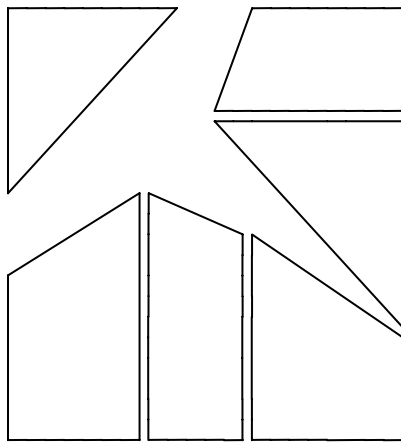


Figura 3

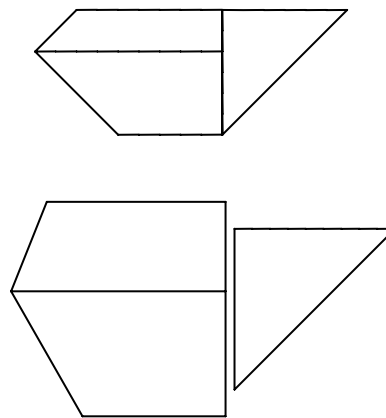


Figura 4

$$2 \rightarrow 2 + 3 = 5$$

$$4 \rightarrow 4 + 3 = 7$$

$$6 \rightarrow 6 + 3 = 9$$

Entonces

$$2 + 4 = 6$$

Pero

$$5 + 7 > 9$$

Los alumnos comprueban entonces que las razones se conservan. Gracias a ello podrán utilizar la definición de las fracciones-medida, ya sea directamente (“7 es 7 cuartos de 4”), ya sea calculando al imagen de 1 (“con 1 sería 1 cuarto, con 7 será 7 cuartos”).

He elegido este ejemplo porque permite entender nuestro método de trabajo.

Establecemos listas de condiciones que se deben cumplir, como la siguiente:

- El conocimiento matemático que se desea obtener debe ser el único medio para resolver el problema
- La indicación dada a los alumnos no debe utilizar ninguno de los conocimientos que se quiere que aparezcan. Dicha consigna determina las decisiones permitidas y las situaciones iniciales y finales que conducen a “ganar” o a “perder”.
- Los alumnos puede empezar a actuar con “conocimientos de base” inadecuados.
- Pueden constatar ellos mismos el éxito o fracaso de sus intentos.
- Sin determinar la solución, estas constataciones son sugerentes, en el sentido de que favorecen las hipótesis, aportan informaciones apropiadas, ni demasiado abiertas ni muy cerradas.
- Los alumnos pueden rápidamente hacer intentos sucesivos pero se debe favorecer la anticipación.
- Entre las soluciones empíricamente aceptables, sólo una puede responder a todas las objeciones.
- Algunos alumnos deben ser capaces de hallar y demostrar la solución en un tiempo razonable en una clase normal y poderla compartir y hacerla comprobar por los demás alumnos muy rápidamente.
- La solución debe prestarse a nuevas utilizaciones y debe provocar el planteamiento de preguntas que vuelven a lanzar el proceso (por ejemplo: ¿todas las ampliaciones del puzzle se hacen así?).

Estas condiciones son las que le aseguran al alumno una máxima autonomía.

Nuestro objetivo es hallar, para cada conocimiento – aquí la proporcionalidad –, situaciones que cumplan el máximo número posible de condiciones. La situación del puzzle es una de las que satisfacen esta lista. Además ilustra bien el catálogo de medios técnicos utilizados:

- Existen a priori distintos tipos de conocimientos: “conocimientos-en-acto” y repertorios de esquemas, mensajes y lenguajes, “teoremas”, pruebas y teorías.
- Se pueden asociar a cada uno de estos tipos de conocimiento organizaciones típicas de situaciones “matemáticas”: situaciones de acción, situaciones de formulación, situaciones de prueba.
- Constatamos que a cada tipo le corresponde un modo de aprendizaje distinto.

- Volvíamos a encontrar estos tipos de situaciones como fases sucesivas en el desarrollo de la lección sobre el puzzle.
- Verificamos entonces la posibilidad de realizar estas situaciones con los alumnos y observamos los resultados (tiempo de trabajo o probabilidad de éxito), así como los efectos de las variantes y de las modificaciones de sus *variables*.

La mayoría de estas situaciones no son modelos para reproducir en clase. En efecto, no es necesario que se satisfagan todas las condiciones enumeradas más arriba en cada lección. Sería una pérdida de tiempo y de esfuerzos considerable.

Las preguntas, ejercicios, problemas clásicos, etc., aparecen como casos particulares de situaciones, deducidas y simplificadas por razones de “economía” que las hacen más prácticas.

Los modelos de situaciones permiten por consiguiente analizar los efectos de estas economías sistemáticas.

Esta lección muestra también hasta qué punto es difícil describir las adquisiciones y los progresos de los alumnos en estos tipos de situaciones mediante el sistema habitual de evaluación. Ha sido pues necesario desarrollar un repertorio epistemológico distinto, adaptado a la didáctica real.

En didáctica, el valor de una lección radica en lo que ésta permite que se desarrolle con provecho en las lecciones siguientes, en lo que no podría pasar si la lección en cuestión no hubiera tenido lugar. Esta aportación se expresa en términos de posibilidades de los alumnos (aprendizajes) y en posibilidades ofrecidas al profesor.

La determinación habitual en términos de saber y de saber hacer conduce a ignorar bastantes acontecimientos y condiciones indispensables, aunque ocultas.

Por ejemplo, el hecho de rechazar el modelo aditivo y después el modelo afín para elegir el modelo lineal no es un saber para los alumnos sino una simple acción: es un conocimiento, local pero suficiente para resolver el problema. No se puede formular fácilmente de manera exacta, y es difícilmente “evaluable”: cuando propusimos un problema similar algunos días más tarde los alumnos tuvieron que hacer nuevos intentos del mismo tipo y reproducir los mismos razonamientos, pero reconocieron el modelo y lo pudieron utilizar, enunciar y poner a prueba.

La lección del Puzzle no es más que una etapa (la lección 37^a en un conjunto de 65) en el estudio de los racionales y los decimales.

Elaboramos, principalmente entre 1964 y 1990, situaciones de este tipo para la mayoría de los conocimientos importantes de la enseñanza obligatoria.

IV. UNA TEORÍA DE LAS SITUACIONES MATEMÁTICAS, ¿POR QUÉ?

Interesémonos ahora en los modelos de situaciones.

Hemos admitido:

- que a todo conocimiento matemático se le puede hacer corresponder una colección de situaciones que este conocimiento permite resolver.

Y, recíprocamente,

- que en todo entorno real de un alumno (o, más en general, de un agente) se pueden elegir elementos de una o más situaciones que permitan identificar los conocimientos que los agentes activan en sus acciones.
- La situación determina lo que el agente tiene interés en realizar finalmente, sea porque ya lo sabe, sea porque lo descubre adaptándose a ella, si la situación se lo posibilita. Todos los que conciben problemas, ejercicios o manuales realizan este tipo de reflexión. La modelización permite estudiar la coherencia de las elecciones adoptadas y sus consecuencias según los repertorios de conocimientos activados por los alumnos.

Pero, a pesar de este tipo de aplicaciones a la ingeniería didáctica, la modelización permite volver a cuestionar la didáctica y la epistemología que adoptamos aquí y allá. El objetivo de la teoría de las situaciones es controlar la propia coherencia de las distintas modelizaciones.

Permite preguntarse, por ejemplo, si los conocimientos en acto, su formulación y su validación lógica pueden utilizarse y desarrollarse en el mismo tipo de situaciones por los mismos tipos de procesos.

Modelizar también permite mostrar que los alumnos adaptan el sentido de los saberes que se les enseña a las situaciones en las que los utilizan, y que este sentido no puede por consiguiente ser a la vez “definitivamente correcto” y “funcional” en un primer aprendizaje. *La enseñanza utiliza y produce transformaciones que llamamos “transposición didáctica”*.

Se deduce que aprender comporta necesariamente retomar y modificar los aprendizajes anteriores, y no solamente adjuntar los nuevos conocimientos a los ya adquiridos.

También hemos podido prever, y después observar, cómo algunos aprendizajes necesarios se podían convertir en “obstáculos” de aprendizajes posteriores.

Por ejemplo, la comprensión de los números naturales, necesaria para el aprendizaje de los decimales, crea en cierta medida un obstáculo a su comprensión. Así, todo natural tiene un sucesor, pero un decimal no lo tiene. Todos los razonamientos implícitos que se apoyan en la enumeración o el contar como la adición deben volverse a pensar. Los alumnos se apoyan en el hecho de que el resultado de una multiplicación es mayor que los dos factores para distinguir esta operación de una división. Esto no es posible con los decimales. Por ello no es fácil la comprensión intuitiva de $0,3 \times 0,2$ y el control de su resultado es dudoso. El parecido de los decimales con los naturales que permite aprender fácilmente la estimación y los algoritmos, favorece todavía más algunos malentendidos y errores.

La teoría de las situaciones matemáticas ofrece un buen medio para un enfoque coherente y para una confrontación experimental basada en la observación y considerada como un instrumento de trabajo de los profesores. En efecto, los únicos instrumentos verdaderos y legítimos para influir en los alumnos son las situaciones. Aquellas que inventan los mismos profesores o las que reproducen para sus alumnos. La implantación directa y autoritaria de ideas incontrolables no se puede evitar siempre, pero siempre es peligrosa y acaba siendo menos eficaz.

Si pudiéramos volver a la organización del COREM, veríamos ahora que este sistema de observación era una *situación* organizada siguiendo los mismos principios, para hacer producir conocimientos pertinentes de didáctica, respetando las obligaciones propias de la enseñanza. He concebido y mantenido las relaciones entre los profesores, alumnos, investigadores, observadores, apoyos técnicos, diferentes estamentos de la administración, autoridades civiles, sindicatos de profesores, padres y madres de alumnos, medios de comunicación, autoridades de la ciudad y de la región con el mismo cuidado y los mismos tipos de métodos que las situaciones de clase. El sistema debía hacernos producir los conocimientos de didáctica necesarios para la gestión de las enseñanzas. Pero no teníamos ninguna intención de “enseñarle” nada a este sistema.

V. LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS EN MATEMÁTICAS

Durante cierto tiempo pensé que los modelos de situaciones utilizados para describir las relaciones de los alumnos con las matemáticas eran suficientes para describir también la relación de los profesores con sus alumnos.

Pero la observación mostraba que el profesor debe intervenir para mantener ciertos equilibrios entre lo que se conoce, lo que se puede decir, lo que se muestra y lo que se ha acordado saber.

Por ejemplo, en ciertas ocasiones, algunos profesores no quisieron seguir con enseñanzas teóricamente satisfactorias aunque éstas consistían en series de situaciones de acción, de formulación, de pruebas, bien concebidas y articuladas. Había que preguntarse por qué.

Entonces aparecieron distintas paradojas. Un alumno puede desarrollar un conocimiento parecido a uno ya establecido en la sociedad, pero no puede saber cuál es la posición, importancia, devenir, etc. de este conocimiento. El constructivismo radical puede ser apropiado para sociedades aisladas, pero no para la enseñanza. Tuvimos que admitir que era indispensable un nuevo tipo de intervenciones: la *institucionalización* de los conocimientos enseñados.

Más concretamente, el profesor debe reconocer e interpretar algunas acciones de los alumnos en detrimento de otras y organizar la totalidad en una historia coherente en la que los alumnos puedan

distinguir lo que deben aprender o saber de lo que deben hacer para ello. El profesor debe mantener los equilibrios necesarios mediante intervenciones específicas que no eran representables en la teoría que acabamos de presentar (la de las situaciones matemáticas).

Ya en 1975 empezamos pues a presentir los límites de nuestro punto de vista inicial.

La observación de alumnos con dificultades puso entonces en evidencia la naturaleza de las dificultades que un profesor encuentra cuando quiere obtener que el alumno actúe “por sí mismo” sobre un problema que le propone. Llamamos *devolución* a esta transferencia de responsabilidad. Plantear una pregunta, transmitir a los alumnos un enunciado o una consigna, hacer entrar a los alumnos en una situación dada, son tareas que plantean a los profesores problemas de un tipo distinto de los ya considerados.

Por un lado el alumno debe producir personalmente lo que dice o hace como si él mismo fuera el autor, en lugar de citar o recitar. Debe pues aceptar la *responsabilidad* de resolver problemas mediante conocimientos que todavía ignora y que no se le han enseñado... lo que es formalmente contradictorio. Ningún profesional aceptaría un trato así.

El profesor y el alumno entran entonces en lo que nos pareció en aquella época como la negociación de lo que bautizamos como un “*contrato didáctico*”, imposible de explicitar por sus contratantes, e incluso de mantener, siempre roto y siempre reconstruido, a través del cual se crea el conocimiento del alumno.

Mostramos finalmente que el profesor debe, por un lado, organizar la actividad de los alumnos y, por otro, “releerla” deformándola para acercar los conocimientos adaptados a las circunstancias particulares, a los saberes de la ciencia del momento.

Los procesos de enseñanza se constituyen de alternancias de *devolución de situaciones autónomas* y de *institucionalización*. Y hemos establecido la necesidad de esta alternancia mediante el estudio teórico, y su realidad mediante la observación y experimentación.

Me parece necesario precisar que en todos los niveles de estas investigaciones intervienen teorías y técnicas matemáticas muy variadas que no pueden ser explicitadas aquí. Nos percatamos sin embargo que, en este ámbito particular, los matemáticos que investigan en didáctica se resisten a utilizar las matemáticas como un instrumento de trabajo, tal vez porque están demasiado fascinados por las investigaciones de su ámbito, o porque temen que no se les entienda bien.

VI. CONCLUSIONES

¿Qué lugar ocupan estos trabajos en el conjunto de investigaciones sobre la educación matemática?

Está claro que no sustituyen ninguno de los enfoques que desarrollamos entre todos bajo este título: estudios pragmáticos o técnicos, construcción de medios didácticos, investigaciones sobre la enseñanza o el aprendizaje de las matemáticas que utilizan conocimientos y métodos de diversas disciplinas: psicología, lingüística, sociología, pedagogía, epistemología, historia de las matemáticas, economía, medicina, psicoanálisis, antropología, lógica, inteligencia artificial, semiología, neurofisiología y, claro está, las propias matemáticas... Todas las fuentes, todos los temas son susceptibles de aportar informaciones interesantes.

La función científica y social de la didáctica sería más bien la de asignar a estos conocimientos **exógenos** un *estatus* y un *modo de intervención* en las decisiones didácticas. Se trata de preparar y de permitir verdaderos progresos, y de prevenir las destrucciones irremediables que causan los desencadenamientos de reformas incontrolables e incoercibles propuestas por razones poco relacionadas con su objetivo declarado. La manera de realizar este proyecto es el conocimiento y la comprensión de la didáctica, de lo que es específico de la transmisión del conocimiento de una generación a otra.

La capacidad que tiene cada generación de humanos para comunicar a la generación siguiente el fruto de su experiencia es tan vieja como la humanidad y tal vez sea su principal característica.

De ahí que cada ser humano posee una experiencia personal de aprendizaje y de enseñanza, y, por ello, en contraposición a la caja negra del sujeto, la enseñanza es una caja transparente tan difícil de ver.

La teoría de las situaciones no es más que uno de los intentos de ir en esta dirección. Sólo he presentado hasta aquí la micro-didáctica: el estudio de las interacciones específicas de la difusión de

un conocimiento matemático entre dos o tres sistemas. Quedan muchos fenómenos por estudiar en este campo, como lo muestran nuestros trabajos más recientes.

Pero ya podemos percibir dificultades de distinta naturaleza que corresponden a la macro-didáctica, el estudio de las relaciones de los sistemas sociales y culturales con los distintos sectores de las matemáticas.

Todas las formas de investigación sobre la educación matemática son bienvenidas por poco que tengan como objetivo el conocimiento. Seré más exigente con las investigaciones que tiene como objetivo modificar brutalmente la enseñanza en sí misma sin preocuparse por los efectos previsibles.

Lo que me parece importante es la mejora de la enseñanza de las matemáticas. No las reformas tumultuosas o silenciosas expuestas al capricho de las prácticas, las modas o las sugerencias improvisadas a partir de otros ámbitos, sino las que se apoyan en un conocimiento más profundo y seguro de la enseñanza, y que actúan respetando una ética humanista.

Todavía más, me he concentrado en la enseñanza al nivel de la escolaridad obligatoria por la siguiente razón. Pedimos a nuestros niños y niñas que realicen un verdadero servicio cívico: aprender muchos conocimientos que la mayoría no utilizará personalmente, pero que deben aprender porque la sociedad necesita que tener a su disposición los matemáticos que necesita, del mismo modo que necesita encontrar médicos, ingenieros, panaderos y maestros. También se requiere que todos estos seres humanos puedan entenderse e intercambiar los unos con los otros para poder participar cada uno en las decisiones que les interesen. Todos los niños y niñas tienen que pagar el precio de esta demanda social y nuestro deber es hacer todo lo posible para facilitar este servicio.³

Espero que nuestros trabajos podrán permitir a los profesores entender mejor y hacer entender mejor las necesidades de su profesión para restaurar un diálogo y un reparto de responsabilidades con la sociedad.

Entre los acontecimientos que me conducen ante vosotros hoy, son muchas las oportunidades que me han ofrecido las circunstancias históricas, muchas otras son el resultado del apoyo que he recibido de numerosas personas que se convencieron por las razones que les daba y por los resultados que obteníamos. A ellos quiero expresarles todo mi reconocimiento:

- Las numerosas personas e instituciones que ha cooperado directamente durante los últimos 40 años a distintos proyectos: CRDP, IREM, COREM, écoles Jules Michelet de Talence, LADIST, DAEST.
- Las distintas instituciones que han creado y mantenido circunstancias favorables: APMEP, SMF, COPIRELEM, ARDM, universidades, ministerios de la educación, etc.
- A todos los ciudadanos franceses que nos han financiado.

³ La concepción consumista de la cultura e individualista de la enseñanza es un error y probablemente una catástrofe para la educación y para la vida en sociedad.

