



*Federación Española de Sociedades de
Profesores de Matemáticas*



*Sociedad Castellano Manchega
de Profesores de Matemáticas*

ACTAS DEL CONGRESO DE MATEMÁTICAS XII JAEM

NÚCLEO 5

“MATEMÁTICAS BÁSICAS ¿QUÉ ES ESO? ¿QUÉ MATEMÁTICAS SE NECESITAN PARA LOS PROFESIONALES? CURRÍCULUM”

PONENCIAS

D. Rafael Pérez Gómez

“MATEMÁTICAS PARA LA SOCIEDAD DEL CONOCIMIENTO” _____275

D. Antonio Marín del Moral

***“MIRADA A LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE SECUNDARIA
DESDE LAS COMPETENCIAS PROFESIONALES” _____291***

D. Joan Gómez i Urgellés

“MATEMÁTICAS Y PROFESIONES: UNA RELACIÓN NECESARIA” _____293

MATEMÁTICAS PARA LA SOCIEDAD DEL CONOCIMIENTO

Rafael Pérez Gómez
Universidad de Granada

Con este texto pretendo hacer lo deberes que el Comité de Programas de las XII J.A.E.M. me puso y que aprovecho para agradecer que lo hiciera. Creo que, a mi edad, y después de lo mucho que llevo batallado en la Educación, no soy tan ingenuo como para decir que Matemáticas han de estar presentes en vuestras aulas. Es más, no creo que haya nadie que cometa tal insensatez. Sólo voy a repasar las razones por las cuales las Matemáticas han formado parte de los currículos escolares de las sociedades desarrolladas de todos los tiempos, con la intención de que reflexionemos acerca de su actual vigencia. También sacaré viejos temas pendientes con la intención de que, a base de repetir y ser machacón, alguien pueda retomarlos.

También quiero advertir de que lo que sigue no es un mensaje vitalista, lleno de fuerza y optimismo, sino el fruto de una apesadumbrada visión de los años transcurridos en los que tantos esfuerzos hemos gastado y con tan poca rentabilidad social; sin embargo, no pongo en duda la necesidad de seguir haciéndolos con el mayor entusiasmo, sacando lo mejor de cada uno de nosotros, porque la causa vale la pena: contribuir a la formación de ciudadanos y ciudadanas libres, fruto de un desarrollo racional y emocional armonioso, equilibrado, y empapados con los valores propios de una sociedad que dice ser, ni más ni menos, que la del Conocimiento. Todo un privilegio.

El quintivium

Tradicionalmente, la enseñanza se ha establecido alrededor del conocimiento de las Ciencias y las Letras.

Esta división es la misma que establecieron los griegos y romanos, con origen hace 2500 años, y que ellos denominaban *trivium* y *quadrivium*.

El *trivium* incluía gramática, retórica (literatura y poesía) y dialéctica (básicamente, lógica aristotélica).

El *quadrivium*: aritmética (básicamente de origen indio y árabe), geometría (la de egipcios y griegos), astronomía (que se ocupaba de objetos móviles y permanentes) y música (que se ocupaba de fenómenos móviles pasajeros).

Los romanos las denominaron las “siete artes liberales” en las que había que instruir a los hombres libres.

Con el paso del tiempo, el *trivium* se ha convertido en Lenguas y Humanidades y el *quadrivium* en Matemáticas y Ciencias. Y con la evolución de las sociedades surgen nuevas voces recordando nuevas exigencias.

«En la sociedad moderna, la necesidad apremiante de desarrollar una ciudadanía que esté formada matemática, científica y tecnológicamente es muy similar a los antiguos argumentos para el logro de niveles básicos de competencia de lectura y escritura en los adultos»

Krugly-Smolska, Proyecto P.I.S.A. 2000

El hecho de la diversificación del conocimiento científico unido al de la aparición y desarrollo vertiginoso de las tecnologías hace que debamos introducir cambios radicales en la Educación.



**Pintura de Laurent de la Hyre (1649-1650)
alusiva a una de las Artes Liberales, la Geometría.**

Pero no sólo se forman personas desde las Matemáticas, Ciencias y Tecnología. La formación de una persona es mucho más compleja. Mi apuesta es que la Educación para la Sociedad del Conocimiento debe guiarse por de los siguientes ejes:

- 1 Lenguas: para poder establecer la comunicación entre iguales.
- 2 Humanidades: para entender y civilizar a la persona.
- 3 Artes: para cultivar la reflexión y educar las emociones.
- 4 Filosofía y las Matemáticas: para pensar mejor y ser herramientas básicas del conocimiento.
- 5 Ciencias Sociales: para vivir en sociedad.
- 6 Ciencias Experimentales: para entender el Universo, a nivel microscópico y macroscópico.
- 7 Ingenierías y Tecnologías: para extender el poder y capacidad de nuestro cuerpo en el dominio y adaptación de la Naturaleza.

Estas siete nuevas “artes liberales” son en las que debieran ser educados los hombres y las mujeres libres del siglo XXI y determinarían lo que creo debe llamarse **quintivium**, no por ser cinco sino porque, recogiendo el conocimiento actual, engloban al *trivium* y *cuadrivium* dando un paso más hacia delante.

¿Debemos enseñar las Matemáticas que hay en cada uno de los ejes anteriores?

Para decidir qué enseñar se deben tener en cuenta, al menos, tres lógicas diferentes: la científica, la psicológica y la social. Lo cual, traducido al lenguaje actual, da lugar a un currículo basado en **competencias**, entendiendo que se consigue una competencia si se tiene la capacidad de aplicar un conocimiento aprendido –que se basa en el aprendizaje de contenidos (fijados desde la lógica científica), procedimientos (marcados por la lógica psicológica) y valores (establecidos por la lógica social), concreciones de cada una de las tres lógicas antes mencionadas en cada uno de los ejes del currículo- en situaciones concretas.

Si de educar desde las Matemáticas se trata, una lista de grandes competencias a desarrollar en nuestro alumnado podría ser la siguiente:

- Resolución de problemas basada en el uso de heurísticos, procedimientos y métodos.
- Desarrollo del pensamiento avanzado (cuantificar, relacionar, ordenar, clasificar,...).
- Creación de modelos matemáticos con los que explicar o predecir la realidad.
- Representación de conceptos abstractos o de la información existente.
- Desarrollo de los razonamientos convergente y divergente o creativo.
- Uso de instrumentos de todo tipo con especial hincapié en los propios de las TIC.
- Formalización de conceptos.
- Comunicación mediante el uso de códigos compartidos en el lenguaje de común del conocimiento, el lenguaje simbólico.

LA LÓGICA CIENTÍFICA

Desde el punto de vista científico, los contenidos deberían contemplar el desarrollo actual de las Ciencias, de forma que se produjese una alfabetización de la sociedad en, al menos, los siguientes temas:

El pensamiento científico
Las ciencias a través de la Historia

El mundo físico

La vida

Los organismos

Las ciencias en lo cotidiano.

El llamado mundo de Leonardo (biotecnología, tecnociencia médica, ingeniería genética animal y vegetal, la sociedad de la información, la inteligencia artificial, la realidad virtual, las nuevas formas de energía, los transportes, los materiales, la arquitectura y la ingeniería civil y sus procesos constructivos).

¿Qué Matemáticas hay en cada uno de ellos?

Conviene tener presente que el lenguaje de las Ciencias es el de las Matemáticas y que, anteriormente, consideraba como una competencia las Matemáticas como comunicación. Alguien puede estar pensando en que como en Física se utilizan, por ejemplo, derivadas pues hay que empezar a enseñar funciones, etc., etc.; que como en las ciencias de la vida se usan probabilidades, pues habrá que empezar a enseñar la regla de Laplace; y así, volvemos a lo de siempre: Matemáticas que se aplicarán alguna vez. Es evidente que no se trata de incorporar todas las Matemáticas que necesitan las demás Ciencias porque, sencillamente, sería, además de imposible, inadecuado. No. La pregunta es otra: ¿qué competencias queremos desarrollar desde las Matemáticas y que, de paso, permitan alfabetizar en lo esencial de los temas científicos señalados? Desde esta óptica, no se trata de enseñar derivadas o probabilidades, por seguir con el ejemplo citado anteriormente, sino de aprender un lenguaje con el que modelizar situaciones, haciendo la correspondiente transposición didáctica tanto de la realidad como del conocimiento científico necesario.

Pero, además, las Matemáticas, en sí mismas, tienen su propia lógica científica fruto de siglos de desarrollo. Esta lógica es la única que normalmente se ha tenido en cuenta a la hora de organizar sus enseñanzas.

LA LÓGICA PSICOLÓGICA

“En el momento actual se sabe que su incidencia en el desarrollo de la capacidad de razonamiento de una persona depende del modo en que se enseñen.”

Cockcroft, **Las Matemáticas sí cuentan**, MEC 1985.

Han pasado muchos años desde que se publicara el “informe Cockcroft” y aún no ha sido asumido por la mayoría del profesorado de Matemáticas. Desde hace también mucho tiempo venimos insistiendo en que los procesos de aprendizaje son tan importantes como sus productos. Cómo aprendemos y qué aprendemos son dos aspectos completamente diferentes. La lógica psicológica debe estar siempre presente y desde diferentes escuelas de investigación didáctica hay estudios al respecto. En el momento actual, ocupan un lugar destacado las teorías sobre la necesidad de ofrecer una enseñanza basada en procesos de aprendizaje tendentes a la construcción de los conocimientos que han de aprenderse. Personalmente me incliné hace mucho tiempo por el modelo Van Hiele, que se basa en niveles de competencia frente a tareas concretas, independientes de edades, y en fases de actuación en clase para pasar de un nivel al siguiente que permiten hacer un seguimiento de los procesos individuales de aprendizaje. Independientemente de esto, hay dos aspectos más a tener en cuenta desde la lógica psicológica. El primero está relacionado con la motivación de quienes han de

aprender. ¿Cómo ganar la atención de la clase? Sin conseguirla es inútil todo lo dicho sobre procesos y contenidos.

Hay una serie de estrategias que, de forma más o menos consciente, todos utilizamos para captar el interés del alumnado. Las más son las cinco que siguen.

1. Busca la complicidad de tus alumnos y alumnas

Las actividades que propongamos en clase de Matemáticas deben ser atractivas, tener vida, de forma que puedas buscar la complicidad de tus estudiantes para su realización.

En clase de Matemáticas debemos sacar temas de interés. No podemos seguir diciendo aquellos de “más adelante te servirá” y menos aún cuando probablemente no se cierto. Por ejemplo, ¿a quien sirve la Regla de Ruffini? Hemos de reflexionar sobre aquellos contenidos que se aprendían a falta de herramientas tecnológicas con las que resolver los problemas. Creo que a estas alturas no se le ocurre a nadie sacar las tablas de logaritmos porque son estupendas para aprender Matemáticas. Pues, eso mismo vale con muchísimas cosas: algoritmos de cálculo de la raíz cuadrada, Ruffini, descomposición en fracciones simples, etc.

Enseñar Matemáticas no es enseñar destrezas de cálculo:

La función principal de las Matemáticas no es organizar cifras en fórmulas y hacer cálculos endiablados.

Nos educan en una determinada forma de pensar y de hacer preguntas que sin duda extraña a muchos, pero que está abierta a casi todos.

John Allen Paulos, **Un matemático lee el periódico**, Ed. Círculo de Lectores, 2001.

Por ejemplo, no cabe la menor duda de que es en clase de Matemáticas donde deben estudiarse figuras como cuadriláteros o paralelepípedos, con toda suerte de propiedades y clasificaciones posteriores. Y, sin embargo, pasa desapercibido el estudio de la principal de todas: la figura humana. ¡Donde se ponga nuestro cuerpo que se quite el mejor icosidodecaedro! Hagamos una incursión en el mundo de la moda, de la arquitectura y de la decoración ¿Cómo y en qué contexto podemos introducirnos en él? Si estamos trabajando en 1º de la E.S.O., las fracciones y los números irracionales han de ser objeto de nuestra atención. Los diferentes usos de una fracción y, especialmente, el uso de una fracción como operador han de ser objeto de estudio.

¿Sabéis quién es la persona que calza el mayo número de zapato en el mundo? Se trata de Matteiw Mc Grory, ciudadano estadounidense de Pensilvania: ¡calza un 63!

¿Sabíais que la persona más pequeña del mundo es Gul Mohammed, de la India? El 19 de julio de 1990 fue examinado en el Ram Manohar Hospital de Nueva Delhi, la India, y entonces medía 57 cm (22,5 pulgadas).

Estos datos son del año 1998. En un periódico alguien, con poco respeto hacia los demás, escribió que *hubiera sido interesante y divertido ver a Gul dentro del zapato de Matthew...*

Os propongo que pensemos si tal deseo se corresponde con la realidad o, una vez más, es una mala reflexión de alguien de la que se hace eco la prensa escrita.

Veamos. Tenemos un número de calzado, un 63. Para obtener la medida en centímetros del pie que le corresponde, sólo hay que multiplicar por la fracción $2/3$: $63 \times 2/3 = 126/3 = 42$ cm. Conclusión: además de no ser divertido ver a nadie dentro del zapato de nadie, en este caso no podría ser. Se necesitaría un zapato del 89 para superar los 57 cm: $89 \times 2/3 = 178/3 = 59.3333333333... \text{ cm}$.

Sabes qué número de zapato calzas y, desde ahora, sin necesidad de medirte el pie, puedes saber, aproximadamente, su longitud en centímetros.

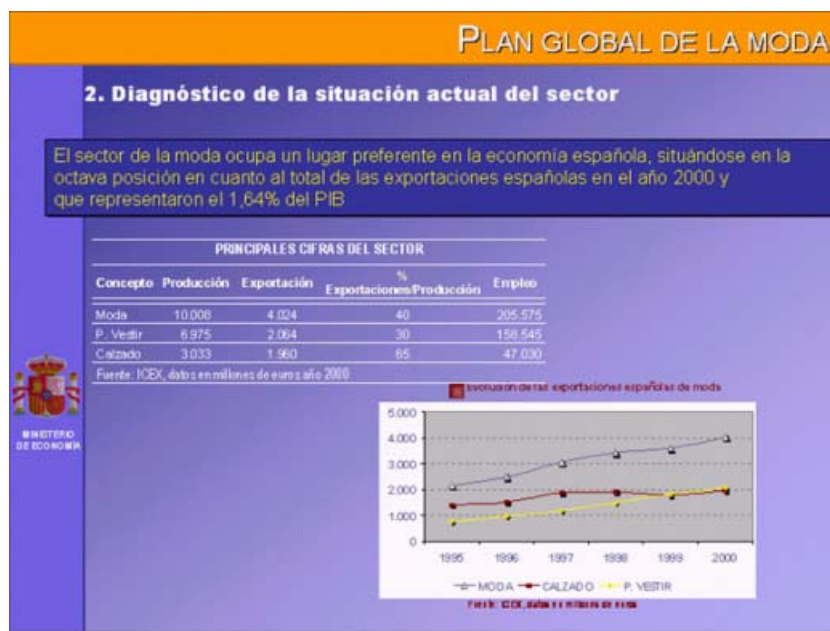
¿Qué otras aplicaciones tendrá la fracción $2/3$?

Evidentemente, a la medida del pie pueden seguir otras y dar lugar a una investigación de gran interés: el tallaje de la ropa.

2. Sorpréndelos

Es esta mi segunda estrategia de motivación. Finalizada una actividad interesante, ha de seguirle otra sorprendente que la refuerce y amplíe.

¿Qué se deduce de esta diapositiva sacada de una presentación en PowerPoint hecha por el Ministerio de Economía en el año 2000?



Sin pensar demasiado, lo primero que viene a nuestra mente es que la moda es un sector de actividad económica de gran interés para nuestro país. Además de dar pie a la interpretación de gráficas, desde el punto de vista educativo podemos insistir en temas como la anorexia o la vigorexia y, de camino, continuar haciendo fracciones en sus diferentes representaciones. Así, la propuesta sería calcular el índice de masa corporal de cada estudiante.

EXPLORACIÓN FÍSICA Y MEDIDAS ANTROPOMÉTRICAS

Encaminada a establecer la proporción de los diferentes componentes del organismo (grasa, músculo, agua), los cambios producidos en el tiempo.

Además de realizar una exploración física habitual (peso, talla, auscultación, fuerza muscular, etc.) es muy importante la exploración de piel y faneras (uñas y pelo), y mucosas, que pueden acompañar a determinadas patologías por déficit o exceso de nutrientes.

a) Peso, talla
 Son las medidas más fáciles de realizar, y básicas para la realización de fórmulas más completas para la valoración del estado nutricional de un individuo.
 El peso se debe realizar con el individuo sin ropa, en una báscula estándar ajustada para la medición cada 100 mg; la talla debe realizarse con el individuo erguido, ajustando al milímetro, estando el sujeto sin zapatos.

b) Índice de Masa Corporal (IMC)
 Es la medida de elección y más frecuentemente empleada, y se obtiene según la siguiente fórmula, siendo el peso calculado en kilogramos y la altura en metros:

$$\text{Índice de Masa Corporal (IMC)} = \frac{\text{Peso}}{\text{Altura}^2} \quad (\text{expresado en Kg/m}^2)$$

Es el índice que mejor se correlaciona con la proporción de grasa del individuo adulto. Se han establecido tablas de valores normales para mujeres y varones según su edad.

Su principal inconveniente es que no distingue masa grasa o masa magra (masa no-grasa), y algunos individuos muy musculados pueden ser clasificados como obesos sin serlo.



Este índice permite realizar una clasificación del alumnado según el criterio:

IMC	Estado
20 - 25	Normal
25 - 28	Sobrepeso
Sobre 28	Obeso
Sobre 40	Obeso mórbido
Bajo 20	Delgado

siendo esta una actividad que suministra una situación con muchísimas posibilidades educativas que a nadie escapan.

Pero podemos continuar insistiendo en el uso de fracciones como operadores si abordamos una nueva investigación: la Normalización de Tallas. Es sabido que las tallas de la industria anglosajona son diferentes de las de la española y que si se desea penetrar en aquellos mercados se hace necesario normalizar las tallas de la ropa de forma que se adapten al mayor mercado posible. Para ello, el conocimiento del cuerpo de las personas es fundamental. Desde el estudio antropométrico, basado en que nuestros cuerpos tienen la misma “forma” (matemáticamente diríamos que son semejantes), se sabe de antiguo que, por ejemplo, la cabeza puede aproximarse a la octava parte de la longitud del cuerpo, el palmo tiene igual medida que la cabeza, el antebrazo tiene dos palmos, etc. Pero el mundo del diseño de la ropa se mueve, generalmente, con las llamadas Medidas de identificación y Medidas deducidas. Las primeras, son el perímetro del pecho y de la cintura o de las caderas, si de hombres o mujeres se trata, respectivamente. Las segundas se deducen de estas. Por ejemplo, el perímetro del cuello (que se da en intervalos que aumentan de 1 en 1 cm.) se obtiene: $(1/2)(1/2)\text{pecho}+13$, Ejemplo: Si el perímetro del pecho de una persona es de 114 cm, el de su cuello sería, aproximadamente, de 41.5 cm:

$$(1/2)(1/2)114+13= 41.5 \Rightarrow \text{talla de cuello 41-42.}$$

¿Se trata de un hombre o de una mujer?

De forma parecida se podría calcular el contorno de la sisa, ancho de escote (espalda y delantero), largo de hombro, etc. Interesante estudio el que se intuye, ¿verdad?

Pero el estudio de nuestro cuerpo no tiene que limitarse a números fraccionarios. Desde que le Corbusier creara su *modulor* a partir del arco capaz de 90° y del número de oro, tanto la Arquitectura, en general, como el Interiorismo, en particular, que viene desarrollándose desde el siglo pasado tienen a la persona como medida principal de sus creaciones. De nuevo aparece una fracción como operador para establecer las medidas de los espacios, de los muebles, en cuyo numerador hay un número construible con regla y compás, que actúa sobre la longitud 182,9 cm para establecer las famosas series roja y azul.



La imagen corresponde a una persona de 170 cm de estatura, una mujer, a la que se ha aplicado el estudio de le Corbusier.

¿Se tiene este modelo geométrico en consideración en la industria del mueble español? ¿Merecería la pena investigarlo?



3. Haz que las Matemáticas sean visibles

Para la mayoría de las personas, fuera de la Aritmética y de las formas poligonales básicas, las Matemáticas dejan de existir en sus vidas. Buena parte de culpa la tenemos quienes nos dedicamos a su enseñanza porque no las hacemos visibles. Por ejemplo, se suelen enseñar los números etiquetándolos como naturales, enteros, racionales y reales. Entiendo que, si bien es lo correcto matemáticamente hablando, la necesidad de esta clasificación es del todo innecesaria. Antes bien, creo fundamental hablar de números que van resolviendo problemas y que por eso tienen interés. Desde este punto de vista, no creo que interese hablar del número racional $\frac{2}{3}$ sino de la fracción $\frac{2}{3}$ que puede ser utilizada, como veíamos anteriormente, en el tallaje del calzado. Así mismo, los llamados números reales son útiles, no porque matemáticamente sean el resultado de determinada axiomática (cosa que dista mucho de estos niveles educativos) sino porque dan respuesta a situaciones prácticas. Por ejemplo, ¿qué números se pueden dibujar con regla y compás? Entre ellos están los que se utilizan en la Arquitectura porque se pueden “construir” y provocan determinada armonía en la edificación. La imagen siguiente corresponde con el edificio en el que se ubica la sede central del banco BBVA, en el paseo de la Castellana de Madrid. Lo proyectó el arquitecto Francisco J. Sáenz de Oiza basándose en la $\sqrt{2}$. ¿Es este uno de los números construibles?, ¿qué ventajas aporta?, ¿qué pretendía Sáenz de Oiza al incorporarlo como elemento articulador de su proyecto en cuanto a la división de espacios se refiere?



¿En qué más situaciones de uso cotidiano encontramos a este número “irracional”? Este es un caso de entre los muchísimos que podríamos presentar, pero lo importante es la idea: las Matemáticas están presentes en la actividad diaria y hemos de hacerlas visibles.

4. Da credibilidad a las Matemáticas

Hacer visibles a las Matemáticas ya les da credibilidad porque de ello se deduce, directamente, que son útiles de forma inmediata. Pero, además, hay que darles credibilidad porque son parte fundamental del desarrollo tecnológico actual. En nuestra sociedad se han incorporado con asombrosa rapidez:

- DVD, TV/Radio digitales...
- Móviles, Fotografía digital...
- Cine virtual, domótica...
- Etc.

Las clases de Matemáticas no pueden seguir haciéndose sobre negras pizarras, con el profesor o la profesora escribiendo sobre ellas de espaldas a la clase, en un discurso unidireccional, y aplicando algoritmos de cálculo o de construcciones geométricas propios de tiempos pasados. Incorporemos nuevos recursos para que se aprenda mejor desde la construcción del conocimiento, especialmente los basados en el uso de TIC.

Recursos para el @ula

Cada vez son más los portales educativos a los que podemos conectarnos para trabajar en clase de Matemáticas. Por su especial interés, recomiendo los siguientes:

<http://www.standards.dfes.gov.uk/primary/teachingresources/>

<http://www.edu365.com>

<http://mathworld.wolfram.com/>

<http://www.divulgamat.net>

Personalmente, desde el año 2000, estoy impulsando el proyecto **Matem@ticas**. Se trata de elaborar actividades, tanto para Primaria como para Secundaria, con un innegable carácter docente innovador. Desde nuestra experiencia profesional, hemos de decir que nunca, hasta ahora, habíamos conseguido una interacción mayor entre quien aprende Matemáticas y una pantalla de ordenador y, salvando excepciones, ni tan siquiera es frecuente que la haya en una clase ordinaria ya que el alumnado siente una atracción especial por las TIC que rara vez se provoca por el discurso docente usual. El sistema de estructuración de la aplicación va desde una actividad principal hasta la autoevaluación de los aprendizajes logrados, pasando por ayudas unitarias y la consolidación progresiva de la construcción del conocimiento. El uso de heurísticos, procedimientos y métodos para la resolución de las actividades-problema que se plantean es una constante en todas las propuestas: gráficos animados en flash permiten llevar un enunciado a una situación más amable y fácil de entender, applets con los que se hace posible la experimentación necesaria para elaborar la conjetura –que sin su existencia, nada se puede conseguir de cara al aprendizaje, editores de gráficos para visualizar comportamientos de variables funcionales, hojas de cálculo adaptadas a los ejercicios planteados, calculadoras, etc.

Las actividades para la Enseñanza Primaria, y dada la especificidad de esta etapa educativa, exige un mayor aporte creativo, si cabe, por lo que ésta ha sido la primera exigencia del grupo que ha desarrollado la aplicación. Nada que estuviese, o pudiese estar, en una página de un libro en soporte papel podría ser considerado. Las ventajas de las TIC deben prevalecer en todo momento. Al tratarse de usuarios muy jóvenes, el “movimiento y la voz” han sido incorporados de modo calve. Los personajes tienen vida, se mueven e invitan a la actividad; son creaciones rabiosamente actuales de nuestro equipo de diseño. La navegación por las propuestas es ágil y está pensada para que lo sea en los equipos más modestos y bajo cualquier navegador. Un conjunto de botones en la parte inferior permiten la identificación de su uso por su acertado diseño y facilitan la navegación antes dicha.

Y, cuando menos, ¡permitid la entrada de la calculadora al aula de Matemáticas!

5. Somos animales racionales y sentimentales

Para nuestra vida diaria necesitamos estar dotados de una guía eficaz que nos evite experiencias que puedan ponernos en peligro. Las emociones y los sentimientos sirven a menudo como alarmas frente a estas experiencias y como invitaciones a vivir aquellas otras más convenientes. En el caso de que ante una situación salte la alarma –por ejemplo, *¡no me gusta!*– indicándonos que tal acción no nos conviene, de forma casi inconsciente se deshecha esa posibilidad, con lo que se reduce el número de opciones a considerar racionalmente. Los sentimientos aumentan probablemente la precisión y la eficacia de nuestro razonamiento, mientras que su ausencia las reduce. Aunque debe tenerse en cuenta que cuando los sentimientos prevalecen sobre la razón en la conducta de algunas personas, más que animales racionales (como dijo Aristóteles), habría que considerarles animales sentimentales. Esta es la razón por la que hay que **educar tanto las emociones como los sentimientos**, aunque sin olvidar lo que nos decía Pascal: el corazón tiene razones que la razón no comprende. En nuestro caso, profesores y profesoras de Matemáticas, nos corresponde **provocar sentimientos** favorables hacia las Matemáticas en el alumnado y la primera estrategia para hacerlo consiste en **expresar** los nuestros hacia ellas y que, básicamente, son:

1. Las Matemáticas son bellas.
2. Las Matemáticas son nuestro mejor instrumento para ganar en autoestima.
3. Las Matemáticas nos proporcionan gozo al suministrarnos la herramienta ideal con la que podemos analizar rigurosamente cuanto sucede a nuestro alrededor y dar modelos con los que resolver las diferentes situaciones problemáticas que surjan.
4. Las Matemáticas son el arte de pensar bien.

Las Matemáticas son el mayor homenaje a la inteligencia humana.



Imagen sacada de la web del programa de TVE2 Redes sobre Educación Emocional

Existen toda una serie de habilidades que se pueden aprender también en clase de Matemáticas, basadas en los sentimientos y las emociones: el control de los impulsos; la autoconciencia; la canalización de las emociones; la confianza; el entusiasmo; la

empatía; la persistencia frente a las frustraciones; la práctica de la gratificación prolongada; la motivación de otros ayudándoles a que se desarrollen aprovechando los propios talentos y **consiguiendo su compromiso con respecto a los objetivos e intereses comunes**; etc. Considero que, la Educación en la Sociedad del Conocimiento debe volcarse en estos aspectos dada la gran complejidad que la vida en ella representa.

Desarrollo de la Inteligencia Emocional desde las Matemáticas¹

Todo el mundo sabe que el amor lleva al acercamiento y el rechazo, ya sea por miedo o por incapacidad, a la huida; la alegría anima a mantener la acción y la vergüenza, al aislamiento; etc. Emociones y sentimientos son parte de nuestra existencia, hecho del que debemos ser plenamente conscientes y controlar sus efectos. En clase de Matemáticas expresamos sentimientos acerca de aspectos que no sólo son de tipo matemático. Desde este punto de vista, y dada la importancia que las Matemáticas tienen para el desarrollo de las personas y para la sociedad, quienes nos dedicamos a su enseñanza debemos tener muy en cuenta lo siguiente:

El interés y la sorpresa producen admiración y respeto. Son sentimientos que suelen crearse ante situaciones nuevas, que pueden llegar a convertirse en una enorme curiosidad y fascinación.

Experiencias placenteras por ser favorables y útiles producen sentimiento de atracción. Mientras que si son desagradables, nace la aversión, interviene en la formación del odio y el asco.

Las experiencias de éxito, a la vez que incitan al mantenimiento de la acción, provocan sentimiento de alegría. Por el contrario, si no se alcanzan las expectativas fijadas surgen los sentimientos de frustración, tristeza y falta de autoestima.

Es evidente que debemos despertar el interés, la atracción y la alegría en nuestros estudiantes y dado que tanto emociones como sentimientos pueden actuar bien a modo de alarmas que frenen determinadas acciones, bien como invitaciones a vivir y participar en experiencias nuevas, será conveniente analizar qué tipo de emociones y sentimientos provocan las Matemáticas:

1º

Sentimientos positivos	Sentimientos negativos
Amor	Odio
Interés	Aburrimiento

hacia las Matemáticas, dada su facultad para desarrollar la capacidad de pensamiento.

2º

Sentimientos positivos	Sentimientos negativos
Éxito	Frustración
Confianza	Resignación

que marcarán la vida de la persona, dada su utilidad para la vida cotidiana y para el desarrollo personal y profesional.

¹ Llegados a este punto, recomiendo la lectura del libro I. Gómez Chacón, Matemática Emocional, Editorial Nancea, p. 53.

3º

Sentimientos positivos	Sentimientos negativos
Seguridad	Inseguridad
Euforia	Melancolía

que determinarán el comportamiento social de la persona, dado que son un medio de comunicación.

Desde este último punto de vista, es sabido hay un lenguaje común para todas las civilizaciones técnicas, por muy diferentes que sean, y éste es el de la Ciencia, en general, y el de las Matemáticas, en particular. Este carácter que tiene de metalenguaje es lo que realmente ha hecho que el lenguaje matemático sea el lenguaje de las Ciencias y la Tecnología. Quizá sea por ello que las naves exploratorias Voyager, que desde 1977 buscan vidas inteligentes fuera de nuestro planeta, llevan ejemplos de Matemáticas en la información sobre la vida en la Tierra. Es imposible pensar y comunicarse sin símbolos, de ahí este papel destacado de las Matemáticas

Pero este aspecto es evidente en el ámbito científico y tecnológico, por lo que conviene salir de ahí para ver cómo se utilizan los objetos y conocimientos matemáticos para comunicar ideas y provocar sentimientos. Los artistas establecen códigos de comunicación sin tiempo ni lugar por medio de sus creaciones. En este mundo, las Matemáticas siempre han estado presentes. Aparecen en Literatura, Poesía, Música, Pintura, Escultura, Arquitectura, Cine,... Desde las Matemáticas se puede acceder a disfrutar de la belleza, ya que:

(...) es intuita por todo el mundo, y se goza, pero siempre se desea alcanzar un nivel que la simple visión ingenua no alcanza. El espectador sensible quiere aprender a mirar; quiere recorrer –con alguien primero, solo después- el largo camino que el arte le sugiere

A.E. Pérez Sánchez, **Mirar un cuadro**, Ed. Lunberg, 1991.

También aquí, en el mundo de “las letras y las humanidades”, hay que hacer visibles las Matemáticas.

LA LÓGICA SOCIAL

La Educación Matemática ha estado y está presente en todos los currículos escolares de las sociedades civilizadas por una serie de razones de interés social. Aunque en el epígrafe anterior ya se hacía de pasada mención de las mismas, ahora las explicitaré detalladamente.

1ª. Las Matemáticas poseen la facultad para desarrollar la capacidad de pensamiento.

Luis Vives, s. XVI, ya señaló que “*son una asignatura para manifestar la agudeza de la mente*”.

Evidentemente, no es la única asignatura encargada de enseñar a “pensar mejor”. Pero sí es bien cierto que, en situaciones derivadas del conocimiento científico, habrá que elegir qué Matemáticas son clave tanto para posibilitar estado de opinión al respecto como para poder con ellas cuantificar, relacionar, representar, ordenar, clasificar y resolver problemas porque es lo que verdaderamente conduce a pensar mejor.

2ª Su utilidad, tanto para la vida cotidiana como para el aprendizaje de otras disciplinas necesarias para el desarrollo personal y profesional.

*“Las Matemáticas parecen poseer el asombroso poder de **explicar cómo funcionan las cosas**, por qué son como son y qué nos revelaría el Universo si fuésemos capaces de escuchar”.*

Cole, **El universo y la taza de té. Las matemáticas de la verdad y la belleza**
Ediciones B, 1999.

Desde las Matemáticas se **explican, representan y predicen** hechos. En la sociedad actual, las Ciencias Sociales son un pilar básico para la convivencia democrática, por lo que deben introducirse aquellas Matemáticas en las que se apoyan: fórmulas electorales para la asignación de escaños, teoría de juegos aplicada a la elección social o a las reglas de mercados económicos, elección de muestras para análisis de poblaciones, etc., de forma que se eduquen las personas en su uso y alcancen los conocimientos básicos para su crítica. Aunque, lógicamente, siguen siendo válidos los contenidos de siempre basados en modelos matemáticos de enorme aplicación (métodos trigonométricos, geométricos, algebraicos, analíticos, estadísticos y probabilísticos) para explicar, representar o predecir hechos cotidianos (medidas, formas del Universo, fenómenos astronómicos, etc.)

3ª Son necesarias para desarrollar habilidades laborales y dar respuesta a cuestiones científicas y tecnológicas.

Desde este punto de vista, y puesto que afectan a los conocimientos esenciales para la práctica ciudadana responsable y efectiva, surge el llamado “**enfoque cultural**” de la enseñanza de las Matemáticas que pasa, necesariamente, por enseñarlas en contextos sociales de interés para quienes han de aprenderlas.

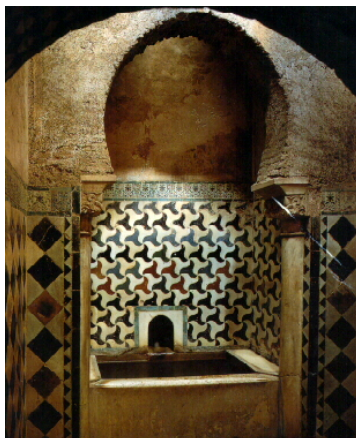
4ª Las Matemáticas son un medio de comunicación. En un nivel elemental, los números y las formas geométricas permiten el desarrollo de múltiples actividades de la vida corriente. En un nivel superior, suministran tanto el lenguaje como los modelos teóricos necesarios para el resto de las demás Ciencias citadas anteriormente. De ahí la necesidad de enseñar el lenguaje simbólico aritmético, algebraico, geométrico y funcional.

5ª Desde las Matemáticas se educa en los valores que caracterizan a la sociedad.

Para finalizar, quiero insistir en que desde la Educación, en general, y desde la Educación Matemática, en particular, debemos **educar en valores**.



Educar por la paz, las actitudes democráticas, solidarias,..., debería formar parte de los planteamientos de cualquier clase. En la de Matemáticas lo tenemos fácil. Sin más que echar mano de su desarrollo histórico afloran todas las culturas. En los tiempos que corren cabe el riesgo de despreciar a quienes proceden del ahora llamado Tercer Mundo y es fácil hacer ver que algunos fueron en su día Primer Mundo, culturalmente hablando.



En nuestro caso, durante la Edad Media la civilización árabe fue un claro ejemplo de lo que digo y ahora está sometida a todo tipo de vejaciones. Aquí no toca, pero en la mente de todos nosotros está el camino que trazaron para las Matemáticas que va desde Bagdad hasta Granada o, lo que es igual, desde la introducción de las llamadas cifras árabes, de origen hindú, hasta La Alhambra.

Finalizaré completando la cita con la que comenzaba:

(...) y la formación básica matemática y científica “convierte a los individuos en menos dependientes de los demás, de modo que los procesos democráticos, los valores sociales y las oportunidades individuales no llegan a ser dominados por las élites ilustradas”.»

Krugly-Smolka, Proyecto P.I.S.A. 2000

¿Qué mayor lógica social obliga a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en la Sociedad del Conocimiento que la de contribuir a la formación de ciudadanos y ciudadanas libres?

MIRADA A LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE SECUNDARIA DESDE LAS COMPETENCIAS PROFESIONALES

Antonio Marín del Moral

El Informe Pisa ha puesto de relieve que el aprendizaje de ciertas competencias en Educación Secundaria asociadas a la utilización práctica de la matemática es insuficiente.

Esta ponencia se sitúa en la línea de este Informe describiendo algunas de las competencias en matemáticas que deber haber desarrollado un ciudadano cuando se incorpora a la vida profesional o se forma para ella. ¿Qué matemáticas se necesitan? ¿Cómo se utilizan en el mundo profesional? ¿Qué enfoques metodológicos será necesario introducir en la educación secundaria para conseguir que el alumno utilice con eficiencia las matemáticas en su trabajo? ¿Pasaremos de educar a adiestrar?

Este trabajo intenta dar algunas respuestas a estas preguntas ofreciendo experiencias en el ámbito internacional orientadas a la resolución de problemas prácticos modelizando la realidad.

MATEMÁTICAS Y PROFESIONES: UNA RELACIÓN NECESARIA

Joan Gómez i Urgellés

joang@ma4.upc.edu

Universitat Politècnica de Catalunya

Resumen

La ponencia se puede focalizar en el papel de la matemática en la formación de ciudadanos y ciudadanas con sentido crítico, en el contexto de los oficios que nos ofrece la sociedad del siglo XXI. Podríamos preguntarnos ¿Qué ofrecen las matemáticas en el currículum, además de rutinas y aritmética, para el uso cotidiano y en particular para el ejercicio de la profesión?. ¿Cómo influye la matemática en los oficios y viceversa?

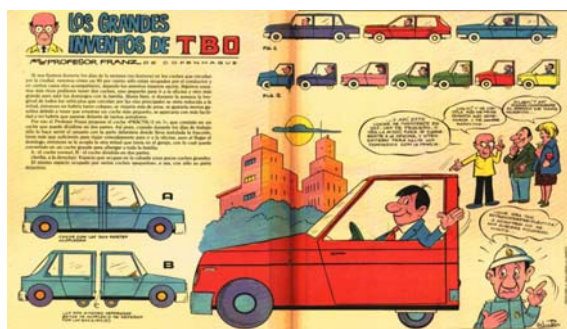
Destaco la bella cita de H. Pollack: *“Tradicionalmente, las matemáticas de la vida normal de cada día han estado las de la escuela primaria. Las matemáticas para ejercer una ciudadanía inteligente tendrían que ser básicamente, las matemáticas de la educación secundaria. Las matemáticas para el ejercicio profesional han de ser enseñadas en la etapa universitaria (si el ejercicio de la profesión requiere estudios de este nivel). Las matemáticas como parte de la cultura integral humana no han sido asignadas a ningún nivel educativo”*

Las matemáticas han permitido a pintores pintar de forma realista, también han contribuido a la comprensión de los sonidos musicales y su análisis, las matemáticas son imprescindibles para la construcción de teléfonos móviles, radio, aparatos de grabación (dvd, cd,...). Las matemáticas, y en particular los modelos matemáticos, son necesarios para el avance de la biología, la economía,... y en síntesis imprescindibles para la tecnología actual. Los conceptos matemáticos son fruto de fenómenos reales que se encuentran cada día presentes en los oficios y en la vida cotidiana.

En el texto se describen varios estadios de la matemática que han contribuido en los oficios, recogiendo la simple aritmética elemental y pasando incluso por elementos de matemática superior y su influencia en las profesiones.

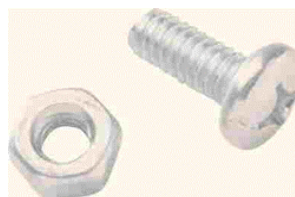
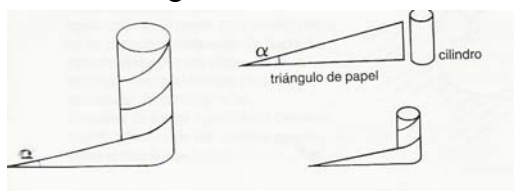
Es deseable que nuestros alumnos aprendan como las matemáticas pueden influir en su futuro profesional.

En homenaje a la inventiva y a los instrumentos de medida



Ramón Sabatés immortalizó en la figura del profesor Franz de Copenhague los denominados *inventos del TBO*. A menudo “los inventos” han proporcionado recursos en el desempeño de los oficios y profesiones, sin excluir las matemáticas de estos bellos retos.....

En este ámbito destaco el denominado *Tornillo de Arquímedes*, construido tal como muestra la figura:



La construcción anterior provoca una hélice. Cuanto más pequeño sea el ángulo del triángulo, será preciso dar más vueltas. ¿Cuánto habrá avanzado el tornillo al completar una vuelta entera el cilindro? Esta distancia se conoce como “avance”. Si el paso es de 1mm, es preciso 10 vueltas para avanzar 1cm.

Este hecho era conocido ya por Arquímedes (287-212 a. C.), el sistema fue ideado para sacar agua de un río y regar las tierras, el filete es una cuchilla en forma de helicoides de manera que al girar transporta el agua. La fabricación de pintalabios se fundamenta en este hecho. Actualmente, esta técnica, se usa en carnicerías (picadoras de carne) y a nivel industrial para mover líquidos. Otras aplicaciones análogas son las hélices de un fueraborda en navegación y las hélices de los helicópteros

Seguidamente presentaremos algunos instrumentos de medida como protagonistas en numerosos oficios. Dichos elementos merecen especial atención ya que tradicionalmente han sido elementos inseparables de numerosos oficios:

METRO DE CINTA METÁLICA. Es el metro por excelencia. Tiene gran exactitud y vale para tomar todo tipo de medidas. Para medir longitudes largas una persona sola, conviene que la cinta

metálica sea bastante ancha sin que se doble. Suelen tener entre 3 y 5 metros.



METRO DE CARPINTERO. Se sigue utilizando en algunas carpinterías, el metro clásico de carpintero va desapareciendo poco a poco y sustituyéndose por el anterior.

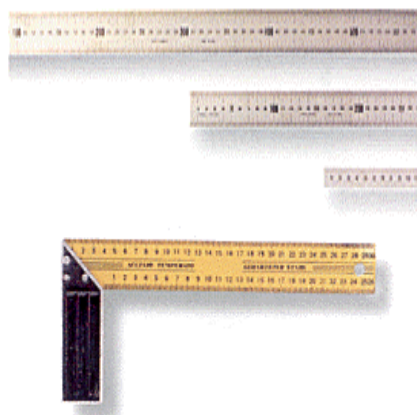


METRO LASER. Es el metro de última tecnología. Mide fácilmente y con una enorme precisión distancias de todo tipo. Su único inconveniente es su elevado precio para un aficionado.



REGLA METÁLICA. Las reglas metálicas son muy útiles para trabajos de carpintería por su enorme exactitud y para dibujar líneas rectas.

ESCUADRA DE CARPINTERO. La escuadra de carpintero es un clásico insustituible pues con ella se puede comprobar el escuadrado de un mueble (o de un ensamble) y además sirve para trazar líneas perpendiculares o a 45° respecto al canto de un tablero. Las hay regulables en ángulo.



TRANSPORTADOR DE ÁNGULOS. Muy útil cuando tenemos que fabricar algún elemento con ángulos no rectos. También sirve para copiar un ángulo y trasladarlo al elemento que estemos fabricando.

NIVEL. El nivel sirve para medir la horizontalidad o verticalidad de un elemento. Es una herramienta que no puede faltar en ningún oficio manual, se utiliza constantemente (al colgar un mueble o un cuadro, al instalar una estantería o un frente de armario, etc).



PIE DE REY. Mide con precisión elementos pequeños (tornillos, orificios, pequeños objetos, etc). La precisión llega a la décima e incluso a la media décima de milímetro. Para medir exteriores se utilizan las dos patas largas, para medir interiores (p.e. diámetros de orificios) las dos patas pequeñas, y para medir profundidades un vástago que va saliendo por la parte trasera. Para efectuar una medición, ajustaremos el calibre al objeto a medir y lo fijaremos. La pata móvil tiene una escala graduada (10 o 20 rayas, dependiendo de la precisión). La primera raya (0) nos indicará los milímetros y la siguiente raya que coincida exactamente con una de las rayas de la escala graduada del pie nos indicará las décimas de milímetro (calibre con 10 divisiones) o las medias décimas de milímetro (calibre con 20 divisiones).



En medicina son habituales el *doble decímetro* usado en óptica y mide la distancia entre las pupilas



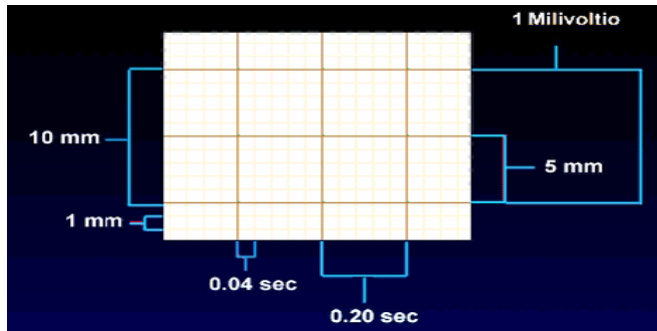
Y en traumatología este ingenioso aparato, con un transportador de ángulos incorporado, para medir desviaciones de las articulaciones



Otro ejemplo utilizado en medicina es el análisis de los electrocardiogramas para determinar enfermedades cardiovasculares, el papel está distribuido como se indica:

Voltaje: eje de ordenadas. Tiempo: eje de abscisas. Velocidad del papel 25mm/seg.

Cada milímetro en las abscisas corresponde a 0.04 seg. y cada milivoltio se traduce en un desplazamiento de 10mm de la aguja en el eje de ordenadas.



Algunas fórmulas de la aritmética elemental también son presentes en medicina: El llamado índice de masa corporal (IMC) que nos indica el grado de obesidad de un paciente o la dosis de medicamento que debe tomar un niño en función de la dosis de una adulto vienen determinados por las simples fórmulas:

$$IMC = \frac{\text{Peso en Kg}}{\text{cuadrado de la altura}}$$

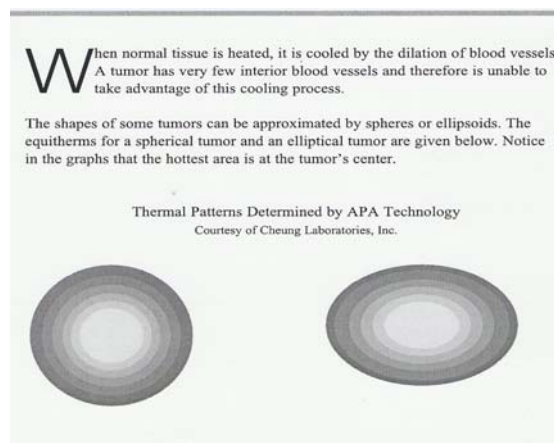
$20 \leq IMC \leq 24$ *Peso Ideal*

$25 \leq IMC \leq 30$ *Supera Peso Ideal*

$IMC \geq 30$ *Obeso*

$$\text{Dosis niño} = \frac{\text{Edad} \times \text{Dosis Adulto}}{\text{Edad} + 12}$$

Algo más sofisticado es el tratamiento de tumores, para ello es imprescindible una herramienta como la integral de superficie, estudio desarrollado en el MIT con la tecnología APA (Adaptive Phased Array)



El problema de determinar la porción del tumor que ha alcanzado ya la temperatura deseada se reduce a calcular la razón entre el volumen total del tumor y el volumen de la porción que está a temperatura mayor que la alcanzada. Este problema se resuelve usando integración múltiple.

En profesiones más técnicas aparecen elementos de criptografía, como por ejemplo la información que contienen los productos en sus códigos de barras;

“La suma de todos los dígitos que ocupan una posición impar, más tres veces la suma de todos los dígitos que ocupen una posición par (esto sólo con los doce primeros), más el dígito de control debe ser un múltiplo de 10”, como muestra ilustrativa tomemos un envase del “café solidario”;

código: 77 52063 20075 2

$$7+5+0+3+0+7+3(7+2+6+2+0+5)+2=90$$

O también los actuales sistemas de seguridad que incorporan los teléfonos móviles con el llamado código IMEI (International Mobile Equipment Identity):

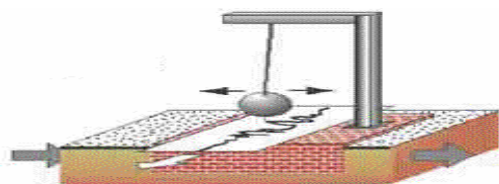
En el año 2004 se han bloqueado unos 15000 móviles, 300 de los cuales han sido desbloqueados. La solución se basa en criptografía, en el llamado código IMEI, el código de 15 dígitos que identifica cada terminal dentro de la red. Se obtiene realizando: *#06# en el terminal y aparece el número de 15 cifras. El primer bloque indica el país, el segundo el fabricante, el tercero el número de serie y el cuarto es de reserva; por ejemplo: 352167/40/477100/5. Cuando se inicia la conexión del teléfono móvil, la red pide siempre el IMEI antes de autorizar la llamada. En caso de incidencias es preciso indicar a la operadora el IMEI.



También destacan en los oficios las escalas logarítmicas, desde la fabricación del champú hasta los sismógrafos:

Las escalas logarítmicas se usan en algo tan cotidiano como ¡el champú!. En los frascos de champú a veces se indica: “ph neutro”. ¿Qué es el ph?. El ph es la concentración de iones de hidrógeno en una disolución química. El número de iones de la concentración está dado en potencias de 10: 10^{-1} , 10^{-2} , ... 10^{-14} . El ph es el número opuesto a ese exponente; es decir, el antilogaritmo. El ph mide el carácter ácido o básico de los jabones, lociones, champús, etc. Con $ph = 7$ se dice que es neutro y suele recomendarse por no ser agresivo con la piel y el cabello. Un ph inferior a 7 corresponde a una disolución ácida; si es superior a 7, es básica.

En los sismógrafos tenemos la conocida escala de Richer, si denominamos M la magnitud de un terremoto tenemos una relación del tipo:



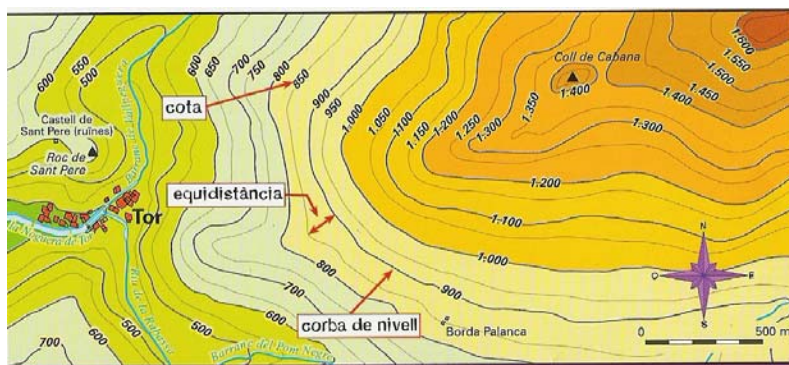
$M = \log A + 3.3 + 1.6 \log D - \log T$, donde D es la distancia entre el epicentro y el sismógrafo y T es una constante que depende del período de las ondas registradas en el sismógrafo.

Destacamos que la intensidad del terremoto es del orden de 10^M , de esta manera un valor de $M=6$ proporciona un leve temblor del suelo al caminar y un valor de $M=8$ puede destruir edificios. Lo ilustramos con una pequeña tabla extraída de la prensa:



Las funciones de dos variables también están presentes en los oficios: geología, meteorología,.....; sin profundizar en el tema podemos presentar el papel de las curvas de nivel que de hecho, su interpretación, marca el desnivel del terreno:

- Cota: número que indica la altura sobre el nivel del mar
 - Equidistancia: Distancia entre curvas de nivel
 - Curva de nivel: Las curvas que “tienen la misma altura”, proyectadas en el plano-
- Ejemplos: Montañas, mapas del tiempo,...



Las proporciones más elementales de la escuela primaria también aparecen en “el oficio de la política”, la más destacada es la denominada Ley de Hond (Ley electoral) :

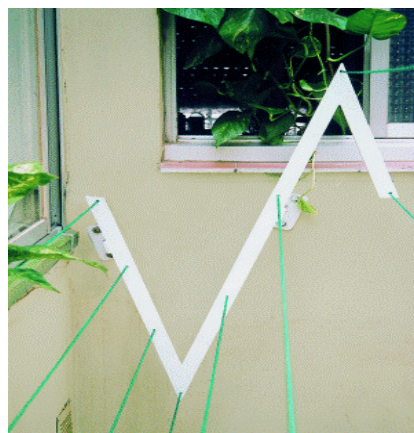
“La ley de Hondt establece que si “n” es el número de escaños, es preciso dividir los votos de cada coalición por 1, 2,...,n; y de los resultados obtenidos escoger los n valores más grandes”



Cabe destacar que un razonamiento plausible indicaría que las abstenciones tendrían que corresponder a escaños “vacíos” en el parlamento, hecho que no sucede....

Y hablando de proporciones observen el siguiente tendero modelo Drymax:

El tendero fue ideado por la profesora Pepita Panades y presentado a la feria internacional de inventos GALACTICA 2003, minimiza el espacio y maximiza el secado. Si algún día ven en algún balcón un estendedor como el Drymax, os invito a contemplar la belleza del número de oro en sus articulaciones!!!!



Precios, facturación, producción eléctrica,...y la presencia de inecuaciones; observen el folleto adjunto de la compañía Endesa distribuido a los usuarios:

PREU DE VENDA DE L'ELECTRICITAT. RÈGIM ESPECIAL ANY 2003 SEGONS RD 1436/2002 (BOE 313, de 31 de desembre de 2002)			
Generalitat de Catalunya Departament de Treball, Indústria, Comerç i Turisme Institut Català d'Energia			
Instal·lació de producció acollida al RD 2366/94			
GRUP	Potència instal·lada (MVA)	Terme de Potència (€/kW i mes)	Terme d'Energia (Cent.€/kWh)
a (eòlica, solar...)	$P \leq 100$	1,796837	5,9772
b (biomassa, RSU)	$P \leq 100$	3,697573	5,4373
c, d i e (cogeneració)	$P \leq 15$	9,717587	4,4001
	$15 < P \leq 30$	9,418116	4,2406
	$30 < P \leq 100$	9,130866	4,1178
f (minihidràulica)	$P \leq 10$	1,796837	5,9773
Instal·lació de producció acollida al RD 2818/98			
GRUP	Tipus d'instal·lació	Preu fix (Cent.€/kWh)	Prima (Cent.€/kWh)
a (cogeneració)	a.1 i a.2 ($P \leq 10$ MW)		2,1276
	b.1 (fotovoltaica, $P < 5$ kW/resta)	39,6668 / 21,6364	36,0607 / 18,0304
	b.2 (eòlica)	6,2145	2,6640
	b.3 (geotèrmica)	6,4909	2,9464
b (renovables)	b.4 (minihidràulica, $P \leq 10$ MW)	6,4909	2,9464
	b.6 (biomassa primària)	6,8575	3,3250
	b.7 (biomassa secundària)	6,0582	2,5136
c (residus)	($P \leq 10$ MW)		2,1336
Article 31	($P > 50$ MW)		0,5770
d (tractament de residus)	d.1 (purins, $P \leq 15$ MW)		2,9450
	d.2 (fangs, $P \leq 10$ MW)		2,6024
	d.3 (altres, $P \leq 10$ MW)		1,6648

Preu de venda = preu horari final mín + prima + complement per reactiva

En homenaje a la innovación docente

Situaciones de la industria y de los oficios son un buen recurso para las aulas:

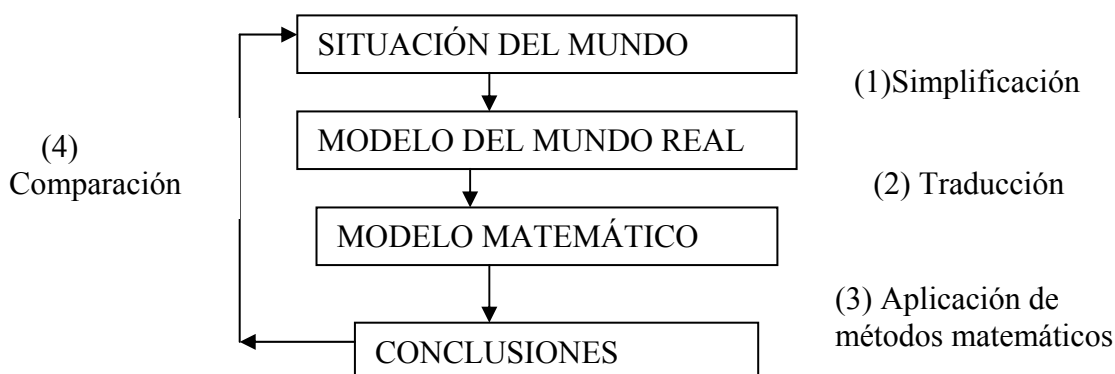
Una invitación a la modelización de situaciones reales del entorno profesional y resolución de problemas es un ejemplo brillante para introducir los bellos horizontes que la matemática nos ofrece. Para ilustrar una primera experiencia de innovación mencionaré el premio M^a Antonia Canals a la innovación docente en matemáticas.

El primer premio M^a Antònia Canals, en su primera edición (mayo 2003), fue otorgado a la experiencia en trabajo en proyectos realizada por Eva García Toledano del I.E.S. Salvador Dalí de El Prat de Llobregat en cuarto de ESO. El proyecto era *Matemáticas en los oficios*: Matemáticas del comerciante, del panadero, del pintor, del lampista, del albañil: cálculo mental, porcentajes, medidas, proporcionalidad, sistema métrico decimal, matemáticas comerciales: albaranes, facturación, hoja de encargos, IVA,

amortización de préstamos, capitalización de intereses,...Para tener una ligera idea mostraré brevemente *las matemáticas de un panadero* cuyos contenidos presentaban: Proporcionalidad directa. Repartos proporcionales. Regla de tres simple. Sistema métrico decimal (l, dl, cl, ml, kg, gr...) 1-Conocer la fórmula de los diferentes tipos de productos que elaboran. 2-Saber la cantidad necesaria de cada elemento de la fórmula en función de la cantidad de producto que se desea elaborar, aplicando cálculo de proporciones. 3-Utilización de la regla de tres simple. 4-Calcular el precio de coste por unidad de producto (precio de una barra de pan, panecillo,...) 5-Conocer el sistema métrico decimal (kg, gr, etc.) 6-Poseer recursos de cálculo mental rápido de precios. 7-Pagos y cambios, conocer tipos de monedas y unidades monetarias 8. Interpretación de facturas 9. Entender la contabilidad y los costes de personal (salarios, seguridad social,...), mantenimiento: luz, agua, combustible, amortización de maquinaria,... Ilustraremos el ejemplo con la fórmula de elaboración del pan: Por cada 100 kg. de harina. 60 litros de agua. 2 kg de sal. 2 kg de levadura.

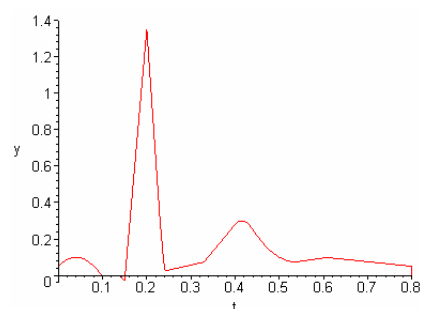
La modelización matemática es una herramienta útil para integrar las matemáticas en los curriculums como forma de aproximarnos a la realidad y en particular a las profesiones y oficios, para ello consideramos el siguiente esquema:

ESQUEMA DEL PROCESO DE MODELIZACIÓN



Como segunda experiencia de aula en proyectos presentamos el proyecto de modelizar la gráfica de un electrocardiograma.

El proyecto consiste en definir una función a trozos y analizar las diversas tipologías de enfermedades utilizando armónicos de Fourier, este proyecto –realizado en grupo- se contextualiza en la especialidad de ingeniería técnica electrónica en la Escola Politècnica Superior d'Enginyeria Tècnica de Vilanova i la Geltrú (UPC)

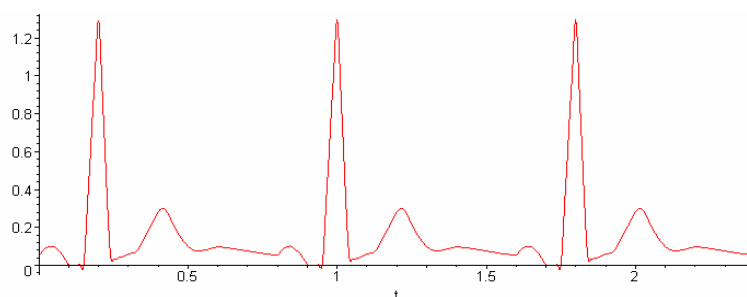


Un modelo obtenido con la ayuda de MAPLE es:

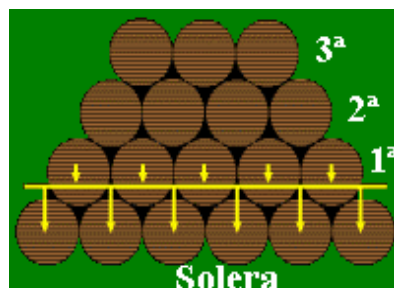
$.2 \sin(5.714285714 \pi t + .2702702703 \pi) - .1$	$-t \leq 0 \text{ and } t < .08$
$-2.5 t + .25$	$.08 - t \leq 0 \text{ and } t < .1$
0	$.1 - t \leq 0 \text{ and } t < .14$
$-3 t + .42$	$.14 - t \leq 0 \text{ and } t < .15$
$27.6 t - 4.17$	$.15 - t \leq 0 \text{ and } t < .2$
$-35 t + 8.35$	$.2 - t \leq 0 \text{ and } t < .23$
$-27.5 t + 6.625$	$.023 - t \leq 0 \text{ and } t < .24$
$.55 t - .108$	$.24 - t \leq 0 \text{ and } t < .33$
$2.91 t - .8850$	$.33 - t \leq 0 \text{ and } t < .39$
$.2 \sin(9.280742459 \pi t + .6493506494 \pi) + .1$	$.39 - t \leq 0 \text{ and } t < .44$
$2 \sin(1.428571429 \pi t + .7369196758 \pi) + 2.075$	$.44 - t \leq 0 \text{ and } t < .53$
$.35 t - .114$	$.53 - t \leq 0 \text{ and } t < .6$
$-.25 t + .25$	$.6 - t \leq 0 \text{ and } t < .8$

Usando 50 armónicos se encuentra la bella aproximación:

$$\text{plot}\left(\frac{.3195816819}{2} + \left(\sum_{n=1}^{50} \left(\cos\left(\frac{n 2 \pi t}{.8}\right) a_n + \sin\left(\frac{n 2 \pi t}{.8}\right) b_n\right)\right), t = 0 \dots 2.4, \text{colour} = \text{red}\right)$$



Otro hermoso modelo se obtiene del siguiente problema (método de la solera):



El vino más añejo está en la fila inferior de barriles y el más nuevo en el piso de más arriba. Cada año, la mitad del contenido de los barriles del suelo se embotella como jerez y se llena con vino de los barriles de la fila inmediatamente superior. El proceso se completa añadiendo vino nuevo a los barriles de la fila de más arriba. El problema es buscar un modelo matemático que nos determine la cantidad de vino de n años que se extrae de k filas de barriles (Larson, 2003. *Cálculo I*). Los alumnos obtienen el siguiente resultado:

$$f(n, k) = \binom{n}{k} \cdot \frac{1}{2^n} \quad \text{para} \quad k \leq n$$

La aproximación del ingeniero a las matemáticas es de una naturaleza eminentemente práctica y está orientada a la resolución de problemas concretos.

Las técnicas de modelaje permiten estimular el interés por el descubrimiento y la creatividad, y adquirir confianza en las capacidades y recursos propios, destacando de esta forma el aspecto formativo de las matemáticas.

En una sociedad cada vez más influenciada por las matemáticas, mediante sus aplicaciones y modelos, es oportuno desarrollar entre los alumnos una competencia crítica que les permita una integración en el mundo laboral y social más activa y participativa. La competencia crítica debe entenderse como una capacidad de reconocer, comprender, analizar y validar el uso de las matemáticas en el contexto real.

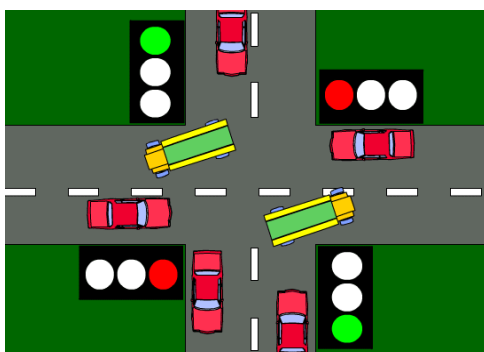
La capacidad de aplicar los conocimientos matemáticos que se han adquirido en las situaciones del mundo social no proviene del hecho de haber adquirido una formación abstracta sino de presentar las matemáticas relacionadas con otras áreas de conocimiento, como una actividad cultural y social (interdisciplinariedad-contextualización).

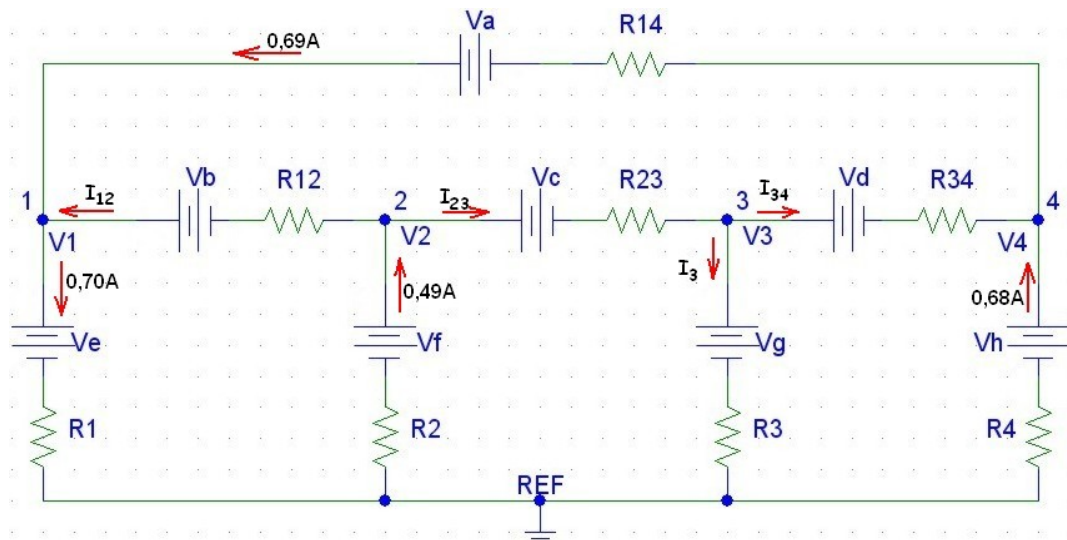
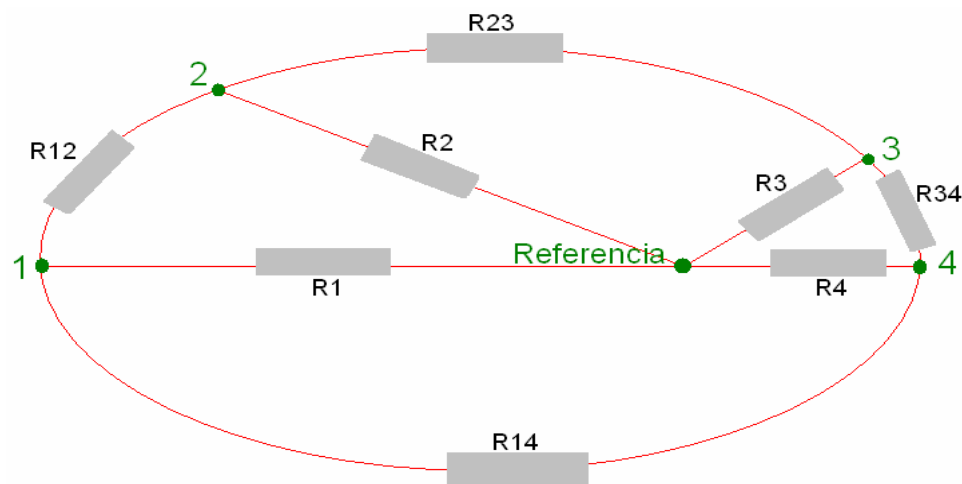
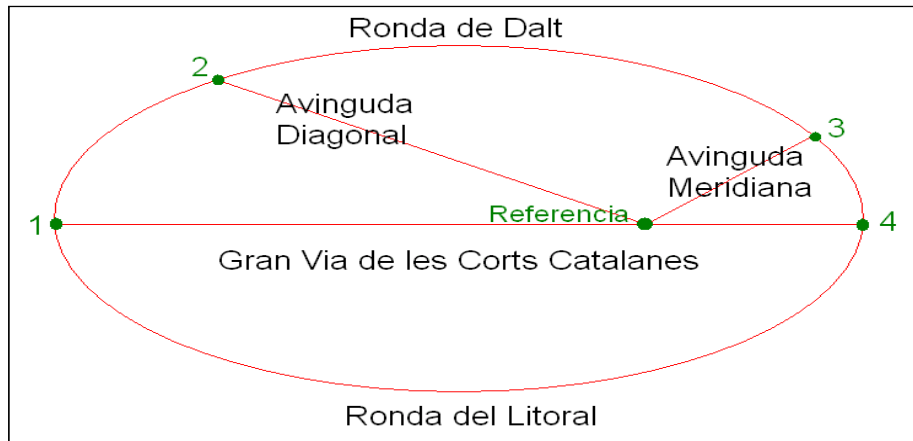
La incorporación de aplicaciones matemáticas en el currículum puede conseguir que los conceptos matemáticos tengan para el estudiante un protagonismo mental. De esta manera, la capacidad de usar un concepto matemático incluye alguna cosa más que simples conocimientos de este concepto.

Como tercer ejemplo innovador de proyecto experimentado por los alumnos en las aulas de ingeniería electrónica de la Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú (UPC) mostramos el caso de una Intersección regulada por semáforos.

En este caso se analiza el funcionamiento de una red de circulación vial. En concreto se elige una intersección regulada por semáforos para estudiar la evolución del tráfico,

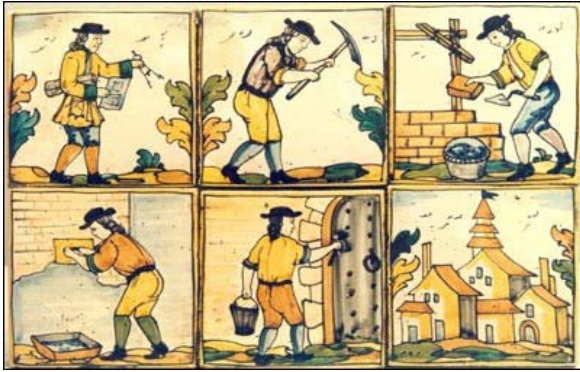
la densidad de circulación realizando mediciones experimentalmente del flujo de automóviles. En el proyecto se establece la analogía entre los elementos clásicos de la teoría de circuitos y las características del tráfico rodado: Leyes de Kirchhoff, teoría de grafos,...y se intenta mostrar resultados como una primera aproximación al problema de la gestión del tráfico. Se escogió una intersección real y se ilustró utilizando flash de Macromedia y incluso se construyó una maqueta para simular la red vial tal como muestran las siguientes ilustraciones.





3.4. Método de la Solera

En homenaje a los profesionales



Gracias a todos ustedes, operarios, por permitir que las matemáticas estén presentes en su noble tarea profesional. Sin las matemáticas no sería posible la construcción de viviendas, luz, agua, funcionamiento de aparatos electrónicos y eléctricos, ...pero sólo con matemáticas tampoco; es necesario vuestra presencia y profesionalidad, Esperemos que las matemáticas le continúen siendo útiles en el ejercicio de su profesión.

En Homenaje a nuestro oficio: el noble oficio de educar matemáticamente

Y también en homenaje a nuestros maestros, y a nuestro noble oficio de educar, de ellos hemos sido aprendices.....gracias Miguel de Guzmán, gracias Lluís Santaló, gracias Pedro Puig Adam, gracias Paulo Abrantes, gracias Esteve Terrades, gracias George Polya,gracias a todos los lectores y maestros por la pasión por la enseñanza y vuestra labor.





Es mi deseo que los contenidos expuestos sean provechosos para enriquecer nuestra tarea y mostrar en las aulas y fuera de ellas esta hermosa visión utilitarista de la matemáticas.

Espero que con los temas expuestos pueda contribuir a “hacer visibles” las matemáticas en el entorno profesional, social y académico.

Una reflexión educativa: Metáfora del nadador

“Imagínese una escuela de natación que se dedicara un año a enseñar anatomía y fisiología de la natación, psicología del nadador, química del agua y formación de los océanos, costes unitarios de las piscinas por usuarios, sociología de la natación, antropología de la natación y, desde luego, la historia mundial de la natación, desde los egipcios hasta nuestros días. Todo esto, evidentemente, a base de cursos magistrales, libros y pizarras, pero sin agua. En una segunda etapa se llevaría a los alumnos-nadadores a observar durante varios meses a nadadores experimentados; y después de esta sólida preparación, se les lanzaría al mar, en aguas bien profundas, en un día de temporal invernal ”

(Busquet, J. ¿Pueden fabricarse profesores? En J. Busquet, (ed.): *La problemática de las reformas educativas*. INCIE, Madrid, 1974, p. 50)

Algunas referencias

- Alsina, C. Burgués, C. Fortuny. 2001. “Ensenyar Matemàtiques”. Graó.
- Alsina, C. (2005). Geometría cotidiana. Rubes.
- Bolt, Brian (1992) “Matemáquinas”. Edit. Labor
- Bolt, B; Hobbs, D. (1991) ”101 proyectos de matemáticas”. Edit. Labor
- Cockcroft, Informe (1985) “Las matemáticas sí cuentan”. MEC
- Cabrera, G: 1998. ”Semiología del electrocardiograma, Análisis e interpretación”, Ed. Grupo Aula médica.
- COMAP. 2000. “Matemáticas y vida cotidiana”. Addison-Wesley.
- García, Rafi, L.M.; (1998). “Proyectos de Matemática Aplicada para ingeniería”. Publicaciones UPV
- Gómez, J. 2002. “De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas” Edit. Paidós.
- Larson (2003). “Cálculo I y II”. Séptima Edición. Edit. Pirámide.
- Puig Adam, P. “Cálculo Integral”. Edición 1972.

