



*Federación Española de Sociedades de
Profesores de Matemáticas*



*Sociedad Castellano Manchega de
Profesores de Matemáticas*

ACTAS DEL CONGRESO DE MATEMÁTICAS XII JAEM

CONFERENCIA

FRANCISCO MARTÍN CASALDEREY

MIRAR Y VER CON LOS OJOS DE VENUS

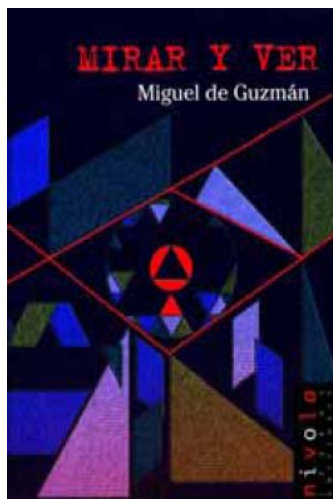


Agradezco a los miembros del Comité de Programas de estas XII Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas por haberme invitado a pronunciar esta conferencia plenaria y al Comité Local por la magnífica organización y les felicito a ambos por el éxito de esta duodécima edición de lo que desde hace tiempo es el foro más importante en España de la educación matemática, las JAEM.

En mi intervención, presentaré tres obras de tres pintores, acompañadas de algunas otras más; miraré (y veré) con ojos matemáticos estas obras; y, finalmente, añadiré alguna reflexión sobre las matemáticas y su enseñanza.

A propósito del título

Antes de adentrarme en el desarrollo de lo que será el contenido de esta intervención, quería hacer una breve reflexión sobre el significado del título que he elegido para ella. Éste consta claramente de dos partes.



Mirar y ver hace obviamente referencia al título de uno de los libros del profesor Miguel de Guzmán, desaparecido de forma imprevista hace poco más de una año y al que tanto debemos los que nos dedicamos a la educación matemática y en particular los miembros de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

El profesor Miguel de Guzmán, participó en muchas de nuestras JAEM y en otras muchas actividades promovidas por la Federación o por alguna de sus Sociedades, mostrando siempre su valía profesional y su generosidad.

Ocupó la presidencia del ICMI durante un largo periodo y contribuyó desde allí a la mejora de la educación matemática en el ámbito internacional. Que el título de esta conferencia comience con las palabras *Mirar y Ver*

es una manera de rendirle un humilde homenaje personal a Miguel. Pero adentrémonos un poco en el significado aparentemente reiterativo de ambas palabras. Según el diccionario de la Real Academia Española, *Mirar* es dirigir la mirada hacia un objeto, mientras que *Ver* es percibir algo con la inteligencia. Nuestra intervención tratará sobre Arte y Matemáticas, por eso proponemos primero *mirar* y luego *ver*...

I. ...Con los ojos de Venus

Ya que el primer cuadro que abordaremos será, precisamente, la *Venus del espejo* de Diego Velázquez.

Este cuadro, que actualmente se conserva en la National Gallery de Londres, está datado aproximadamente en 1646.

En 1914 una sufragista rasgó con un cuchillo la espalda y las caderas de la Venus representada en este cuadro, queriendo contribuir con su gesto a la lucha por la igualdad de la mujer. Quizás en ningún otro cuadro en toda la historia del desnudo, la figura femenina haya sido representada de manera más sensual y física, en su aspecto más corporal. De espaldas, tumbada sobre una sábana de raso negro, la blancura de la piel resalta aún más en su contraste. El mismo efecto se consigue con la postura, que oculta al espectador el rostro y el pecho y muestra a la vez la desnudez absoluta y central de las nalgas y el velado reflejo de la mirada en el espejo. Toda la composición del cuadro confluye y



contribuye a resaltar las formas del cuerpo femenino. Incluso el espejo y el Cupido que lo sostiene refuerzan esa confluencia hacia la piel femenina. La mirada de Cupido y el reflejo en el espejo cierran el círculo compositivo abriéndolo sólo, como veremos mirando con ojos matemáticos, hacia el espectador, para incluirlo en el espacio de lo representado.

Los desnudos femeninos son poco frecuentes en la pintura española. Entre éste, que como hemos dicho pinto Velázquez a mediados del siglo XVII, y *La Maja Desnuda* de Goya de 1800, no se pintó ningún otro. En contraste con esto, en Italia en ese mismo periodo se pintaron más de trescientos. Esta enorme diferencia se debe sin duda a las normas sociales españolas que consideraban de mal gusto el desnudo. Los dos cuadros citados son, por tanto, excepciones y de hecho estuvieron más años colgados en gabinetes privados, a la vista de poquísimas personas, que en las salas publicas de los palacios de sus poseedores.

En 1644 había muerto la reina Isabel, esposa de Felipe IV, y la producción artística de Velázquez se vio seriamente reducida. Dicen que la Corte entera se contagió del natural melancólico del Rey, que ya se traslucía en su mirada en la docena de cuadros en los que lo representó Velázquez con anterioridad. En 1646 muere también el príncipe heredero Baltasar Carlos. A esto hay que añadir la catastrófica situación política que se vivía en esos días con sublevaciones internas, contra el poder omnímodo del conde duque de Olivares e inestabilidad externa, con derrotas navales contra Francia y la llamada Paz de Wesfalia, que ratificaba la independencia de los Países Bajos y el final de la aventura española al frente de Europa.

Felipe IV, sumido por una parte en un cierto ensimismamiento piadoso y por otra en una libertina vida sexual, consideraba sus fracasos políticos y los infortunios de su familia como castigos divinos por sus pecados. Es justo en estos años cuando Velázquez pinta su *Venus* para el Rey. No se sabe con precisión el año en que fue acabado, pero se supone que debió de ser después de la muerte de la reina, ya que cuando ésta paseaba por Palacio, los sirvientes daban la vuelta a los cuadros en los que se representaban desnudos, aunque fueran parciales. *La Venus* probablemente fue pintada para el consuelo y solaz del Rey viudo y fue terminado antes del viaje a Italia de Velázquez en 1648.

El cuadro perteneció, años más tarde a Godoy, al que curiosamente también perteneció *La Maja desnuda* de Goya, compartiendo ambos una misma sala de su palacio de Madrid.

Hemos comentado el papel central del desnudo de la Venus en este cuadro; prescindamos de él en un proceso reconstructivo que ayudará a ver la obra con ojos matemáticos.

El segundo elemento compositivo en el cuadro es Cupido que sujeta el espejo en el que vemos reflejado el rostro de la Venus. Su situación en la composición, en un semiperfil hacia el espectador, hace converger la mirada hacia el rostro de la Venus en el espejo. El espacio asignado a Cupido en la composición global, el triángulo superior izquierdo, queda delimitado a su vez por el fondo de la cortina roja, en contraste con el asignado a Venus, sobre la sábana de raso o de seda negra. Sólo el espejo rompe la línea de



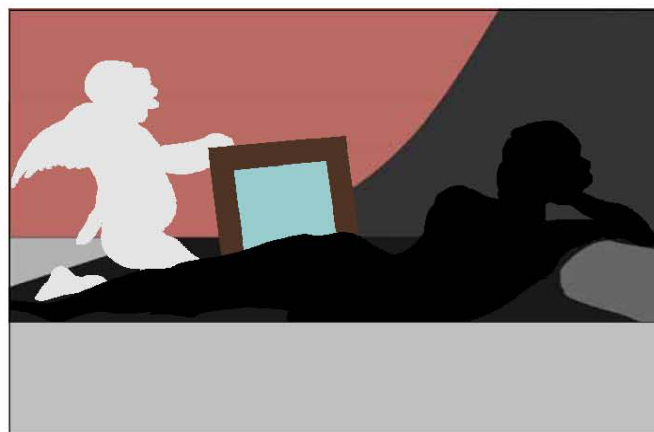
la frontera de estas zonas, invadiendo ambas. Prescindiremos de Cupido y del espejo.



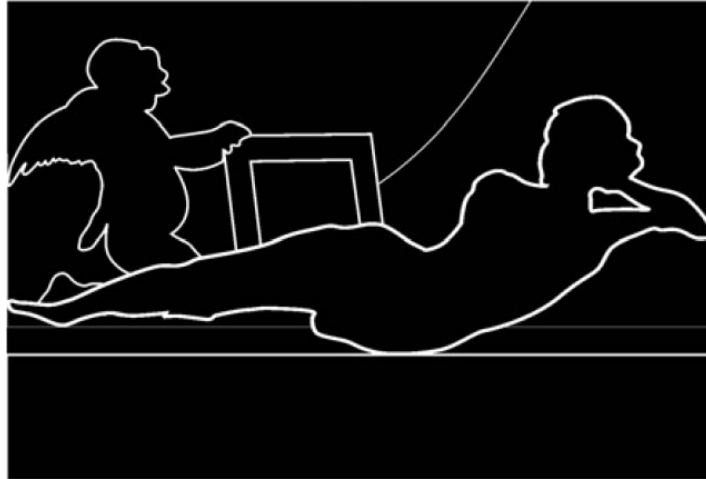
Si ahora geometrizamos los elementos del fondo podremos quedarnos sólo con el esquema de la composición:



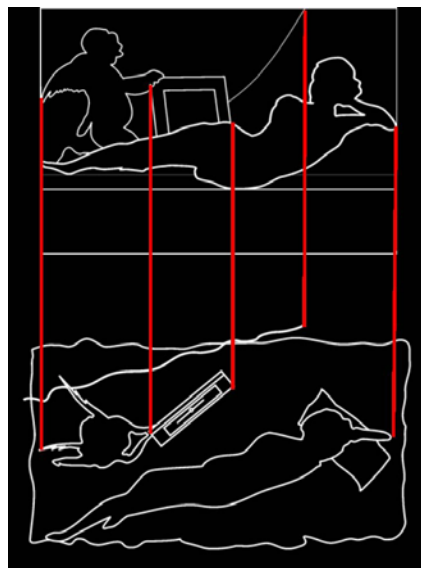
Observando éste, sin otros elementos distractores, podemos ver que la posición del observador de la escena representada en el cuadro es de pie, a una cierta distancia del lecho en el que yace la Venus. Velázquez, parece pintar lo que ve delante de sus ojos: una cama sobre la que está tumbada la Venus en di-agonal. Por eso, el rectángulo de la cama presenta uno de sus vértices en primer plano. La mirada del espectador se dirige, para contemplar la escena hacia abajo. Para hacernos una idea más exacta de la distribución de los elementos en la escena, podemos variar la dirección de la mirada y bajar el punto de vista, hasta que la mirada se dirija perpendicularmente al plano que contiene al cuadro. El resultado sería aproximadamente el siguiente:



Es decir, si mantenemos fija la silueta de la Venus, al bajar nuestro punto de vista, bajarán con él Cupido y el espejo, mientras que el lateral del lecho, situado por delante del plano que contiene la silueta de la Venus, ascenderá y se transformará en un rectángulo. Lo que contemplamos en este momento es el alzado de la escena, considerada ésta como una caja tridimensional. Si sustituimos los contornos por trazos tendremos una idea más esquemática de este alzado:

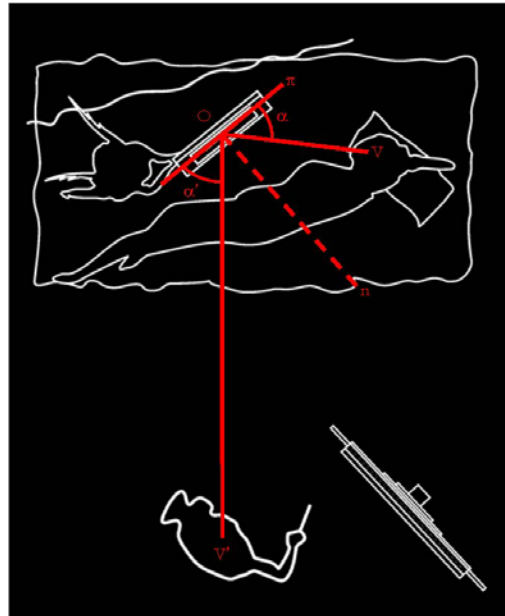


Este es el alzado aproximado de la escena representada con todos sus elementos. Partiendo de este alzado, no resulta difícil reconstruir la planta:



La línea externa representa el lecho con la sábana de seda; la línea ondulada la cortina roja; en el centro se sitúa ahora el espejo, ligeramente inclinado hacia atrás. Quedémonos con la planta. Si señalamos en ella el plano del espejo π , y trazamos la visual que parte de los ojos de Venus, en el punto V , y que incide en O , centro del espejo, teniendo en cuenta que el ángulo α , de incidencia de esta visual, a de ser igual al de reflexión α' , veremos que la Venus no se mira a sí misma en el espejo, lo que la Venus ve es Velázquez pintándola. Nuestra Venus no es una Venus narcisista, sino una Venus cómplice, que con su mirada contempla, sonriente, al pintor que la mira y que, a su vez, ve su rostro reflejado en el espejo. Pero ahora Velázquez no está ante la escena contemplando a la Venus. Somos nosotros, espectadores del cuadro, quienes miramos la escena en él representada. La Venus, por

tanto, nos mira a nosotros, y somos nosotros los que intercambiamos esa mirada cómplice con la Venus. La genialidad de Velázquez al situar así el espejo, es doble: nos permite ver el rostro de la Venus de espaldas a nosotros y, de manera recíproca, situándonos en el lugar que él ocupaba al pintar el cuadro, permite que la Venus nos vea, que, de alguna manera, nosotros mismos nos incorporemos a la escena a través de la mirada de Venus.



II. Autorretrato o Retrato de Gastón de Foix, de Giovanni Girolamo Savoldo

El segundo de los cuadros que vamos a *mirar y ver* es mucho menos conocido. Se trata de un retrato hecho por Giovanni Girolamo Savoldo, pintor italiano del Renacimiento. La crítica se encuentra dividida en cuanto a quién es el representado en el cuadro. Para algunos se trata de un retrato de Gaston de Foix (1489-1512), militar francés en las guerras del Milanesado. Para otros, sin embargo, se trata de un autorretrato. Veremos cómo, mirando el cuadro con ojos matemáticos, podemos reforzar, de manera bastante clara la hipótesis del autorretrato.

Pero antes de empezar, haremos una pequeña digresión sobre el personaje de Gaston de Foix que indirectamente, tiene que ver con la historia de las Matemáticas. A principios del siglo XVI, en 1512, las tropas francesas, capitaneadas por Gaston de Foix, sitiaban la ciudad italiana de Brescia. Brescia, que había formado parte de las posesiones de los Visconti, señores de Milán, pasó en 1428 a depender de la República Serenísima de Venecia. No obstante, durante el periodo 1509-1513 estuvo en manos de los franceses. Fue éste un periodo muy convulso, con insurrecciones y asedios. Un niño de doce años llamado Niccolò Fontana refugiado en la iglesia de Santa María resultó herido durante un saqueo de la ciudad por las tropas francesas de Gastón de Foix. El joven Niccolò recibió cinco heridas en la cabeza. Una de ellas le perforó la traquea y le dañó las cuerdas vocales hasta tal punto, que nunca volvió a poder hablar con normalidad. La herida le produjo una cierta tartamudez e hizo que le empezaran a llamar *Tartaglia*, es decir el “tartamudo”, el “tartaja”. Probablemente la intención de quienes inventaron para él este apodo era despectiva, pero Niccolò Fontana debió soportarlo durante tanto tiempo, que terminó por asumirlo y, haciéndolo suyo, lo utilizó en lugar de su apellido. Sus libros, de acuerdo con la costumbre

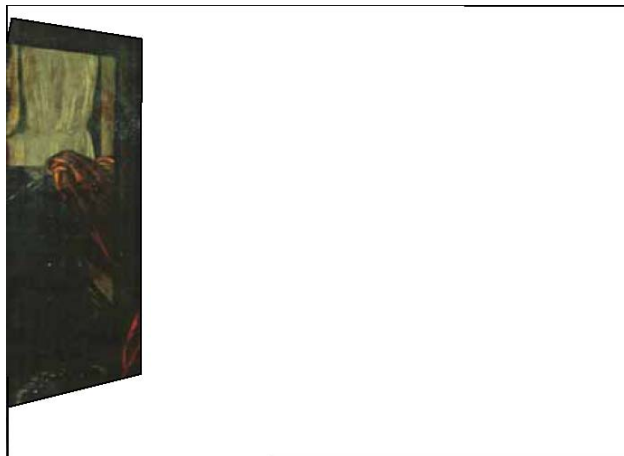
de la época, aparecían firmados en latín por Nicolaus Tartalea Brixensis, es decir Nicolás el Tartaja de Brescia. Unos años más tarde, trasladado a Venecia, Niccolò Tartaglia se convertiría en el famoso matemático que descubrió cómo resolver la ecuación de tercer grado.

Pero volvamos a nuestro cuadro.



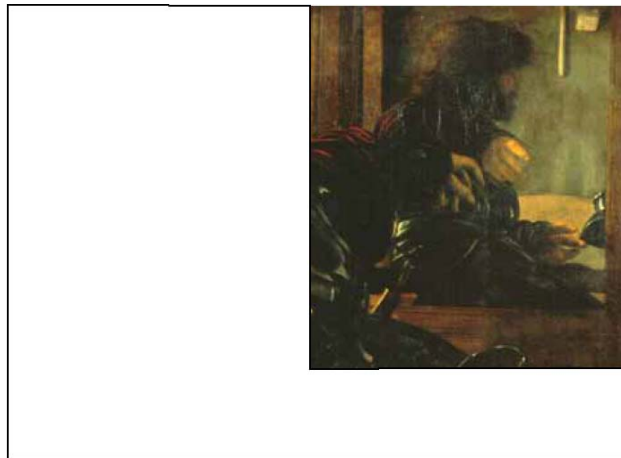
En él observamos a un personaje que apoya su brazo derecho sobre una mesa. Al mismo tiempo alza la otra en un extraño gesto. Tras él, a su espalda hay un espejo en que ésta se refleja. A su izquierda, otro gran espejo, ocupa el fondo del espacio escénico. El personaje, ataviado con el peto de una armadura bruñida, mira de frente al espectador. En el primer plano, la parte de la armadura que sirve para cubrir los hombros y la espalda está apoyada en la mesa. En ella se refleja anamórficamente la mano derecha de nuestro personaje y la ventana, situada fuera del espacio escénico, a la espalda del observador detrás y la izquierda, iluminando todo la escena.

También aquí pretendemos estudiar lo que sucede analizando para ello la planta, el alzado y el perfil de la “caja” en la circunscribiremos la escena. En este caso, los dos espejos presentes en la composición nos servirán de gran ayuda. En el que se encuentra a la espalda de nuestro personaje podemos ver el perfil:

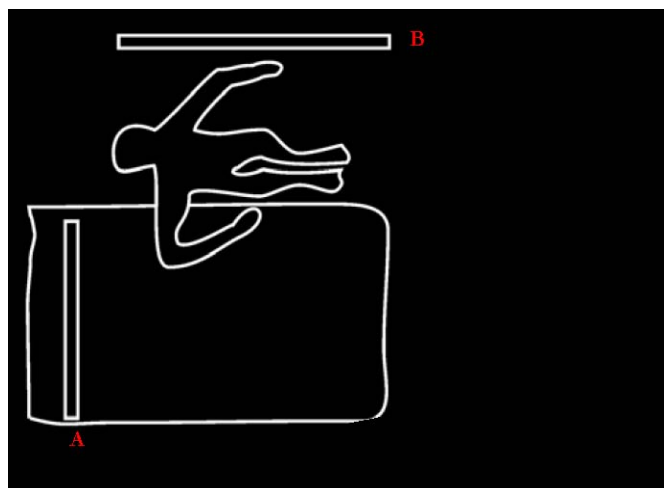


El espejo que se sitúa al fondo de la escena, y paralelo prácticamente al plano del dibujo nos sirve para poder hacernos una idea del alzado. De hecho, si prestamos atención,

veremos que los dos espejos, junto con el plano de la mesa constituyen un triedro trirrectángulo y que, al reflejarse en ellos la escena, resultaría fácil poder atribuir coordenadas cartesianas a cualquier punto de la misma.

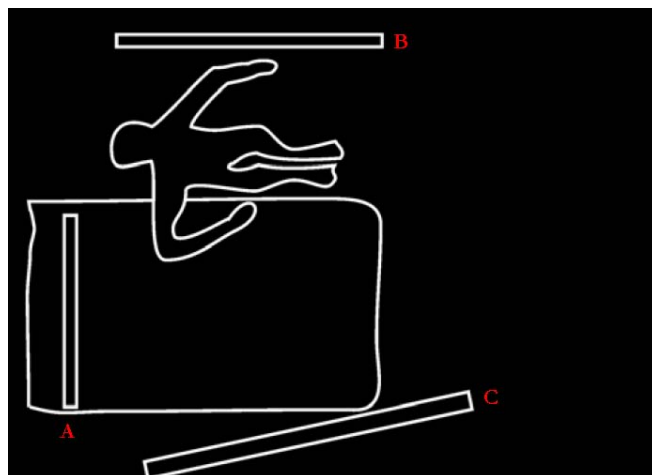


A través del análisis de las reflexiones en los espejos, no resulta difícil reconstruir la planta que podemos imaginar aproximadamente así:

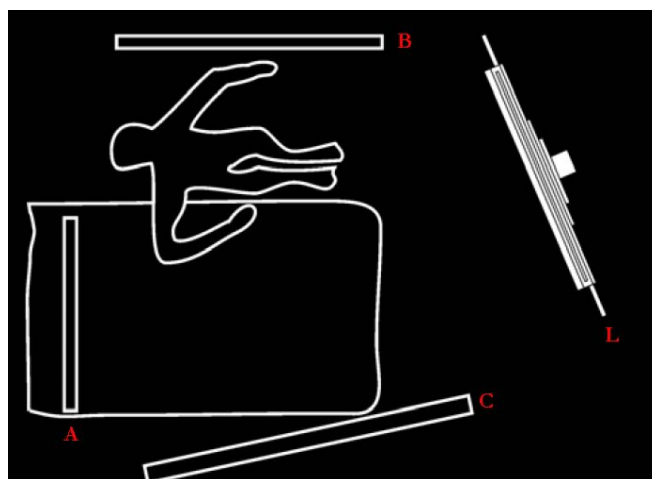


En ella vemos el espejo A , situado detrás del personaje, y el espejo B , a su izquierda. El sujeto se encuentra probablemente sentado en un taburete, ya que en el cuadro no vemos el respaldo de ninguna silla. El rectángulo es la mesa, sobre la que se apoya el espejo A y el brazo derecho de nuestro personaje.

Supongamos ahora que el cuadro se trata de un autorretrato, que es la tesis que trataremos de verificar. Si así fuera sería necesaria la presencia de un tercer espejo, en el que el pintor se mira. Ese tercer espejo no podría ser paralelo al del fondo (en alto en la planta) ya que en él ha de verse reflejado todo lo que se aprecia en el cuadro, luego debería estar situado de forma oblicua. Aproximadamente así:



En ese tercer espejo *C*, si el cuadro es un autorretrato, se vería reflejado Savoldo, y de hecho todo lo que en el cuadro aparece sería lo que ve Savoldo al mirar y mirarse en ese espejo. Podemos completar la escena situando en ella el lienzo en el que Savoldo pinta lo que ve reflejado en el espejo y que quedaría aproximadamente situado como en la siguiente figura:



Hemos conseguido completar la escena, situando en ella incluso elementos que, necesarios para justificarla, no aparecen en el espacio escénico como tal: El lienzo *L* y un tercer espejo *C*. Todo parece encajar con nuestra hipótesis, pero eso no basta por sí mismo para poder considerarla plausible. Dos consideraciones contribuirán a reafirmarla.

La primera es la postura del personaje retratado. Su mano izquierda, como hemos señalado aparece extrañamente alzada, quizás por la necesidad de equilibrar el cuerpo que se apoya sobre el otro brazo en la mesa, pero, que a su vez, esta un poco inclinado hacia atrás. La mano alzada serviría, por tanto, de contrapeso para equilibrar el cuerpo del personaje e impedir que caiga hacia atrás al desplazar su centro de gravedad con respecto al taburete invisible.

La segunda esta relacionada con la coherencia del movimiento del conjunto. Imaginemos la escena en el momento en que se produce: Savoldo está haciendo su autorretrato sentado en un taburete e inclinado hacia delante para alcanzar el plano del lienzo con sus pinceles. Sin mover el taburete deja el pincel que sostenía en la mano y se echa hacia atrás para volver a

contemplar en el espejo *C* a sí mismo y cuanto le rodea. Al echarse hacia atrás alza, para equilibrarse, la mano que ha sujetado el pincel hasta hace un momento. En ese instante mira y memoriza lo que ve para seguir pintándolo.

La hipótesis de que se trate de un autorretrato resulta así plenamente coherente y convincente, aunque nuestro razonamiento no sea una demostración matemática.

Parece que hemos terminado el proceso y que hemos cerrado el círculo de su interpretación. Pero no, algo falla. Si la mano de Savoldo que sujeta el pincel, es la que alza para equilibrarse, Savoldo debiera ser zurdo. Pero Savoldo era diestro. ¿Cómo puede aparecer una mano izquierda como derecha? Obviamente, reflejándola en un espejo. Y este espejo no es otro que el que hemos denominado *C*, el que no se ve en el cuadro, aquel en el que se mira Savoldo.

¿Qué ve Savoldo cuando se echa hacia atrás y se mira en el espejo? Lo que ve es lo que se representa en el cuadro. Es decir esto:

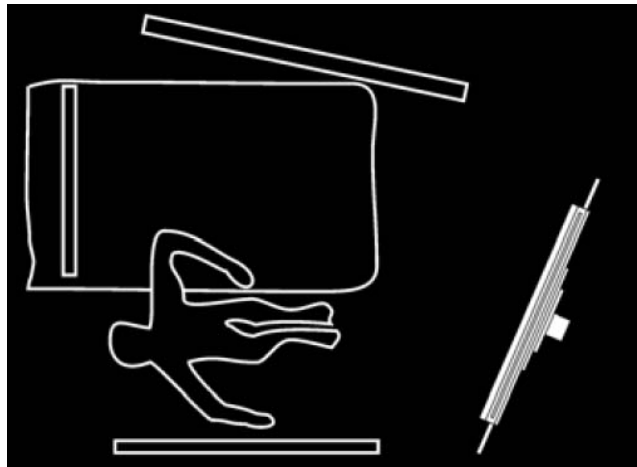


Pero, ¿qué vería un espectador situado en la posición en la posición de ese espejo *C* que mirara la escena? Lo que vería sería la escena real. Lo que ve Savoldo es la imagen de esa realidad reflejada en el espejo. Luego la escena real deberá ser la imagen especular de lo que vemos en el cuadro:



La mano alzada por el retratado es ahora la derecha, que acaba de dejar el pincel. La planta autentica, no es ya la que antes hemos analizado, ya que lo que analizamos era lo que había

al otro lado del espejo. Corregida, la nueva planta debería ser así:



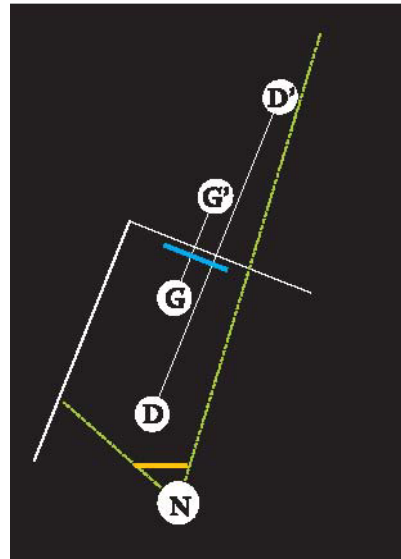
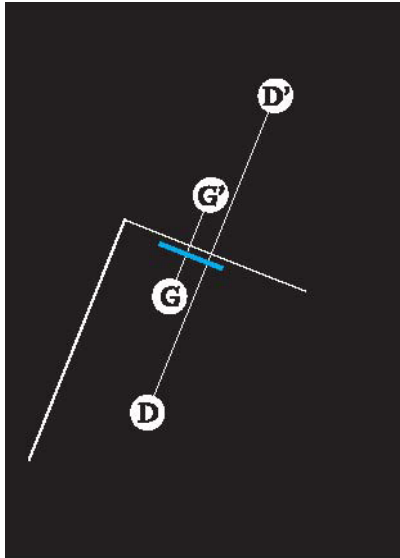
La hipótesis de que se trate de un autorretrato se convierte en plausible y resulta tras nuestro razonamiento altamente persuasiva.

III. *Dalí de espaldas que pinta a Gala de espaldas (1973). Salvador Dalí*

Para el tercer cuadro daremos un salto en el espacio y en el tiempo, para situarnos en el siglo XX.



Se trata de un cuadro de pequeño formato pintado por Salvador Dalí (1904-1989). Llama la atención su forma cuadrada. En él aparece en primer plano el propio Dalí, de espaldas, sentado en una silla, delante de un lienzo. Esta obra es un retrato, que es a la vez autorretrato y resulta de algún modo recurrente y hasta autorreferente: el lienzo que pinta Dalí en este cuadro es, sin duda, el mismo cuadro que nosotros contemplamos. La pintura en la pintura como cuando un espejo refleja la imagen que refleja otro enfrente a él, haciéndola múltiple e infinita. De espaldas a Dalí, Gala, sentada en otra silla se mira en el espejo. Dalí se inclina ligeramente para que el lienzo que pinta no le impida ver a Gala, de espaldas, y a Gala, de frente, reflejada en el espejo. Al hacerlo, también él se ve reflejado.



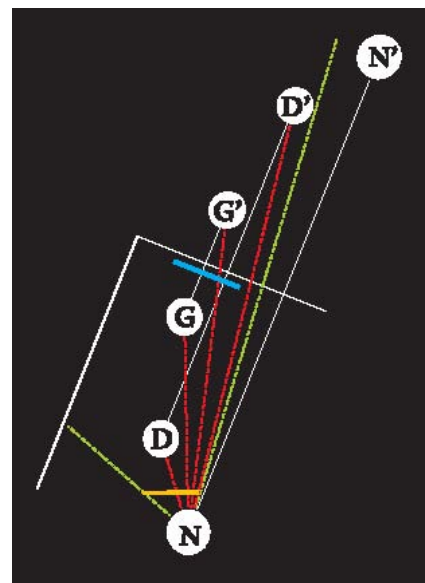
Un simple esquema nos ayudará a comprender mejor la escena. En el primero vemos el rincón de la habitación, el espejo, representado por la línea azul, y las posiciones en ese espacio de Dalí (D) y Gala (G) y sus correspondientes proyecciones (D' y G'). La pared, el espejo, Gala, el cuadro que pinta Dalí y Dalí se encuentran sobre planos paralelos, que se extienden desde el fondo de lo representado hacia el primer plano. Al otro lado del espejo se reproducen esos mismos planos, virtualmente y en sentido contrario.

Hay otro plano más, paralelo a todos los anteriores y es el que ocupamos nosotros como espectadores del cuadro, de la escena en él representada. Esta disposición en profundidad de los objetos y las personas ayuda de algún modo a que nos sintamos integrados en el cuadro, idea reforzada por la doble presencia de Dalí, en el exterior del cuadro, porque lo pinta, y en el interior, porque él también aparece dentro del cuadro.

Si nos fijamos bien, notaremos que todos esos planos no son paralelos al plano del lienzo que miramos, representado por la línea amarilla en nuestras figuras.

Si imaginamos el lienzo como una ventana, desde nuestra posición (N) alcanzamos a ver a través de ella lo que abarcan las líneas verdes. Vemos (líneas rojas) a Gala de espaldas, a Dalí de espaldas pintando a Gala y los reflejos de ambos en el espejo.

Casi dan ganas de movernos un poco hacia nuestra izquierda, para ver cómo aparecemos reflejados, detrás de Dalí, en el espejo. Pero nuestro ángulo de visión nos lo impide. La genialidad de Dalí nos integra en el cuadro, pero, de manera coherente, nos impide vernos reflejados en el espejo.



IV. Otros espejos otras reflexiones

Mirar el Arte con ojos matemáticos, es una tarea interesante que puede resultar rica y fecunda de ideas. Los espejos, muy frecuentes en la pintura de todos los tiempos, han sido el objeto de mi intervención. Pero el campo susceptible de ser estudiado en la dirección que apuntamos es mucho más amplio. Incluiremos algunas obras más que contienen espejos:



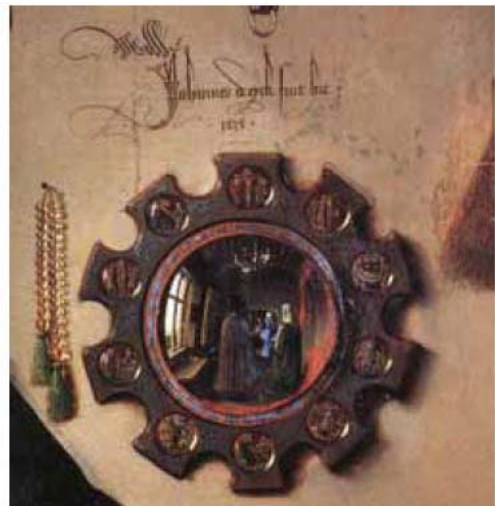
Esta *Venus ante el espejo* (1555) es de Tiziano. Nuevamente un espejo, un cupido que lo sujeta y la Venus que se mira en él. Un juego de desnudez y pudor, con la mano que tapa un pecho, marcan el carácter de esta Venus. El único ojo, que vemos reflejado, claramente mira de frente, nos mira.



Esta nueva *Venus* es de Rubens. Nuevamente, en esencia los mismos elementos compositivos y una nueva mirada de Venus que nos mira.



En *El matrimonio Arnolfini* de Van Eyck, el espejo mete dentro de la escena, a través de su reflejo, objetos que están fuera. Vemos así al propio Van Eyck, pintando el cuadro, (nuevamente un autorretrato escondido). Mirando atentamente incluso podemos llegar a descubrir un cuarto personaje misterioso, detrás de Van Eyck, sobre el que se ha especulado mucho. El espejo en esta ocasión es esférico, por lo que la realidad reflejada aparece distorsionada de manera anamórfica. Las líneas rectas se curvan y un pequeño universo alternativo se genera al otro lado del espejo.



También es esférico el espejo en el que el Parmegianino realiza este *Autorretrato* (c. 1523). Mientras las líneas del techo y la ventana lateral aparecen curvadas y claramente deformadas, al igual que la mano, en primer plano, el rostro, que ocupa la parte central del reflejo sólo queda parcialmente deformado, alargándose un poco la nariz y redondeando el óvalo del rostro, como efecto del reflejo en la superficie esférica.



Los reflejos en superficies no planas ofrecen muchas posibilidades a la creación. Obsérvense si no estas fotografías de algunos de los ganadores del Trofeo Roland Garros de los últimos años. Albert Costa (2002) abraza la copa. Sobre la superficie de ésta vemos la red, que sirve de barrera para que los espectadores y los periodistas, no invadan la mitad de la cancha en la que tiene lugar la ceremonia de proclamación del vencedor.

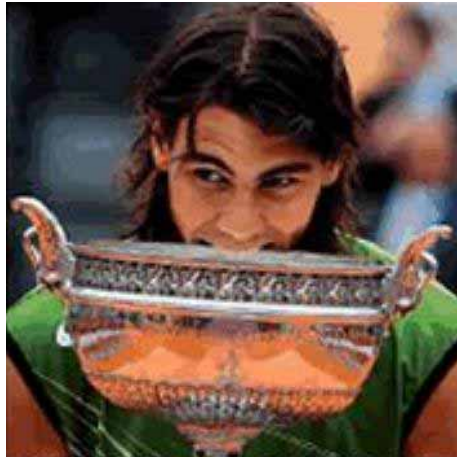


Juan Carlos Ferrero, en el 2003, prefiere besarla, de espaldas a esa misma red de la pista central que retiene a los cámaras que le fotografían. Su propio rostro se refleja, deformado, trasformando el beso dado a la copa en un beso en sus propios labios.



Roland Garros 2005, apenas hace unas semanas. En esta ocasión el ganador es Rafael

Nadal. La misma pista que en años anteriores acoge a un nuevo ganador. En esta ocasión el tenista muerde la copa en la que se refleja la pista en la acaba de vencer a su rival.



V. Para terminar

Soy consciente de que me dirijo a profesores y por ello, permítaseme que haga para terminar algunas reflexiones vinculadas con lo que he tratado de contar a lo largo de mi intervención y la enseñanza de las matemáticas. Hagamos de los espejos objetos de nuestra reflexión. Valgámonos de ellos en nuestra tarea. Pero no para mirarnos a nosotros mismos o a la propia matemática. Al contrario, usémoslos para reflejar la realidad; para ayudarnos a reflexionar sobre ella; para, como hacen Velázquez y Dalí, incluir al espectador –nuestros alumnos– en la escena de lo que ve.

Intentemos con ellos...



Muchas gracias.