



Federación Española de Sociedades de
Profesores de Matemáticas



Sociedad Castellano Manchega de
Profesores de Matemáticas

ACTAS DEL CONGRESO DE MATEMÁTICAS XII JAEM

NÚCLEO 8

“LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN INFANTIL Y PRIMARIA”

PONENCIAS

<i>M^a Antonia Canals</i> “MATERIALES MANIPULABLES Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA, EN PRIMARIA”._____	383
<i>Mequé Edo Basté</i> “EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y COMPETENCIA SOCIAL” _____	393
<i>Margarita Marín</i> “SIGUE LOS DICTADOS DE TU MENTE...LEE MATEMÁTICAMENTE. PROYECTO KOVALEVSKAYA” _____	405
<i>José Antonio Fernández Bravo</i> “ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN ENTRE EL PENSAMIENTO Y LA MATEMÁTICA EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE” _____	417

MATERIALES MANIPULABLES Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA, EN PRIMARIA.

María Antonia Canals

Introducción

Primeramente quiero agradecer a los organizadores de estas XII JAEM que me hayan invitado a dar esta charla porque es para mi la ocasión de compartir con vosotros, maestras y maestros especialmente interesados por el aprendizaje de las matemáticas, varias cosas que llevo muchos años pensando a diario, y que intentaré resumir en tres puntos:

- El primero es una gran inquietud sobre la manera como se pretende “enseñar” matemáticas a los niños y niñas de muchas de nuestras escuelas.
- El segundo es el convencimiento profundo de que podríamos mejorar las cosas, no para enseñar a los pequeños, sino para conseguir que aprendan matemáticas realmente, y haciéndolo crezcan como personas y sean felices.
- Y el tercero es una gran esperanza en un mañana, en el que todos los maestros y maestras sientan una gran ilusión por dedicarse a la educación matemática.

Intentaré centrar todo esto en un solo tema, que yo creo clave, pero que al mismo tiempo a veces me parece poco compartido por la mayoría de los educadores:

El papel que juegan los materiales manipulables en la educación matemática.

Sé que muchos de los que hoy nos encontramos aquí, ya estamos convencidos de la necesidad de trabajar las matemáticas con materiales, de forma experimental y a partir de la vida. Sin embargo intentaré repetir esta verdad con todos los argumentos y la fuerza que pueda, porque sé que no es todavía una realidad tangible, pero sí que es un ideal, y pienso que el replanteármolo entre nosotros con una reflexión seria, y una convicción profunda, nos dará la ocasión de soñar juntos, que es una de las mejores cosas que podemos hacer, y porque creo que cuando soñamos juntos en una educación mejor para nuestros niños y niñas, seguro que algo de nuestros sueños les llega, más allá de los límites que nosotros vemos.

Centraré mi reflexión en los apartados que siguen y una breve conclusión al final.

- Situación actual en nuestras escuelas, respecto al uso del material
- Naturaleza del aprendizaje matemático en las edades de infantil y primaria
- Objetivos del trabajo de las matemáticas en la escuela
- Papel del material manipulable en el aprendizaje de las matemáticas

- Cuando, como y en qué casos hay que usar el material

Situación actual en nuestras escuelas, respecto al uso del material

Somos muchos los que hoy día nos preguntamos qué es lo que sucede en nuestras escuelas para que se halle tan infravalorado el uso del material manipulable para la enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles educativos, y especialmente en el de primaria.

En Infantil se suelen usar bastantes materiales pero demasiadas veces da la impresión de que el objetivo es que los niños se lo pasen bien, y no que aprendan más y mejor.

En la primaria, existe una diversidad de opiniones no favorables al uso de material manipulable en la clase de Matemáticas. Unos piensan que el material manipulable es adecuado para los pequeños y ya no lo es para los niños y niñas en la etapa de 6 a 12 años. Muchos piensan que la manipulación de materiales es una práctica que ha sido ya “superada” por los medios tecnológicos (que sin duda nos han aportado nuevas posibilidades, pero que no por ello substituyen las de la manipulación). Algunos ya aceptan los materiales y juegos, pero sólo como complemento, en un taller o en una jornada especial, y no se deciden a considerarlos como el medio normal de aprendizaje en las clases diarias. Otros se ven solicitados por muchas cosas a la vez y pretenden no poder adoptar un sistema que requiere demasiado tiempo. Finalmente otros ceden a presiones de los padres y madres de alumnos, que desean que sus hijos realicen trabajos visibles en un papel y medibles según el grosor de páginas....Sea por una u otra razón, o por todas a la vez, y hablando siempre en términos generales, constatamos que el material, como base y herramienta del aprendizaje de las Matemáticas en la escuela, no sólo no es mayoritariamente reconocido sino que incluso llega a gozar de un notable descrédito.

Las razones anteriormente expuestas no tienen ninguna base pedagógica ni psicológica seria, y dan lugar a sospechar que pueden encubrir el temor de los maestros a enfrentarse con una forma de trabajar distinta a la que están habituados, una forma basada en la experimentación, que requiere moverse, a veces levantarse de la silla, expresarse en voz alta, avanzar y retroceder, pasar tiempo observando y corrigiendo errores, avanzar cada uno según su ritmo... Una forma, en definitiva, que obliga a cambiar la dinámica de nuestras clases. Y frente a esto, que es percibido como una dificultad, muchos renuncian a la responsabilidad de buscar lo mejor para sus alumnos y se acogen a la solución más fácil que es la “ficha de trabajo” escrita (cada uno en su sitio y con un perfecto orden general en la clase!).

Creemos que en este estado de cosas influye mucho la presión del mercado editorial, pero también creemos que en ello tiene buena parte un gran desconocimiento del papel que juega la manipulación de materiales en la construcción de las nociones matemáticas, y por tanto de lo que realmente significa para los niños niñas de estas edades en el camino difícil y apasionante de conocer las magnitudes, las formas y el espacio, los números y sus misterios.

Así pues, mi conclusión después de este somero repaso a la situación general de las escuelas, es que todos necesitamos profundizar en qué significa en realidad aprender matemáticas en las primeras edades (incluyendo, para el tema que nos ocupa, hasta el primer ciclo de E.S.O.), cuales son los objetivos que perseguimos, y luego analizar cual

es el papel que el material manipulable juega en todo ello, para poder plantearnos seriamente la necesidad de incorporarlo a nuestras aulas.

Naturaleza del aprendizaje matemático

Conviene plantearnos ante todo qué entendemos por hacer matemáticas en las edades que nos ocupan, es decir hasta los 12 o 14 años. Desde luego no se trata de almacenar información, o de retener en la memoria datos numéricos, o formas tipo de solución, o los nombres de las figuras. Tampoco se trata de comprender nociones que los mayores explicamos, ni de dominar unas prácticas numéricas, a pesar de que a veces eso parece la actividad prioritaria de las escuelas.

Para los niños y niñas, como para nosotros mismos, aprender matemáticas es mucho más que todo esto. Es crecer cada uno en unas capacidades que llevamos dentro: Capacidades de razonar, de descubrir ideas y estrategias para solucionar nuevas situaciones y retos, de comprender y dominar mejor el mundo conociendo los números y sus misterios, el espacio y las medidas. Todo ello ha de permitirles adquirir unos instrumentos útiles para la vida y, más adelante, la capacidad de incidir en la realidad que les rodea y de entrar en el mundo del progreso científico, en la medida en que lo deseen. Visto así, el aprendizaje matemático, se aparta de la antigua concepción meramente académica, y se acerca mucho más a una concepción de desarrollo y proceso vital. Por esto cada vez más, cuando hablamos de hacer matemáticas, usamos expresiones como: avanzar... crecer... descubrir... construir... que son propias de fenómenos vitales, porque las capacidades matemáticas no son únicamente de tipo conceptual.

El aprendizaje matemático es pues la capacitación de la persona en unos aspectos concretos, propios de la matemática, que están relacionados con la estructura y organización de las ideas y de las cosas, es decir con la lógica, con las cantidades, con la posición y las formas en el espacio, con los cambios de cantidades y de posición, con las medidas y con la solución de situaciones. Todos estos aspectos son importantes para vivir, y por esto son capaces de interesar a los pequeños. Para formularlos como contenidos de aprendizaje, podríamos concretarlos así:

** Aprender a interpretar la vida en clave de lógica: comprender situaciones, resolver problemas y enigmas*

** Poner atención en los aspectos de cantidades y medidas de nuestro entorno real, para poder dominarlo.*

** Conocer el espacio que nos rodea y amarlo, para en él admirar la belleza de las formas, y para poder crear.*

** Dominar los lenguajes propios de estos aspectos en nuestra cultura actual, para poder comunicarlos.*

Por tanto se trata sobre todo de la adquisición y maduración de unas capacidades personales, en un proceso de capacitación, al que podemos llamar **construcción del propio saber matemático**.

Esta construcción del saber matemático ha de ser para cada niño y niña una actividad continua y global, que arranque de la vida cotidiana, y forme parte de su crecer armónico. Por esto será tanto más auténtica, cuanto más inseparable sea de su

experiencia vital, y se concretará de distinta forma para cada persona, según su edad, su tipo de mente, sus aficiones. su situación, y otros muchos factores, algunos conocidos y otros no. No podemos imaginar, ni mucho menos exigir, un mismo resultado para todos, pero sabemos que es propia de todas las personas y a todos hace avanzar.

No podemos admitir el prejuicio de que las matemáticas no son para todos los niños y niñas. Esto sería una limitación conceptual falsa, y además, contraria a los derechos humanos. La actividad matemática es para los de culturas lejanas y para los de nuestro país, los que son aficionados a los números y para los que no lo son tanto, para los más listos y rápidos, y para los que tienen alguna deficiencia, para la gran cantidad de niños de todo el mundo que no van a la escuela y para los que asisten a nuestras aulas. Porque las matemáticas vienen de la vida misma, la vida que es común a todos y todas.

Objetivos del trabajo de las matemáticas en la escuela.

Podemos definir como el gran objetivo del aprendizaje de las matemáticas en la infancia el de conseguir que cada niño y niña llegue a construir su propio saber matemático, en una forma proporcionada a su edad, a sus capacidades y a su situación.

Pero construir el propio saber matemático es una tarea muy amplia, que engloba diversos aspectos. Intentaremos concretar algo más estos aspectos, y podremos considerar cada uno de ellos como un objetivo más específico o concreto. Serían estos:

- En primer lugar, crear una estructura mental matemática personal, adecuada a la realidad y que capacite al individuo para resolver situaciones nuevas
- En segundo lugar, adquirir conceptos matemáticos nuevos, es decir, generar un aprendizaje significativo de los mismos.
- En tercer lugar adquirir distintas destrezas matemáticas.
 - de movimiento y manuales (desplazarse, construir, usar bien los instrumentos)
 - de comunicación, y en especial de expresión verbal
 - mentales o de relación: lógica, búsqueda de estrategias, cálculo mental, memoria
- Finalmente, entrar en el mundo del simbolismo, y aprender los lenguajes y signos propios de las matemáticas

Hemos visto que esta saber matemático es algo que se construye a partir de la vida. Por esto podemos decir que en el aprendizaje matemático en la etapa de primaria el principal papel lo tiene la vida cotidiana, de la cual los chicos y chicas pueden sacar enseñanzas increíbles, sobre todo si los adultos que les acompañamos sabemos estimular su interés y proponerles actividades adecuadas.

Entonces podemos preguntarnos: ¿Cuál es el papel de la escuela en todo esto? ¿Qué actividades deberíamos hacer en ella para conseguir los objetivos enunciados?

Creo que el papel de la escuela es doble, y en consecuencia hemos de plantearnos dos tipos de actividades:

Primeramente, las actividades matemáticas a realizar en la escuela son las que consisten en sacar todo el partido posible de los hechos cotidianos, potenciando la observación de

sus aspectos cuantitativos y espaciales, que siempre los hay, estudiando sus fenómenos desde este punto de vista, proponiendo el hallazgo de soluciones, etc... Si supiésemos ayudar a nuestros alumnos a descubrir los números, y las propiedades del espacio a partir de ahí, entonces seríamos unos buenos maestros. (Y, de paso, nos ahorraríamos algunos problemas con los programas). Pero lo que acabo de decir es muy difícil y no todos sabemos hacerlo siempre, aunque podemos y debemos intentarlo cada vez más.

En segundo lugar, conviene completar estas actividades naturales con otras actividades que podríamos llamar “académicas” encaminadas a que nuestros alumnos adquieran habilidades, tanto mentales como manuales, inseparables de un auténtico conocimiento, y a proporcionarles algunas informaciones sobre las unidades, el vocabulario y los símbolos propios de nuestra cultura. Este es también un papel específico de la escuela. Lo importante es que este aspecto no invada todo el protagonismo, en detrimento del trabajo activo de los niños y niñas, que es el esencial.

Resumiendo:

- Nuestro papel como maestros o maestras en la escuela debería ser, primeramente, acompañar la construcción del saber matemático de cada niño y niña potenciando al máximo su iniciativa, su experiencia y su investigación para descubrir conceptos y propiedades numéricas y espaciales, en actividades que partan de la vida real y a ella se encaminen.
- Al mismo tiempo, y como complemento, nos incumbe añadir a ello la información necesaria, que en estas edades es mínima, y también proponer otras actividades y juegos encaminados a adquirir algunas habilidades específicas de lógica, de cálculo, de construcción de modelos, de lectura y procesamiento de la información, y de uso correcto del lenguaje matemático.

Todo esto supone vivir el aprendizaje de las matemáticas en un proceso coherente, a lo largo de toda la escolaridad. Este proceso, que empieza ya en la etapa infantil, desde el primer ciclo de primaria en adelante tiene su fundamento en la experimentación y la búsqueda de relaciones; en el segundo ciclo ha de incorporar cada vez más el análisis y la investigación, y siempre con el apoyo de la expresión verbal, plástica y escrita, conducirá a los alumnos a poder pasar de unas concepciones y operaciones basadas en lo concreto a unas primeras generalizaciones y a la formación de conceptos abstractos al final de nuestra etapa.

Papel del material manipulable en el aprendizaje de las matemáticas

Quisiera empezar con unas frases de las “orientaciones didácticas” del diseño curricular de Matemáticas de Catalunya.

En el camino de lo concreto a lo abstracto hay, como primer paso, la manipulación, es decir la acción sobre los objetos, y conviene que, a pesar de las dificultades que a menudo suponga para el maestro o la maestra, no olvidemos este aspecto..... ya que son las acciones las que desencadenan el pensamiento, y sobre las cuales pueden edificarse las representaciones.....

El material que ponemos al alcance de los alumnos tiene un papel fundamental...

La verdadera actividad matemática es mental, al mismo tiempo que tiene su punto de partida en la manipulación.

Conviene insistir en la idea de que no es el material por sí mismo el que genera la actividad mental de los niños y niñas sino precisamente la acción que ellos realizan a partir del mismo, es decir aquello que van haciendo con su manipulación. En efecto, el material les invita a fijar la atención en una situación asequible y concreta, y, al actuar para resolverla, les lleva a relacionar las informaciones y los resultados que van obteniendo, entre sí y con otros resultados adquiridos en anteriores ocasiones. Es entonces cuando se genera el aprendizaje que hoy llamamos “significativo”, es decir el que construye auténticos conocimientos. Si no hay material, en estas edades, la mayoría de nuestros alumnos pueden enterarse de lo que les contamos, e incluso recordarlo, pero sin que ello suponga haber generado una noción por sí mismos, es decir sin haber aumentado su competencia cognitiva, su auténtico saber.

El material despierta el interés, y permite a los niños y niñas no solamente “ver” lo que está pasando, sino incluso prever lo que probablemente vendrá. Permite captar el reto que les supone algo que queremos aprender, intuir caminos para alcanzarlo y seguir alguno de ellos con ensayos y corrección de errores. Todo esto, que según decía Freinet es la única manera humana de aprender cosas, es la forma de investigar y descubrir propia de la edad que nos ocupa, y constituye el bagaje de capacidades típicamente matemáticas que la escuela ha de potenciar.

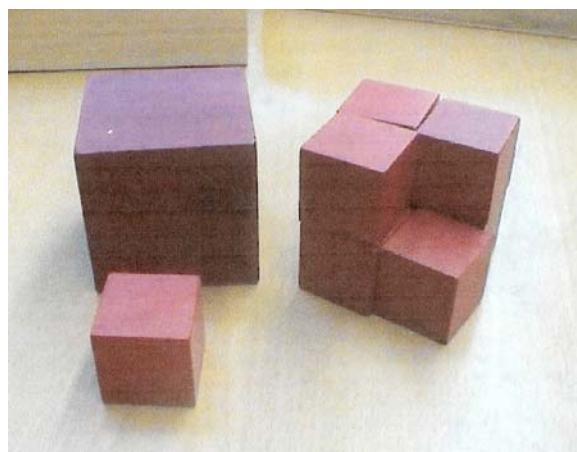
Podemos asegurar que el uso del material no sólo es la base de la experimentación, que es el primer paso, sino que ha de acompañar todo el proceso de aprendizaje ya que se encuentra vinculada a todos los estadios del mismo. Al mismo tiempo, no sólo es un medio privilegiado, para algunas escuelas o algunos niños, sino que resulta incluso indispensable para que todos realicen un auténtico desarrollo de sus capacidades matemáticas al mismo tiempo que construyan nociones conceptuales sólidas.

Así pues, necesitamos el material para que nuestros alumnos realicen un aprendizaje significativo en los siguientes campos:

- En la exploración del espacio, de las formas y los fenómenos geométricos.
- En la expresión de propiedades geométricas por medio de modelos
- En la práctica de medidas
- En los juegos de lógica, de estrategia y de probabilidad
- En el conocimiento significativo de los distintos tipos de números
- En el conocimiento y práctica de las operaciones

Concretaremos los puntos clave del papel que juega el material en estos aprendizajes.

- Primeramente, el material **pone de manifiesto visualmente las relaciones matemáticas** espaciales y numéricas, potenciando así las relaciones mentales.



- La manipulación **ayuda a la imaginación de las cantidades, de las formas y de las medidas**, y así hace posible la interiorización y su posterior memoria.
- Al mismo tiempo **fomenta la expresión verbal de las acciones y de los hallazgos realizados**, la cual ayuda a reflexionar y a concretar el pensamiento.
- También es el punto de apoyo adecuado para practicar las **habilidades de exploración e investigación**, es decir de descubrimiento de propiedades matemáticas que, como hemos visto, es nuestro objetivo fundamental.
- Al expresar con signos escritos aquello que previamente hemos realizado, el material **se convierte en el camino natural de comprensión del significado de los símbolos**.



Cuando, como y en qué casos hay que usar el material

Sin material también podemos tener la sensación de que los niños y niñas aprenden. Es cierto que hay algunos que tienen un tipo de inteligencia más abstracta, que les permite llegar a los conocimientos con menos experiencia manual, pero estos son pocos, y creo que es un gran error, y una falta de respeto a los demás, pensar que lo mismo es exigible a todos, en lugar de buscar una metodología que sea buena para cada uno. Los de una gran mayoría, tal como analizábamos al inicio de esta charla, lo único que hacen es almacenar información y mecanizar algunas prácticas referentes al estudio de las figuras y de las operaciones, pero eso no es un aprendizaje auténtico, con un significado real; es sólo mecánico, casi nulo respecto al objetivo de desarrollar las competencias matemáticas personales, que anteriormente hemos definido.

Deberíamos usar material manipulable al empezar el tratamiento de cada tema, especialmente en cálculo, medidas y geometría. Luego hemos de seguir usándolo tanto como los alumnos necesiten. Pero también hemos de saber dejarlo a tiempo, porque ellos han de pasar de constatar las propiedades de forma tangible, a saber imaginarlas y preverlas. Y así hemos de fomentar la estimación de resultados y medidas, el cálculo mental, la imaginación de espacios no visibles, etc.... Hemos de saber prescindir del material a su debido tiempo.

El material es para todos los niños y niñas: A los que tienen más facilidad les permite una comprensión más clara y a los que tienen un pensamiento más práctico, les lleva a interesarse por las cosas que ven interesantes y útiles.

A los que les asusten las matemáticas y a nivel afectivo se sienten lejos de ellas, el material hace que poco a poco vayan dejando de ser algo inasequible, y así va suponiendo un acercamiento.

Para aquellos que tienen dificultades en comprender nuestras lenguas, que hoy en día son muchos, la manipulación de materiales es siempre un lenguaje seguro.

Finalmente, y como complemento, quisiera analizar las ventajas del material para los alumnos que presentan dificultades específicas en el aprendizaje de las matemáticas. Los maestros solemos detectar estas dificultades o fracasos en los siguientes casos:

- Cuando constatamos que en nuestra clase hay varios niños y niñas que no siguen correctamente el nivel que nos habíamos propuesto. ¿Qué ha fallado antes para que ese niño esté como encallado y parezca que "no puede" avanzar? Muchas veces el fallo ha sido la falta de utilización de material manipulable.

- En el paso entre la etapa de infantil y la de primaria son bastantes los alumnos que tienen dificultades porque se encuentran enfrentados al aprendizaje de las operaciones sin haber consolidado aun la noción de cantidad; parece que conocen los primeros números, pero no han hecho de ellos un aprendizaje significativo, por tanto les falta la base necesaria. A menudo la causa de este primer tropiezo es el abuso que en las primeras edades se hace de la escritura de los números y del uso de fichas escritas, en detrimento del hecho fundamental de relacionar y ordenar cantidades concretas, materializadas con objetos.

- Finalmente también aparecen serias dificultades cuando nuestros alumnos llegan al final de la Primaria con un notable déficit en campos como el del conocimiento del espacio, el cálculo mental, la representación simbólica, la escritura matemática correcta, la búsqueda de estrategias para resolver situaciones no previamente automatizadas, y desde luego con una gran dificultad, casi imposibilidad, para pasar del pensamiento concreto a la abstracción. También aquí, estas deficiencias pueden atribuirse en gran parte al exceso de tiempo dedicado en primaria a la práctica de los algoritmos de las operaciones escritas, en detrimento de las actividades de investigar y descubrir, en las cuales es decisiva la experimentación con materiales.

Los alumnos de primaria se hallan, utilizando lenguaje de Piaget, en la etapa del pensamiento "concreto", es decir de un pensamiento que construye ya relaciones lógicas, pero de momento aplicables únicamente a casos concretos, controlados y comprobados con la propia experiencia. No se hallan todavía en la etapa del pensamiento abstracto, pero precisamente han de encaminarse hacia ella trabajando plenamente sus facultades actuales, y es responsabilidad nuestra darles los medios para hacerlo. Ahora bien, si resulta que su pensamiento no ha podido apoyarse en situaciones materializadas en el momento en que las necesitaba, en lugar de favorecer

el desarrollo de las capacidades cognitivas propias de esta edad lo hemos estado frenando. Esto les ha obligado a encaminar su mente por otros senderos, los de la mecánica y de la sola memoria sin contenidos reales, y en la mayoría de los casos por estos senderos no llegarán a la meta deseable al final de la etapa, ya que en general estas cuestiones mal resueltas en la base son muy difíciles de reparar. Y es así como contemplamos que el déficit en el uso del material durante la primaria, e incluso durante el primer ciclo de secundaria, llega a convertirse para muchos alumnos en una barrera casi infranqueable para entrar más tarde, con la debida comprensión, en nuevos campos numéricos, como son el de las fracciones, los decimales, y especialmente el del álgebra.

Conclusión

Podemos resumir todo lo dicho afirmando que el material manipulable es necesario no sólo para los más pequeños, sino en cualquier nivel educativo, en particular en la etapa de primaria, y de manera especial siempre que se introduce el aprendizaje de una nueva noción y en cualquier momento de duda o de dificultad.

Sucede que esta verdad tan sencilla, que ahora nos parece evidente, a veces choca con nuestros límites o situaciones, y creo que sobre todo con unas costumbres ya adquiridas en nuestra práctica docente. Y no hay nada que a nosotros nos cueste más, que cambiar nuestra propia conducta.

Pero, al mismo tiempo, si aceptamos abrir los ojos, veremos y podremos constatar, que el hecho de que los niños y niñas hayan utilizado o no material manipulable en el momento justo y con la dosis oportuna, tiene una gran relación con los resultados positivos o negativos de su aprendizaje.

También sucede a veces que el imperativo por terminar un programa previsto, y el miedo a perder un tiempo que necesitaríamos para completarlo, frenan nuestra voluntad de usar materiales, ya que esto nos obliga a cambiar el ritmo de la clase.

Pero, al mismo tiempo, si sabemos proponer la experimentación de manera adecuada a cada edad, y a partir de aquí fomentar el diálogo, la interacción necesarios y el descubrimiento de estrategias, el material, lejos de ser un obstáculo que parece que nos roba tiempo, se convierte en un aliado porque es causa de un verdadero aprendizaje significativo y sólido, y esto, con una visión más amplia, nos hace “ganar tiempo” para hoy y sobre todo para el mañana.

Hemos de reconocer que el uso del material nos resulta difícil, tanto por la falta de costumbre que tenemos de usarlo, como por el miedo que nos supone tener que cambiar la dinámica de la clase. Nos da la impresión de que no sabremos, y entonces será peor para todos. Pero en castellano hay un buen refran que dice “quien no se moja, no pasa el río”. Creo que pasar este río, ir a la otra orilla, la de una manera de enseñar mejor para nuestros alumnos, vale la pena, y además es una tarea urgente, que nuestra escuela, es decir nuestros niños y niñas, necesitan. Pero mojarse no quiere decir sumergirse en un momento hasta el cuello. Yo os recomendaría hacer un camino normal, posible, empezando por una sola cosa que os resulte asequible, y añadiendo cada día otra más, corrigiendo lo que haga falta, sin retrocesos. Un camino decidido!

Todos nosotros hemos ido aprendiendo el arte de educar en matemáticas (porque es un arte), experimentándolo, viviéndolo. Sabemos que este camino significa en primer lugar vivir las matemáticas y luego transmitir nuestra vivencia para hacer posible que los

pequeños las vivan también. Vivir las matemáticas no es programar los contenidos, o aprender los últimos recursos, o adoptar la mejor metodología, sino transmitir el gusto de descubrir las cosas y de avanzar a partir de la propia experiencia. Esta es la única manera de educar, de trabajar para la maduración de las personas, los niños y nosotros.

Varias maestras y maestros que conozco son testimonio de que este camino y este arte de educar a partir de la vida, aunque no sean los más cómodos, son apasionantes, nos hacen bien, e incluso pueden ser fuente de felicidad.

¡De ello doy fe!

M. Antònia Canals.

Albacete XII JAEM. 4 a 7 de Julio del 2005

BIBLIOGRAFÍA:

- ALSINA, A. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*. Ed. Narcea. Madrid
- ALSINA, A. (2004) . *Com desenvolupar el pensament matemàtic dels 0 als 6 anys*. Ed. Eumo.Vic
- CANALS, M.A. (1989) *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola*. Ed. Eumo. Vic
- CANALS, M.A. (2001) *Vivir las matemáticas de 3 a 6 años*. "Temas de Infancia" Ed. Octaedro - Rosa Sensat. Barcelona
- CANALS, M.A. -*Las regletas numéricas.-(Apuntes)-* CENMAR- (Univesitat de Girona) y pag. web citada (2003)
- CORBALAN, F. (1995) *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Ed. Graó. Barcelona
- CROVETTI, G. (1982) *Educación lógico-matemática*. Ed. Cincel.Madrid
- KOLTHE,S. (1981) *Como utilizar los bloques lógicos*. Ed. Teide. Barcelona
- KAMII, C. Y DEVRIES, R. (1983) *El conocimiento físico en la educación preescolar. Implicaciones de la teoria de Piaget*. Ed. Siglo XXI. Madrid
- MIRA, M.R. (1987) *Com fe viure la matemàtica a l'escola*. Ed. CEAC. Barcelona
- PAUSEWANG, E. (1977) *Juegos didácticos para realizar en grupos con niños de 3 a 8 años*. Ed. Kapelusz. Buenos Aires.
- PIAGET, J. (1971) *Psicología y pedagogía*. Ed. Ariel. Barcelona
- ZIEGLER, T. SCHUMACHER, B. Y ZEROLO, T. (1977) *Juegos de discurrir para pequeños y mayores*. Ed. Interduc/Schroedel. Madrid.

EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y COMPETENCIA SOCIAL

Mequè Edo i Basté
Universitat Autònoma de Barcelona

La instrucción matemática ha sido, y todavía es, el principal objetivo de gran parte de las tareas escolares en educación infantil y primaria. En esta comunicación se presenta la educación matemática como objetivo alternativo a dicha instrucción. Una parte importante de la educación matemática pasa por implicar a los alumnos en contextos relevantes, es decir, en situaciones potencialmente significativas social, cultural y matemáticamente. También se especifican pautas generales relativas a la creación de situaciones didácticas que pueden conducir a una adecuada educación matemática en las primeras edades. Estas pautas han sido seleccionadas, de entre las señaladas de forma más recurrente por la reciente investigación psicoeducativa.

Instrucción matemática versus educación matemática

Gran parte de las tareas matemáticas escolares en infantil y primaria se centran en actividades dirigidas al desarrollo de técnicas, métodos, reglas y algoritmos. Estas actividades ofrecen a los alumnos unos contenidos, “caja de herramientas”, para que éstos se conviertan en usuarios de las matemáticas. El objetivo de estas tareas es que los alumnos sean capaces de emplear las técnicas que van aprendiendo -a través del libro y de las fichas- tanto dentro como fuera de la clase de matemáticas. Desde esta visión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, “desarrollo” significa el dominio de un conjunto de “técnicas” cada vez mayor y más complejo. Por ejemplo: En infantil; recuento, lectura y escritura de números hasta el nueve, asociación entre cifras y cantidades... en primaria; el algoritmo de la suma, de la resta “sin llevadas”, de la resta “con llevadas”, algoritmo de la multiplicación, de la división... Centrar las actividades de aula en este tipo de contenidos lleva implícito una imagen de las matemáticas como materia basada en hechos, conceptos y procedimientos mecánicos a aplicar. Solo existen dos resultados posibles al realizar las actividades propuestas: correcta o incorrecta. Y el resultado de la tarea (si toda la clase la hiciera correctamente) sería todas las hojas iguales, sin posibilidad de aportación personal.

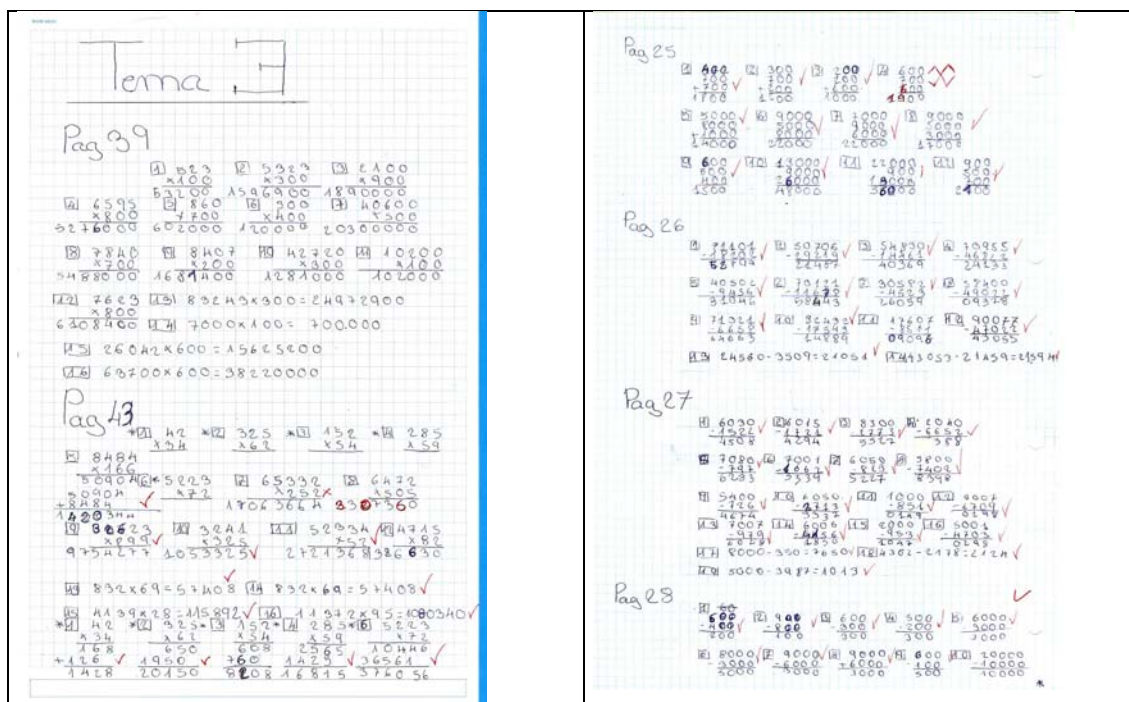


Imagen 1: Tareas de instrucción. Todavía hoy el trabajo matemático grafico recogido en cuadernos y fichas es, mayoritariamente, de este estilo.

En estas tareas las matemáticas no se plantean como una materia de reflexión. En este enfoque, no se entienden la matemática como una manera de *conocer* sino como una manera de *hacer* (Bishop, 1999).

Desde una visión sociocultural, se considera necesario que los alumnos desarrollen una comprensión mayor y una conciencia crítica de cómo y cuándo emplear cualquier contenido matemático. Pretender que los alumnos de primaria utilicen y apliquen las técnicas matemáticas (aprendidas en fichas como la que se acaba de mostrar), a situaciones reales y contextos distintos a los que se aprendieron se contradice con las orientaciones didácticas actuales: partir de sus conocimientos previos, conectar los nuevos contenidos con la realidad extraescolar, partir de lo más próximo y real para conducirlos hacia lo más abstracto, etc. Si realmente se desea que las matemáticas aprendidas en la escuela sirvan para ser aplicadas en contextos reales y funcionales, sería más adecuado que los contenidos matemáticos se aprendieran en situaciones donde los conceptos y los procedimientos propios de esta área adquieren un significado funcional real, más allá de la mera técnica. Debemos plantearnos ¿qué visión de la matemática ofrecemos al alumno al que únicamente se le pide la ejercitación de técnicas vacías de significado como las mostradas?

En este sentido Bishop (1999, p.26) argumenta: “Un currículo dirigido al desarrollo de técnicas no puede ayudar a comprender, no puede desarrollar significados, no puede capacitar al alumno para que adopte una postura crítica dentro o fuera de las matemáticas. *Por lo tanto, mi opinión es que un currículo dirigido al desarrollo de técnicas no puede educar. Sólo puede instruir y adiestrar* [sic]”.

La educación matemática escolar como construcción socialmente mediada

El marco psicológico de referencia adoptado es la concepción constructivista del aprendizaje y la enseñanza (Coll, 2001). Esta concepción sitúa la clave del aprendizaje escolar en la dinámica interna de los procesos de construcción del conocimiento: los alumnos son los agentes y responsables últimos de la construcción de significados sobre los contenidos escolares. Pero este proceso de construcción, de naturaleza individual, es

inseparable de la actividad que desarrollan conjuntamente profesores y alumnos en el aula alrededor de contenidos y tareas escolares. En consecuencia, esta construcción es también de naturaleza social. Desde esta perspectiva, en una situación didáctica, la interacción entre profesor, alumnos y tarea o contenido escolar constituye el contexto en el que se proporcionan ayudas a los procesos de construcción de conocimientos matemáticos (Colomina, Onrubia y Rochera, 2001; Onrubia, Rochera y Barberá, 2001). Desde este mismo marco teórico, concebimos la matemática, no como técnicas a aprender, sino: (1) como el resultado de ciertas actividades desarrolladas por las personas, y, por tanto, (2) como fenómeno cultural evolutivo. Desde esta visión entendemos la enseñanza de la matemática como un proceso de enculturación (Bishop, 1999), el objetivo del cual es que los alumnos se apropien de una parte específica de su cultura. El eje central de este proceso ha de ser la actividad realizada por los alumnos en el marco de la escuela, en actividades expresamente diseñadas por los educadores con el objetivo que los niños y niñas puedan vivir formas de actividad matemática características de su marco sociocultural específico (Lladó y Jorba, 1998).

El pensamiento matemático se caracteriza por un *deseo de hallar*: datos relevantes, relaciones, procesos de resolución, resultados, respuestas a interrogantes, formas de comunicación oral y/o escrita que sean comprensibles y que aumenten gradualmente en el rigor y la formalidad propia del área...

La educación matemática pasa por ayudar a los alumnos a vivir situaciones que inciten a pensar matemáticamente (es decir, situaciones de búsqueda y no sólo de aplicación), propias de su entorno sociocultural.

Se ha señalado que el aprendizaje escolar, y en particular el aprendizaje de los contenidos matemáticos, es un proceso de construcción socialmente mediado. Esto implica que los alumnos no aprenden recibiendo y acumulando pasivamente información del exterior, sino que lo hacen a través de un proceso activo de elaboración de significados y de atribución de sentidos. Este proceso se lleva a cabo mediante la interacción, la negociación y la comunicación con otras personas en contextos particulares, culturalmente definidos, y en el que determinados instrumentos culturales juegan un papel decisivo. Por ejemplo, pueden ser elementos culturales relevantes para la enseñanza y el aprendizaje de contenidos matemáticos: el calendario, el reloj, calculadora, las cintas métricas, las básculas, ticket de compra, catálogos de supermercados, monedas en curso, listas de compra, recetas de cocina, noticias del periódico, objetos tridimensionales, listas de alumnos y registros de control de asistencia, reparto de materiales, mapas y planos, escuadras, cartabones, compás, escalímetro etc.

Veamos, a continuación, el resumen de una conversación realizada en un aula de alumnos de 5 a 6 años. La maestra realiza la pregunta y distintos alumnos responden:

	¿Qué nos dice nuestro calendario de este mes? El día 7 de mayo fuimos al zoo. El día 10 era fiesta, no vinimos al colegio. Esta semana sólo venimos 4 días al cole. El día 11, martes, celebramos el cumpleaños de Carla. Faltan 4 días para ser el cumpleaños de Joel. El día 28 visitaremos el Forum de Barcelona. Este mes tiene 31 días. El último día del mes será el cumpleaños de Nuria.
---	---

Imagen 2

En la imagen 2 vemos como este instrumento cultural, utilizado de forma intencional por parte de la maestra, Esperanza Jiménez, permite a los alumnos no solamente reconocer y nombrar distintos números (más allá del contenido del currículum) con relación a hechos relevantes de su clase, sino que además los ayuda a situarse y estructurar el tiempo (pasado, presente y futuro; día, semana, mes, año); a aplicar pequeños cálculos para resolver algunos interrogantes (cuanto falta para el cumpleaños de Joel); a comparar cantidades (días lectivos y festivos de cada semana) y a esperar con ilusión y comprensión temporal cualquier acontecimiento previsto. Este instrumento los ayuda a conocer, no sólo a hacer. Esto es así porque no es un texto impersonal (ficha) sino que es un texto altamente significativo para este grupo ya que se ha ido construyendo de forma colectiva y progresiva a lo largo del tiempo.

La educación matemática puede y debe contribuir tanto al desarrollo personal como a la socialización de los alumnos, y en particular, debe contribuir, a largo plazo, a la adquisición, por parte de los alumnos, de un conjunto de capacidades necesarias para actuar como ciudadanos competentes, activos, implicados y críticos. El logro de estas capacidades y finalidades no es en absoluto sencillo, y exige un tipo de enseñanza presidida por unas pautas generales coherentes con las ideas presentadas hasta el momento. El reconocimiento de situaciones matemáticas potencialmente significativas (Edo, 2004) y la creación de ambientes de participación y de resolución de problemas (Abrantes, 1996) es el camino para conseguir una adecuada educación matemática en las primeras edades.

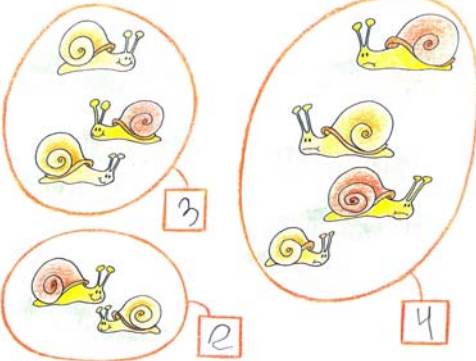
Pautas para una educación matemática escolar en las primeras edades

A continuación se especifican siete pautas relativas a la creación de situaciones didácticas que pueden conducir a una adecuada educación matemática en las primeras edades. Gran parte de estas pautas se basan en el trabajo de Onrubia y otros (2001) y han sido seleccionadas de entre las señaladas de forma más recurrente por la investigación psicoeducativa. Todas ellas han sido aplicadas en aulas de educación infantil y primaria y, analizadas por maestros en activo y teóricos de didáctica de la matemática en sesiones de formación permanente que yo misma he coordinado. En algunas pautas, se detallan datos de aula.

1. Contextualizar los aprendizajes matemáticos en actividades auténticas y significativas para los alumnos

La actividad matemática desarrollada en el aula debería tener sentido más allá de los contenidos matemáticos implicados. ¿Qué hacemos? ¿Por qué lo hacemos? ¿Dónde queremos llegar? ¿Qué queremos saber? ¿Qué queremos responder? ¿Qué deseamos hallar? Son algunos de los interrogantes que la clase debería poder responder con sentido y significado delante de cualquier tarea concreta.

A continuación se adjunta el resumen de una conversación realizada en un aula de infantil 4-5 años. La temática de la conversación se centra en una actividad matemática de editorial realizada por los alumnos.

 Imagen 3	¿Qué hacemos? Rellenar la ficha ¿Por qué lo hacemos? Para escribir números ¿Dónde queremos llegar? No sé ¿Qué queremos saber? Escribir números ¿Qué queremos responder? ¿Cuántos hay? ¿Qué deseamos hallar? Nada
---	--

Veamos ahora otro ejemplo de actividad gráfica realizada después de haber elaborado, cada alumno, una merienda en clase partiendo de una receta de cocina. En este caso se ha pedido a los alumnos que “expliquen” en una hoja los ingredientes necesarios para elaborar la receta con el objetivo que los padres la comprendan y puedan repetir, si quieren, la preparación de la merienda en casa.

A continuación se muestran dos producciones gráficas distintas de la misma tarea (todas las producciones del grupo son diferentes ya que el maestro no especifica como debe realizarse –dibujos, letras, números-, y cada alumno escoge e intenta aplicar los lenguajes que está aprendiendo para poderse comunicar).



Imagen 4



Imagen 5

Los ingredientes de la receta son: una galleta, un poco de Nocilla (crema de cacao) y cinco estrellitas (cereales).

Es interesante observar cómo aparecen los tres lenguajes que están aprendiendo simultáneamente (dibujos, letras y números). También conviene observar que, cuando la

tarea gráfica que se propone responde a una situación vivencial previa, con alto significado para los alumnos, éstos son capaces de utilizar una gran diversidad de recursos personales para llegar a comunicarse. ¿Debe preocuparnos que el “1” de la Imagen 4 esté invertido? A mi entender, no ¿Desde la matemática ésta es una buena producción? ¿Por qué? Es una buena representación ya que es uno de los pocos alumnos de esta clase que para indicar que se requieren “5” estrellitas, no siente la necesidad de dibujarlas todas. El alumno ya sabe que el “5” expresa la cantidad de estrellas a utilizar y no pierde el tiempo dibujándolas todas. Atribuye el significado matemático adecuado al signo utilizado.

Veamos el resumen de la conversación sobre esta tarea, realizada por la maestra Montserrat Estival, con su grupo de 5-6 años.

¿Qué hacemos?

Explicar lo que se necesita para hacer el platillo volante

¿Por qué lo hacemos?

Para llevarlo a casa y poder hacerlo con mamá y papá y la abuela...

¿Dónde queremos llegar?

A que mamá entienda lo que se necesita

¿Qué queremos saber?

Hacer la receta sin equivocarme

¿Qué queremos responder?

¿Qué necesitamos para hacer un platillo volante?

¿Qué deseamos hallar?

Una manera de explicar que los otros me entiendan. (Edo, 1997)

2. Activar como punto de partida el conocimiento matemático previo, formal e informal, de los alumnos

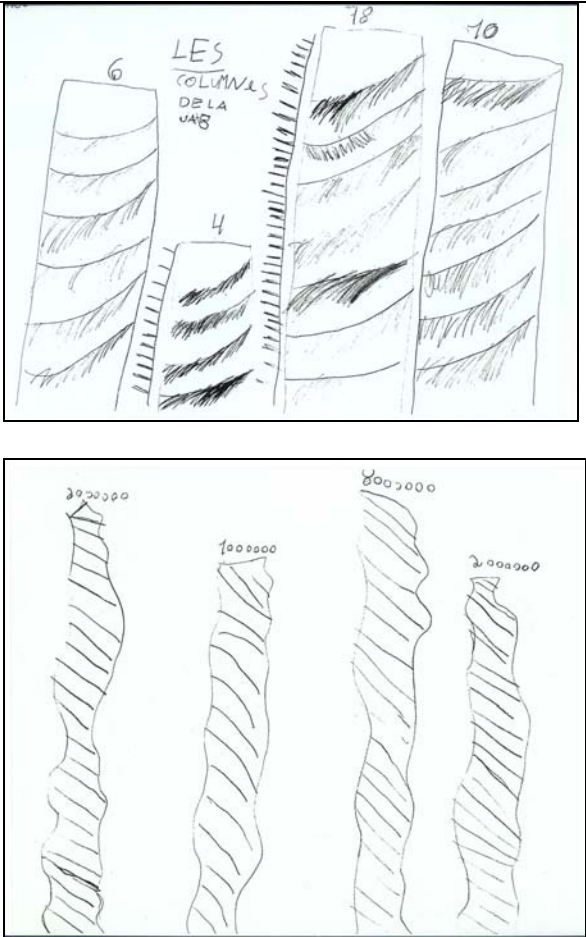
En la creación y gestión de situaciones matemáticas potencialmente significativas es necesario reconocer, potenciar y valorar los conocimientos informales de los alumnos, desde los que, el maestro puede plantear el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Los niños, al llegar a la escuela, ya poseen una amplia gama de conocimientos informales (Baroody, 1988) que incluyen nociones, habilidades y estrategias relativas a un amplio conjunto de aspectos, desde la numeración y el conteo hasta la resolución de problemas aritméticos, la organización y representación del espacio o la proporción, pasando por la planificación y la toma de decisiones sobre precios o compras. Sabemos, que estas nociones, habilidades y estrategias se desarrollan en el marco de la participación en situaciones y contextos específicos propios de la vida cotidiana fuera de la escuela. Aunque este conocimiento presenta, desde el punto de vista de las matemáticas como sistema formal, importantes imprecisiones y limitaciones, su recuperación es la base para una construcción adecuada de las matemáticas escolares. Los alumnos de primaria no siempre activan, ante las situaciones y problemas formales de las matemáticas escolares, su conocimiento previo relevante ni, inversamente, transfieren a contextos cotidianos las estrategias aprendidas en el contexto escolar (ver resultados PISA 2003). Por ello, las propuestas innovadoras actuales fomentan que los alumnos utilicen activamente en el aula su conocimiento matemático informal y sus formas personales de representación, de pensamiento y de resolución de problemas matemáticos (Onrubia y otros, 2001).

En la práctica es relativamente sencillo ayudar a los alumnos a hacer emerger sus conocimientos previos. De forma sistemática, antes de empezar algún tema, alguna explicación o algún proceso de búsqueda de respuesta deberíamos preguntar qué opinan,

qué se imaginan, qué intuición tienen los alumnos con relación al tema. A continuación se comparten, discuten y consensúan las ideas con el grupo. El hecho de formular hipótesis antes de buscar respuestas más formales, más racionales, más verificadas y consensuadas es la forma de activar los conocimientos previos de los alumnos. Así conseguimos que cada alumno se plantee un interrogante propio, que el nuevo conocimiento escolar se relacione con experiencias previas y que el nuevo contenido se integre en la red de conocimientos personales, convirtiéndose así en significativo y pueda ser empleado en nuevas situaciones. Veamos un ejemplo de segundo de primaria del Ceip Escola Bellaterra.



Cerca de la escuela han construido una escultura de Andrés Alfaro compuesta por cuatro columnas. Los alumnos se preguntan ¿Cómo son de altas? Los maestros piden: Explica cuanto crees que pueden medir. Antes de realizar ninguna explicación formal de unidades ni de instrumentos de medición.



3. Orientar el aprendizaje hacia la comprensión y la resolución de problemas

La tercera pauta, consecuencia de las anteriores, es la indicación de que la mejor manera de aprender matemáticas es en el seno de un contexto relevante de aplicación y toma de decisiones específicas. *“En este sentido, la resolución de problemas, y no tanto el aprendizaje estructural y poco contextualizado de la matemática, es el entorno que enmarca y da sentido al uso de la matemática en el ámbito escolar”* (Onrubia y otros, 2001, p.496).

La creación de situaciones potencialmente significativas desde la enseñanza y aprendizaje de la matemática, es decir, la creación de contextos en los que aparecen o se

crean interrogantes que la clase desea resolver, debería ser nuestro objetivo. En estas situaciones, los alumnos, gracias a la ayuda de su maestro, y a través de la confrontación de ideas entre iguales, pueden progresar añadiendo datos, habilidades y estrategias al conjunto de conocimientos consensuados por el grupo clase. Este proceso gradual se caracteriza por hacer emerger y utilizar los conocimientos previos de los alumnos, por mediar en la confrontación de criterios, opiniones e hipótesis, y por ayudar a buscar respuestas más allá del maestro como “autoridad cognitiva”. Este proceso, dirigido a resolver situaciones e interrogantes que el grupo clase ha escogido como relevantes es, hoy por hoy, la mejor forma de ayudar a los alumnos a avanzar matemáticamente hacia niveles cada vez más elevados de complejidad y de abstracción. El reconocimiento o creación de situaciones de aula potencialmente significativas (desde el pensamiento matemático), y la creación de ambientes de resolución de problemas debería generar el contexto adecuado para la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos (Abrantes, 1996).

Pero, para conseguir realmente un ambiente de resolución de problemas deberían cumplirse condiciones que acercaran los “problemas del aula” a los problemas matemáticos reales. En particular, parece necesario que sean problemas planteados y definidos por los propios alumnos, que supongan tareas contextualmente relevantes, que puedan abordarse y resolverse por métodos diversos, que permitan distintas soluciones y no necesariamente exactas y que compartan su finalidad de promover el aprendizaje de las matemáticas con finalidades extra-matemáticas de interpretación de la realidad o de actuación en ella (Barberá y Gómez-Granell, 1996).

4. No limitar ni jerarquizar en una secuencia única los contenidos matemáticos de aprendizaje

Esta visión de la enseñanza y el aprendizaje escolar implica una nueva concepción de jerarquía y secuencia de los contenidos matemáticos a aprender. Fuera del contexto escolar los alumnos no “aprenden” primero el “1” luego el “2”, más tarde el “3”, cuando ya han “asimilado” el “4”, empiezan a construir el concepto de “5” etc. Con relación a nuestro sistema de numeración los alumnos, desde infantil, intentan “comprender” cómo funcionan y cómo utilizan los adultos los números. Para ello van ensayando su lectura, escritura y función en distintos contextos y lo hacen con números y cantidades no consecutivas. Sin embargo en nuestros libros de texto los contenidos a aprender aparecen ordenados según la lógica de la materia. Siguiendo con el ejemplo: ficha del 1, ficha del 2, ficha del 3, etc. En cuanto a las operaciones: primero la suma, luego la resta, más tarde la multiplicación, después la división... Pero en contextos significativos los alumnos son capaces de enfrentarse a situaciones con números grandes que no “tocan” por currículum, y son capaces de resolver problemas de multiplicación y de división mucho antes de presentar los conceptos y los algoritmos correspondientes. Esto es así cuando se plantea la necesidad dentro de una situación con sentido y cuando los alumnos desean realmente encontrar una solución o resolver un interrogante. De hecho la enseñanza formal de cualquier contenido matemático debería ser posterior a un ensayo de búsqueda personal, aunque esta fuera muy informal.

5. Apoyar sistemáticamente la enseñanza en la interacción y la cooperación entre alumnos

La conversación, la búsqueda de acuerdos y la negociación de significados es uno de los pilares básicos de la educación matemática escolar. Esto implica una forma específica de diálogo y relación entre los integrantes del grupo. Los alumnos aprenden unos de otros y enriquecen sus miradas y concepciones a través de la confrontación de ideas y procesos de resolución. En este ambiente es válido conversar, discutir, admirar y

comparar producciones e ideas verbales y gráficas. Las formas de agrupación de los alumnos al realizar cualquier tarea deberían alternarse. Así, en ocasiones, discutimos y analizamos alguna situación en gran grupo, dando la maestra un modelo de proceso para llegar a acuerdos. En otras ocasiones, el tema a debatir o a resolver se cede a pequeños grupos de alumnos, que conjuntamente intentan encontrar una solución. Y, en otros momentos, se requiere la realización de una tarea de forma individual, que al finalizar se puede comparar y contrastar para analizar distintas formas personales de enfrentarse a una misma situación. Gran parte de las actuales propuestas innovadoras para la enseñanza de la matemática contemplan entre sus principios el aprendizaje cooperativo, asumiendo que la construcción del conocimiento matemático se produce a través de la interacción, la negociación y la colaboración, como vías para que los alumnos puedan convertirse en miembros competentes de una comunidad y cultura matemática.

Veamos un ejemplo del conocimiento compartido y consensuado, relativo al mundo numérico, en un determinado momento (tercer trimestre) de la clase de 1º de primaria de Carme Sentís.

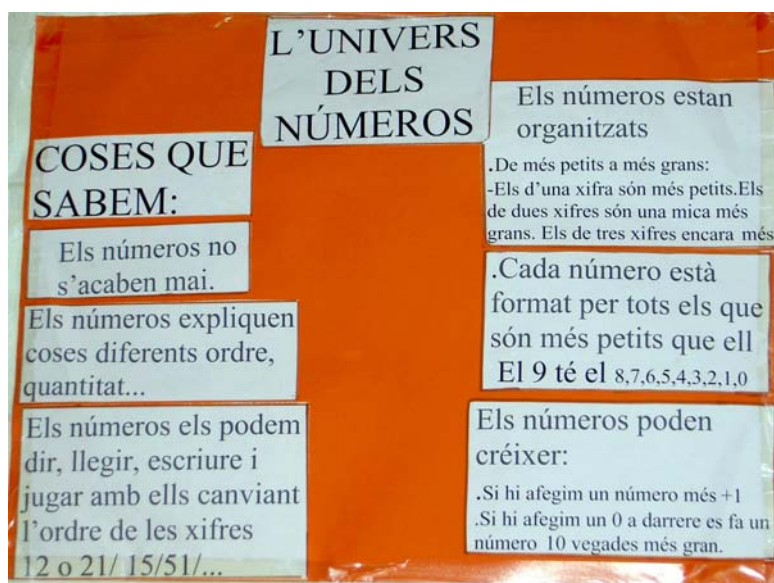


Imagen 6

Traducción Imagen 6: El universo de los números.

Cosas que sabemos:

Los números no terminan nunca.

Los números explican distintas cosas: orden, cantidad...

Los números se pueden: decir, leer, escribir y jugar con ellos cambiando el orden de las cifras 12 o 21/ 15 o 51...

Los números están organizados:

De más pequeño a mayor

Los de una cifra son más pequeños. Los de dos cifras son un poco mayores. Los de tres cifras todavía más.

Cada número está formado por todos aquellos que son más pequeños que él.

El 9 tiene el 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0

Los números pueden crecer.

Si añades un número más; +1

Si añades un 0 detrás se convierte en un número 10 veces mayor

6. Ofrecer a los alumnos oportunidades suficientes de comunicar experiencias matemáticas

La necesidad de ofrecer oportunidades a los alumnos para expresarse, con relación a su visión del tema que nos ocupa en el aula, es una parte esencial de la actividad matemática escolar. Esta visión de la educación matemática en infantil lleva implícita una forma de entender la importancia del grupo, de cada sujeto que forma parte de este grupo y de las formas de relación y comunicación en su seno. En el diálogo que establecen los integrantes del grupo aparecerán hipótesis (correctas e incorrectas), que nunca se interpretaran como errores, sino como muestras de un intento personal de búsqueda de significado. Estas hipótesis deben confrontarse con las de otros compañeros y aquí aparece la necesidad de argumentar, revisar mi propia visión, demostrar, buscar más información, contrastar, etc., y de esta forma se llega a la necesidad social y cognitiva de establecer acuerdos y negociar significados. Esta forma de trabajar en clase debe ser explícita y conocida por todos. Cualquier alumno puede opinar y nunca su intervención va a ser valorada negativamente ni ridiculizada. Cualquier alumno puede rebatir y argumentar una opinión distinta y esto no debe ser causa de malestar. Cualquier alumno puede plantear interrogantes y explicitar dudas que nos pueden ayudar a avanzar. Todas estas intervenciones mencionadas, y otras tantas, no sólo son adecuadas sino que además el mediador del grupo, el maestro, debe valorarlas y potenciarlas mostrando su pertinencia y adecuación en el quehacer del aula. La actividad matemática escolar, desde la perspectiva sociocultural, contiene ciertas prácticas y géneros discursivos, ciertas formas de habla y de razonamiento propias de la disciplina (conjeturar posibles soluciones, discutir y argumentar soluciones alternativas, explicar y justificar el proceso empleado para la obtención de una determinada solución, etc.). Consecuentemente, la educación matemática pasa por aprender a “hablar de matemáticas”.

7. Atender los aspectos afectivos y emocionales implicados en el aprendizaje y el dominio de las matemáticas

En el proceso de educación matemática no están implicadas únicamente capacidades de tipo cognitivo, sino también de carácter emocional. El clima, el ambiente, las relaciones interpersonales que se crean dentro del aula pueden llegar a ser determinantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este sentido Bach y Darder (2002, p.27) proponen “Debemos hacer un giro de ciento ochenta grados, esto implica dar más importancia a la resolución de problemas de relación entre las personas, para luego estar en mejor disposición para resolver problemas de matemáticas”. Efectivamente, la interacción es la base de la relación educativa. Representa el modelo inicial de formación de la persona humana. El alumno en la escuela, crece, se conoce, conoce a los demás y la realidad que lo rodea, gracias a los otros y, especialmente, gracias al soporte intencional, afectivo y racional de sus maestros. Por ello, es necesario establecer interacciones personales sólidas y cálidas dentro de cada grupo. La educación formal incide en las dimensiones afectivas a través de las vivencias de los maestros y de los alumnos. En las situaciones de enseñanza y aprendizaje, los alumnos deben adquirir conocimientos, pero desde el entusiasmo y hacia la satisfacción; deben establecerse relaciones personales, pero desde la comprensión y la honestidad y hacia el placer del trabajo conjunto. Los alumnos no son recipientes a rellenar de ciencia, ni los maestros son instrumentos para llenarlos. Unos y otros son personas con emociones que quieren vivir y compartir, y por encima de todo, quieren ser reconocidos y aceptados por los demás. Por tanto, lo realmente importante es la relación que se establece entre los integrantes del grupo, y esta interacción será educativa –para unos y para otros- si se colabora en proyectos comunes y se ayudan

entre ellos, porque de esta forma pueden ser conscientes de sus metas comunes. La actitud del maestro es esencial ya que se educa emocionalmente desde las emociones mostradas. Educar con una actitud emocionalmente sana implica, según Bach y Darder (2002), mostrar una actitud vital: relajada y receptiva; cálida y cercana; honesta y dignificante; responsable y comprometida; voluntariosa y flexible. Con relación al aprendizaje de los alumnos, afirman que no hay aprendizaje significativo por el mero hecho de que exista actividad y que ésta se integre estructuradamente en el plano cognitivo; sino que habrá aprendizaje significativo cuando la actividad sea fruto de la emoción y genere emoción. Es decir, cuando se establezca algún tipo de vínculo afectivo con aquello que estamos haciendo o conociendo.

A modo de conclusión

Existen otras formas posibles de enseñar y aprender matemáticas en el aula de educación infantil y primaria más allá de la mera instrucción de técnicas y procedimientos mecánicos que el alumno ha de aplicar. La propuesta presentada pasa por orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje hacia la educación matemática con el objetivo de ayudar a los alumnos a desarrollar una comprensión mayor y una conciencia crítica de cómo y cuándo emplear cualquier contenido matemático. Y, de otra parte debe contribuir a largo plazo, a la adquisición, por parte de los alumnos, de un conjunto de capacidades necesarias para actuar como ciudadanos competentes, activos, implicados y críticos. Una parte importante de esta educación matemática pasa por implicar a los alumnos en situaciones y contextos relevantes, es decir, en situaciones potencialmente significativas social, cultural y matemáticamente. Estas situaciones, vinculadas a las rutinas diarias o a proyectos del aula, tendrán sentido por ellas mismas y generarán interrogantes que los alumnos, con la ayuda del maestro, y con la colaboración de los compañeros intentarán resolver. La educación matemática, tal y como la hemos planteado, incluye de forma indisoluble el hacer, el conocer y el sentir de los alumnos y del maestro, es decir, del grupo que trabaja conjuntamente para conseguir un objetivo común.

Bibliografía

- Abrantes, P. (1996). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8, 7-18.
- Bach, E., & Darder, P. (2002). *Sedueix-te per seduir. Viure i educar les emocions*. Barcelona: Edicions 62.
- Barberá, E., & Gómez-Granell, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y evaluación en matemáticas. En C. Monereo y I. Solé (Eds.) *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista*. (pp. 383-404). Madrid: Alianza.
- Baroody, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Aprendizaje/Visor.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Coll, C. (1989). *Conocimiento psicológico y práctica educativa*. Barcelona: Barcanova.
- Coll, C. (2001). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi, (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación, 2: Psicología de la educación escolar* (pp.157-186). Madrid: Alianza.
- Colomina, R., Onrubia, J., & Rochera, M. J. (2001). Interactividad, mecanismos de influencia educativa y construcción del conocimiento en el aula. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar* (pp. 437-458), Madrid: Alianza.

- Edo, M. (1997). Fer matemàtiques a l'educació infantil. *Infància*, 99, 18-21.
- Edo, M. (2000). Mundo Matemático. Formas en el espacio. En M. Antón y B. Moll, (Eds.), *Educación infantil. Orientación y recursos (0-6 años)* (pp. 301-409). Barcelona: CISSPRAXIS.
- Edo, M., & Revelles, S. (2004). Situaciones matemáticas potencialmente significativas. En M. Antón y B. Moll, (Eds.), *Educación infantil. Orientación y recursos (0-6 años)* (pp. 410/103-410/179). Barcelona: CISSPRAXIS.
- Lladó, C., & Jorba, J. (1998). L'activitat matemàtica i les habilitats cognitivolingüístiques. En J. Jorba, I. Gomez y A. Prat (Eds.), *Parlar i escriure per aprendre* (pp. 255-280). Barcelona: ICE-UAB.
- Ministerio de Educación y Ciencia. (2004) *Aprender para el Mundo de Mañana. Resumen de Resultados. PISA, 2003*. Madrid: INCE
- Onrubia, J., Rochera, M. J., & Barberá, E. (2001). La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar* (pp. 487-508). Madrid: Alianza Editorial.

SIGUE LOS DICTADOS DE TU MENTE...LEE MATEMÁTICAMENTE. PROYECTO KOVALEVSKAYA

Margarita Marín Rodríguez (Coordinadora)
Universidad de Castilla La Mancha
Margarita.Marin@uclm.es

"...Le sorprende que yo trabaje simultáneamente en Literatura y Matemáticas... A mi me parece que el poeta debe ser capaz de ver lo que los demás no ven, debe ver más profundamente que otras personas. Y el matemático debe hacer lo mismo."
Sofía Kovalevskaya

...Érase una vez una profesora entusiasta de las matemáticas cuya ilusión era disfrutarlas en clase con sus alumnos. Una tarde, preparando la clase siguiente de tópico el sistema de numeración decimal, exclamó: "¡Otra vez estos contenidos! Con el diseño curricular en espiral todos los años repito lo mismo y añado un poquito más; pero... ¿cómo podría sorprender a mis chicos con algo nuevo para que superen el ¡seño! esto ya lo sabemos, no vamos a repetir otra vez, ¿verdad?"
De repente se acordó de aquella tarde en la librería, en la sección de libros infantiles y juveniles. "¡Ya está!", pensó, "sólo tengo que introducir en el aula a Charlie y Alicia¹ y que ellos se encarguen de sorprender reflexivamente a los alumnos con las características fundamentales del sistema: posicional, decimal y concepto del cero".
Y dicho y hecho, al día siguiente apareció en el aula con la novela y, ante la curiosidad de todos ¿una novela en clase de matemáticas?, leyó completo el capítulo 1º, lo que motivó una fuerte discusión a partir de determinados párrafos, más la petición de bastantes alumnos de la novela completa para seguir leyendo en su casa.
Y, una vez conseguido el objetivo, colorín colorado este motivador cuento se ha acabado.

SURGE EL PROYECTO.-

Debido a situaciones como la descrita en las que habíamos constatado el valor de los *recursos literarios* en el aula de matemáticas como causantes de una alta motivación y favorecedores del aprendizaje, a la vez que facilitan una enseñanza interdisciplinar, globalizada, comprensiva y con tratamiento de la diversidad, decidimos proponer esta investigación: Proyecto Kovalevskaya en honor a la matemática rusa que trabajó tanto

¹ Personajes del relato "Malditas matemáticas. Alicia en el País de los números" de C. Frabetti (2000)

en Matemáticas como en Literatura, cuyo campo de actuación sería el Tercer Ciclo de Educación Primaria, en la asignatura de Matemáticas y con el siguiente objetivo:

Fomentar y/o mantener la actitud positiva y motivación hacia las matemáticas, y por ende su repercusión en el aprendizaje significativo de los contenidos concretos de curso, mediante la utilización de recursos literarios que permiten presentar la matemática como un producto cultural de su época, entroncada en la sociedad y siendo utilizada por ésta fundamentalmente como medio de comunicación y de comprensión, explicación y control del entorno, con una estrategia de aula de estilo heurístico.

Esta investigación educativa, cuyas partes más significativas se recogen en esta ponencia, ha sido realizada durante los cursos académicos 2003/2004 y 2004/2005 en las aulas de 5º y 6º de Primaria de los colegios públicos Alcalde Cruz Prado y Alcalde José Maestro de Ciudad Real, subvencionada por la Junta de Comunidades de Castilla La Mancha dentro del IV Convenio con la Universidad del mismo nombre.

El equipo investigador, coordinado por la autora, ha estado formado por los profesores M^a Josefa Calvo, José Luis Carlavilla y Juan Lirio de la Universidad de Castilla La Mancha y M^a Luisa Asensio, Agustina García de Mateos y Amparo Galiana de los colegios citados.

SUPUESTOS GENERALES.-

Partimos de la confluencia de tres hechos significativos:

1º alto fracaso escolar en matemáticas, motivado fundamentalmente por una actitud negativa hacia la materia manifestada principalmente a partir de los 11 años.

2º influencia de la motivación y la actitud en la consecución de aprendizajes significativos.

3º cambio en el enfoque de la concepción del corpus matemático de deductivo y formalista a inductivo y heurístico.

que nos llevan a la búsqueda de una metodología adecuada en la que los criterios de elección y organización de *estrategias y recursos* cobren relevancia, por ser mediadores del aprendizaje matemático.

La influencia de la actitud como una de las variables más influyentes en el fracaso escolar matemático ha sido estudiada por diversos autores a lo largo de dos décadas (Auzmendi, 1992; Cockcroft, 1985; Gairín, 1987; Gómez-Chacón, 2000; Mialaret, 1986). Además, de acuerdo con Novak (1998) somos conscientes de que la motivación y la actitud, entre otras variables, son requisitos claves en el acto de aprender de forma significativa. Para conseguirlas en nuestras aulas de matemáticas debemos disponer de un amplio bagaje de recursos y estrategias que incorporen contenidos matemáticos presentados de una forma altamente motivadora para el alumnado. Uno de estos recursos son cuentos y novelas sobre o con contenidos matemáticos, de los que disponemos cada vez más publicaciones en lengua castellana, sobre todo a raíz del 2000, Año Mundial de las Matemáticas.

Por otra parte, a partir de estudios concretos como los de Lakatos (1978) se propugna el cambio del enfoque formalista o deductivista de las matemáticas por un enfoque más inductivo y heurístico, concepción que ya recogía y alentaba la LOGSE. En esta línea, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991) propone la concepción y enseñanza de las matemáticas en cuatro aspectos fundamentales: las matemáticas como razonamiento, las matemáticas como resolución de problemas, las matemáticas como comunicación y las conexiones matemáticas; aspectos que están completamente interrelacionados entre sí. Igualmente, tanto Lakatos, como la LOGSE y el NCTM

propugnan la utilización de una metodología de aula más activa y participativa que permita realmente al aprendiz construir su propio conocimiento matemático.

Con estas premisas de partida, quisimos comprobar la bondad del binomio "*relatos literarios con contenido matemático + estrategias heurísticas de aula*" sobre la motivación inicial y continuada del alumno, tanto a la lectura en general como a la lectura de textos matemáticos, trabajar los contenidos matemáticos en sus cuatro aspectos básicos descritos y fomentar una actitud positiva en el aprendiz hacia nuestra materia. En consecuencia, este tipo de metodología creemos que favorece en mayor medida la funcionalidad del aprendizaje matemático y en consecuencia su aplicación a la vida real. Entendemos, por tanto, que de esta manera conseguimos el objetivo último que como docentes perseguimos: la autonomía en el aprendizaje del alumnado.

DISEÑO Y REALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.-

***Buscamos los textos.**

Desde el principio fuimos plenamente conscientes de que la clave para conseguir el objetivo de la investigación era la elección correcta de textos literarios para las aulas de 5º y 6º de Primaria, ya que, a la vez, tenían que ser atractivos, cautivadores, de lectura comprensible para alumnos de 10 y 11 años, y contener aspectos matemático ligados a los currícula de sendos cursos.

Nosotros entendemos "texto literario" en un amplio sentido ya que puede ser desde una cita de un autor que provoque la reflexión matemática, a un capítulo o libro completo, o un pequeño relato escrito ex profeso por algunos de los participantes. El criterio de selección es que aparezcan en el mismo contenidos del programa de matemáticas de 5º ó 6º de Primaria.

Decimos articular estos textos con los currícula matemáticos mediante **Tareas matemático - literarias**, ya que las tareas escolares son por una parte elementos mediadores del aprendizaje de los alumnos y por otra crean microcontextos de aprendizaje al provocar procesos de aprendizaje determinados. Cada tarea está perfectamente definida y delimitada por unas variables que Gimeno (1988) y otros autores denominan dimensiones de las mismas; entre ellas caben destacar los *contenidos* a enseñar y aprender con la tarea, los *materiales* con los que se cuenta para ello, las *actividades* concretas que se proponen para conseguirlo, los *procesos de aprendizaje* desencadenados en la realización de la tarea y las *condiciones organizativas* necesarias para el desarrollo de la misma.

Cada tarea matemático - literaria consiste en la lectura comprensiva desde los aspectos matemáticos y literarios de un texto, la discusión en pequeño y gran grupo de las ideas extraídas del mismo en el aula, y la realización escrita de una actividad en la que se refuerzan tanto los contenidos matemáticos presentados en contexto en el texto como el estímulo de la imaginación y creatividad en las propuestas literarias.

Estas tareas han sido utilizadas en el aula como *tareas de*:

- > *iniciación y motivación* al estudio comprensivo de los contenidos curriculares,
- > *profundización* con la actividad escrita de la misma,
- > *repaso* para trabajar los contenidos explicados en un contexto concreto y apreciar el valor de las matemáticas en la resolución de situaciones problemáticas reales.

Así mismo, preparamos otros textos complementarios para poder saciar el "apetito intelectual" de aquellos alumnos que lo demandasen, con el fin de atender la diversidad existente en las aulas.

Como los contenidos conceptuales de cada tarea son los pertinentes a los currícula matemáticos de estos cursos, pusimos el acento en los *contenidos procedimentales* y

actitudinales que cobran absoluta relevancia en nuestra tarea matemático - literaria, ya que a través de los *procesos* de lectura, comprensión y análisis del texto, extracción de los aspectos matemáticos y su significado dentro del contexto narrado, puesta en común y deliberación conjunta de las ideas, es cuando el aprendiz aprende a valorar las matemáticas tanto por su significado social como por el interés y la fascinación que han despertado en hombres y mujeres a lo largo de la historia, influyendo por tanto en su actitud y motivación hacia su estudio.

***Diseñamos la metodología investigadora.**

Nuestra estrategia investigadora se ha realizado elaborando un diseño en el que combinamos tanto las técnicas propias de la etnografía con la reflexión sobre la propia acción. Es decir, el *modelo de investigación* utilizado, debido a las características propias del trabajo, ha sido básicamente *cualitativo* por la naturaleza de los interrogantes a investigar difícilmente observables y que necesitamos interpretar a partir de las acciones e interacciones humanas, teniendo además la recogida de datos y realizando a partir de ellos los constructos teóricos que se evidencien (teoría fundamentada en los datos de Glaser y Strauss 1967).

Los instrumentos de recogida de datos han sido de carácter multimodal, en concreto hemos empleado: a) la observación directa realizada por los profesores a pie de aula; b) la elaboración de cuestionarios de evaluación diseñados expresamente por el equipo investigador para docentes y alumnado participantes; c) el análisis de la actividad escrita del alumnado; y d) entrevistas personales. Posteriormente el análisis ha sido realizado fundamentalmente por la coordinadora y triangulado por el resto de los miembros del equipo.

***Recogemos los datos iniciales.**

En septiembre de 2003 pasamos a los alumnos participantes, en aquel entonces en 5º de Primaria, un cuestionario elaborado para la ocasión con el que intentábamos averiguar el grado de motivación y actitud hacia las matemáticas.

Del cuestionario compuesto por 14 ítems presentamos los porcentajes de las respuestas a las preguntas primera y segunda que son respectivamente:

- 1.- Las matemáticas me parecen (*elige todas aquellas respuestas que mejor expresen tu opinión*):

. divertidas	. difíciles	. un rollo
. horribles	. fáciles	. interesantes
- 2.- La clase de matemáticas me pone (*elige todas aquellas respuestas que mejor expresen tu opinión*):

. triste	. contento/a	. indiferente
. nervioso/a	. aburrido/a	. preocupado/a

	1ª Pregunta						2ª Pregunta					
	Divertidas	Difíciles	Un rollo	Horribles	Fáciles	Interesantes	Triste	Contento	Indiferente	Nervioso	Aburrido	Preocupado
C.P. Cruz Prado	60%	40%	20%	24%	52%	64%	12%	52%	14%	24%	32%	16%
C.P. José Maestro	56%	40%	12%	4%	52%	84%	0%	84%	12%	44%	8%	16%

A la vista de estos resultados y los correspondientes a las doce preguntas restantes dedujimos que, en ambos colegios, la mayoría de la clase tenía una actitud positiva

hacia las matemáticas y disfrutaba con su clase. Por lo que teníamos como reto mantener, por lo menos, esta actitud positiva y a ser posible aumentarla.

*** Realizamos la investigación**

A lo largo de estos dos cursos académicos hemos observado la evolución matemática de los alumnos participantes y la nuestra como preparadores de las tareas matemático-literarias. Los profesores universitarios, ayudados por las docentes de los centros, fuimos perfeccionando nuestro léxico y expresión escrita en las actividades propuestas; consensuadamente decidimos acortar y adaptar los textos centrándolos en los aspectos matemáticos más importantes, y por último se realizó la labor de que fuesen los mismos alumnos los que inventasen el texto y la actividad a partir de un contenido concreto, como ocurrió con la actividad dedicada al "ángulo de deriva" elaborada por los alumnos de 6º de Primaria.

En noviembre de 2003 el escritor Carlo Frabetti, autor de bastantes libros propuestos como lectura en nuestra investigación, visitó los centros invitado por la Coordinadora. Este hecho fue muy significativo para el alumnado participante que, debido al coloquio mantenido con el autor, comprendieron cómo un matemático podía escribir novelas, desmitificando la idea popular de que los matemáticos son seres que viven exclusivamente en un mundo cerrado de ideas matemáticas. Igualmente, a raíz de esta visita se intensificó la lectura de los libros de este autor independientemente de que fuesen trabajados en las tareas.

Así mismo, los profesores universitarios preparamos dos materiales de apoyo para nuestras compañeras docentes de los colegios. El primero sobre el tipo de metodología a aplicar en la investigación y los indicadores adecuados a tener en cuenta para observar los cambios producidos y el segundo sobre pautas metodológicas para poner en práctica las estrategias de estilo heurístico recomendadas.

*** Recogemos resultados**

A lo largo de toda la investigación las docentes de los colegios informaban en cada una de las reuniones mantenidas sobre la aceptación, realización y consecución de aprendizajes con las tareas del momento, lo que nos permitió perfeccionar tanto las tareas a proponer como la metodología heurística de aula en las sesiones de implementación.

De sus **informes finales** destacamos los siguientes párrafos:

Docentes del C.P. Alcalde José Maestro:

- en líneas generales el trabajo realizado y los resultados obtenidos han sido buenos y gratificantes para el alumnado
- el grado de **motivación** alcanzado por los alumnos/as ha sido positivo, de tal forma que aprender mediante la observación directa de la vida real, los textos literarios y los ejercicios realizados, hacen que comprendan que las Matemáticas están al alcance de todos.
- consideramos que el temor y respeto que imponen las matemáticas, tal y como se han venido realizando siempre, ha descendido.
- los niños con dificultades en su **aprendizaje** matemático, aunque las siguen teniendo, han mejorado su participación con el empleo de estos recursos y esta metodología.
- el resto del alumnado ha aumentado su comprensión y le ha gustado la idea de poder elaborar ellos mismos fichas relacionadas con los conceptos matemáticos que tenían que trabajar.
- **valorar las Matemáticas** como un juego ha supuesto una pérdida de tabúes que estaban en nosotros desde que éramos pequeños.

- a base del **diálogo** comprendíamos la estrecha relación de las Matemáticas con el Lenguaje. A todos nos gustaban y los mismos niños llegaban a proponer otras historias para aprenderlas de forma más rápida y divertida.
- Quizás nos ha faltado tiempo para dedicarle más atención a este aspecto ya que nos vemos condicionadas a terminar las unidades del **libro de texto** en un tiempo límite.
- Si tuviésemos la posibilidad de ser más flexibles con dicho libro y tener la libertad de enseñar con este nuevo método de investigación, estamos seguras de que los alumnos/as estarían más motivados para desear aprender y sus resultados académicos serían mejores.

Terminan su informe con la siguiente **conclusión** (respetamos su formato):

ES UN PROYECTO PERFECTAMENTE VÁLIDO PARA IMPLANTARLO EN UN CENTRO QUE NO ESTÉ CONDICIONADO POR EL LIBRO DE TEXTO.

Docente del C.P. Cruz Prado

La responsable de aula recoge en su informe las opiniones de sus alumnos expresadas públicamente en “una charla informal” mantenida entre todos:

-> Más del 50% de la clase dice que se ha divertido con el trabajo.

-> El mismo porcentaje piensa que les ha servido para aprender.

-> Un 25% dice que les ha servido para pensar y razonar.

-> Un 10% opinan que: “ahora me gustan más las matemáticas”, “han servido para aumentar mi imaginación”, “he visto que con las Matemáticas también se puede jugar”, “leer libros me ha gustado mucho”, y “he aprendido lo importante que son las Matemáticas”.

-> Dos alumnas expresan bastante bien el sentir general en la siguiente frase: “*me ha servido para ver que las matemáticas sirven para más cosas de las que pensaba, como por ejemplo para escribir libros*”.

Independientemente del cambio experimentado respecto a las Matemáticas, **los alumnos se han interesado enormemente por la lectura de libros literarios matemáticos** utilizados en el Proyecto. Hecha una pequeña encuesta en el aula, se han obtenido los siguientes datos:

? todos los alumnos han leído al menos 1 libro

? 5 alumnos han leído 2 libros

? 6 alumnos han leído 3 libros

? 3 alumnos han leído 4 libros

? 2 alumnos han leído 5 libros

Los tres títulos que más les han gustado son por este orden:

? Malditas Matemáticas

? La magia más poderosa

? Ulrico y las puertas que hablan

todos del autor Carlo Frabetti.

En **conclusión** según las palabras de la propia profesora: “*Por todo esto pienso que el trabajo (aparte de lo interesante, enriquecedor e innovador que a mi me ha resultado) ha sido muy positivo para los alumnos, pues se han conseguido una serie de objetivos variados y muy interesantes*”.

De las **entrevistas** realizadas tanto a finales del curso 2003/2004 como del 2004/2005 a una muestra aleatoria de alumnos de ambos colegios es digno de destacar cómo las respuestas de estos alumnos y alumnas reflejan claramente la influencia positiva en ellos del Proyecto y cómo utilizarían los textos con otras personas a causa de la satisfacción que les han producido su lectura y la realización de la actividad en la que aparecen los juegos matemáticos. Igualmente de sus respuestas pudimos concluir que la mayoría de

los chavales de esta edad ven la necesidad del saber matemático por su valor utilitario y conectan perfectamente los contenidos reglados con aspectos de la vida cotidiana.

Para realizar el análisis de **la actividad escrita del alumnado**, recogida en 15 fichas de trabajo elaboradas en 5º curso y 9 de 6º curso hasta el mes de abril fecha del informe final, nos basamos en las siguientes *categorías previas*: motivación y actitud, conexiones y comunicación matemática. Con ellas pretendemos analizar la influencia de los recursos y la estrategia heurística de aula, cumpliéndose o no nuestras hipótesis de trabajo.

Además, debemos señalar que, una vez analizado todo este corpus escrito, surge con fuerza como *categoría emergente* la creatividad en el alumnado. Esta última se produjo fundamentalmente a partir de la tarea nº 9 de 5º de Primaria cuando ajustamos el diseño de la ficha a las sugerencias realizadas por las docentes de aula. Mediante preguntas atractivas y sugerentes intentamos estimular la creatividad de los aprendices, sobre todo en las conexiones literarias, y se ha conseguido.

En resumen, con los datos recogidos de la actividad escrita podemos deducir que se ha conseguido en el alumnado una motivación continuada a lo largo del curso, se ha logrado una comunicación escrita matemática y se han hecho conexiones con lengua, literatura y educación en valores y esencialmente matemáticas y entorno real, así como un aumento de su creatividad artística y literaria en las respuestas.

Por último, volvimos a pasar el mismo **cuestionario** inicial por las aulas para comprobar si había cambio en los porcentajes de los ítems más significativos en nuestra opinión. Y los datos obtenidos para las preguntas primera y segunda superiormente indicadas han sido:

	1ª Pregunta						2ª Pregunta					
	Divertidas	Difíciles	Un rollo	Horribles	Fáciles	Interesantes	Triste	Contento	Indiferente	Nervioso	Aburrido	Preocupado
C.P. Cruz Prado	60%	24%	16%	0%	56%	56%	4%	48%	24%	45%	36%	16%
C.P. José Maestro	37,5%	28%	34%	12,5%	31,25 %	47%	0%	31%	43,7%	31,2%	19%	9,5%

Si comparamos esta tabla con la que muestra los porcentajes iniciales observamos que los porcentajes obtenidos en las preguntas primera y segunda relativas a la actitud y motivación hacia las matemáticas han descendido sensiblemente respecto a los resultados obtenidos en 5º de Primaria, sobre todo en el C.P. José Maestro.

Sin embargo, estos datos entran en contradicción con los obtenidos por los otros tres medios y nos obliga a buscar explicaciones. La primera está en la "variable profesor" siempre latente en cualquier experiencia educativa. En 5º de Primaria se cambia de profesor con el paso de ciclo y éste acompaña al grupo hasta que finaliza 6º, por lo tanto lo primero es una adaptación a dicho docente. La segunda es que en estas preguntas se pide la opinión general sobre las matemáticas y la clase a lo largo de todo el curso, no son específicas como fueron las preguntas hechas en las entrevistas sobre las tareas. Y la tercera está en que cualquier trabajo continuado y que exija esfuerzo produce rechazo en los alumnos menos constantes.

CONCLUSIONES.-

Después del análisis y valoración de los datos recogidos a lo largo y final de la investigación educativa con todo detalle y que no se han recogido al completo en esta ponencia, podemos escribir las siguientes conclusiones:

- a) El empleo de recursos literarios como material didáctico de aprendizaje matemático ha potenciado la lectura y preguntas matemáticas relativas al texto en todos los casos, a la vez que aumenta la comprensión de los conceptos matemáticos contemplados en dicho texto.
- b) Igualmente la utilización de estos recursos literarios ha permitido sentar las bases para un buen aprendizaje matemático: a) conexión de la materia con la realidad, b) valoración de las matemáticas para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana, c) alta motivación para realizar los quehaceres matemáticos y buena actitud hacia la misma
- c) La utilización de estos recursos modifica el ritmo de trabajo y el clima de la clase: el alumnado participa con más preguntas y cuestiones sobre la lectura, con el consiguiente alargamiento del tiempo dedicado a matemáticas en el horario.
- d) El alumnado participante ha aumentado su motivación hacia la lectura en general y los libros de contenido matemático de la biblioteca de aula en particular en diverso grado.
- e) Debido a que el aprendizaje en esta etapa Primaria independientemente de los recursos empleados está mediado por el profesor, se detecta perfectamente una gran motivación, creatividad magnífica y disfrute con la tarea matemática en las respuestas de los alumnos y alumnas cuya maestra han utilizado las estrategias heurísticas recomendadas en el Proyecto.
- f) La petición de las maestras de cursos de perfeccionamiento de actualización científica y didáctica en matemáticas para aprender a enseñar de una forma diferente, al estilo de la propuesta en el Proyecto Kovalevskaya que ha supuesto un cambio de mentalidad en su estilo docente.

Por tanto se ha conseguido el objetivo fundamental del Proyecto a la vez que se ha potenciado la capacidad lectora del alumnado y en las maestras participantes se ha iniciado un debate sobre la necesidad de un cambio conceptual en su metodología.

Para terminar quisiéramos invitar a todos a introducir los recursos literarios en las clases y disfrutar con los debates suscitados a partir de los mismos ya que, como bien dice Martin Gardner, *"Es parte del lento y doloroso reconocimiento por parte de los educadores de que los estudiantes aprenden mejor cuando están motivados mejor. Las matemáticas nunca han sido aburridas, aunque con demasiada frecuencia han sido enseñadas de la forma más aburrida posible."*

BIBLIOGRAFÍA.-

- AUZMENDI, E. (1992): *Las actitudes hacia la matemática/Estadística de las Enseñanzas Medias y Universitarias*. Mensajero: Bilbao.
- COCKCROFT, W.H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan*. MEC: Madrid
- GAIRÍN, JM. (1987): *Las actitudes en educación. Un estudio sobre educación matemática*. PPU: Barcelona.
- GIMENO SACRISTÁN, J. (1988): *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Morata: Madrid
- GLASER, B.G., STRAUSS, A.L. (1967): *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Aldine: Chicago

- GOETZ, J.P. Y LECOMPTE, M.D. (1988): *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Morata: Madrid
- GÓMEZ CHACÓN, I.M. (2000): *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea: Madrid
- GOÑI, J. M^a. (Coord.) (2000): *El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI*. Graó: Barcelona
- LAKATOS, I. (1978): *Pruebas y refutaciones*. Alianza: Madrid.
- LIRIO, J. (2001): *Cuentos para las transversales en Primaria*. Editorial CCS: Madrid
- MARÍN, M. (1999): <<El valor del cuento en la construcción de conceptos matemáticos>>. *Números*, nº 39, septiembre 1999, pp. 27-38
- (2003): <<Cuentos para aprender Matemáticas>>. ACTAS III Jornadas Provinciales de Matemáticas, Editadas por la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid, Madrid, pp.89-102
- (2005): <<Sorbos literarios para la reflexión matemática>>. ACTAS XI Jornadas sobre le Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Editadas por la Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias.
- MARÍN, M.; LIRIO, J.; PORTAL, E. (2005): <<Contar las Matemáticas para enseñar mejor. Taller matemático literario>>. ACTAS XI Jornadas sobre le Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, Editadas por la Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias.
- MASON, J. et al. (1988): *Pensar matemáticamente*. Labor-Mec: Barcelona.
- MIALARET, G. (1986): *Las matemáticas, cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Visor: Madrid.
- NCTM (1991): *Estándares curriculares y de educación matemática*, S.A.E.M. THALES: Sevilla.
- NOVAK, J. D. (1998): *Conocimiento y aprendizaje*. Alianza: Madrid.

ANEXO

6° DE PRIMARIA: Tarea matemático literaria nº 1

El texto de trabajo:

TAREA matemático - literaria nº 1
6° de Primaria

TEXTO: "El cero, el uno y el dos" en "Yo soy el cero", L. Balbuena Castellano, Revista NÚMEROS, nº 2, pp. 61-65

EL CERO, EL UNO Y EL DOS

Graves autores contaron
que en el país de los ceros
el uno y el dos entraron
y desde luego trataron
de medrar y hacer dinero.

Pronto el uno hizo cosecha,
pues a los ceros honraba
con amistad muy estrecha,
y, dándoles a derecha,
así el valor aumentaba.

Pero el dos tiene otra cuerda:
¡todo es orgullo maldito!
y con táctica tan lerda
los ceros pone a la izquierda
y así no medraba un pito.

En suma: el humilde uno
llegó a hacerse millonario
mientras el dos importuno,
por su orgullo cual ninguno
no pasó de perdulario.

La actividad escrita del alumno:

TAREA matemático - literaria nº 1
6º de Primaria

TEXTO: "El cero, el uno y el dos" en "Yo soy el cero", L. Balbuena Castellano, Revista NÚMEROS, nº 2, pp. 61-65

ALUMNOS/AS:

FECHA:

Una vez leído el texto individualmente o en grupo, reflexiona sobre los siguientes aspectos, escribiendo tus conclusiones:

1º Representa esta poesía sobre las cifras 0, 1 y 2 en un cómic con tantas viñetas como consideres necesarias utilizando para ello el anverso de este folio.

2º a) Ahora vas a enviar un mensaje en clave a tu mejor amigo o amiga utilizando la técnica de "¡todos a mi izquierda!" dicha por la primera letra de la palabra, por ejemplo:

CERO	se transforma en	OREC
DERECHA	se transforma en	AHCERED

Mensaje para:

Texto:

2º b) Como ya eres un experto o experta manejando las palabras seguro que eres capaz de escribir una poesía con versos octosílabos, eligiendo tú el número de versos y la rima

ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN ENTRE EL PENSAMIENTO Y LA MATEMÁTICA EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

José Antonio Fernández Bravo
Centro universitario de Enseñanza Superior “Don Bosco”.
*Universidad Complutense de Madrid (ESPAÑA)**

*Si por la acción correcta del pensamiento se
entienden muchas cosas, no se entenderán aquellas
muchas en las que esta acción no esté presente.*

Introducción

¿Las formas que la enseñanza utiliza para enlazar pensamiento y Matemática, coinciden con las que el aprendizaje usa, o, con las que el aprendizaje rehúsa?

Desarrollar el razonamiento del/a niño/a para que infiera con corrección, expresándose en las distintas formas del pensamiento con el rigor y la precisión que la comprensión debe aportar respecto a su edad, es objetivo de la lógica, la Matemática, y también de... la creatividad. Si admitimos, como decía Bertrand Russell, que la lógica es la juventud de la Matemática y la Matemática la madurez de la lógica, parece ser que hay que considerar a la lógica en la etapa de Educación Infantil, más que como contenido previo, como principio activo sin el cual no se produce reacción alguna para el despertar del pensamiento matemático. El desarrollo del razonamiento lógico no se consigue únicamente cuando trabajamos actividades de un contenido lógico específico sino en todo momento en el que una acción o conjunto de acciones ha provocado una idea. No se le puede decir al niño: “Tienes que ser lógico”. Se tienen que provocar situaciones que recojan una operatividad lógica. Hacer, entonces, unos cuantos ejercicios con los Bloques Lógicos o unas cuantas observaciones indicativas con el fin de subrayar que el niño ha realizado actividades para desarrollar el razonamiento lógico, nada dice sobre el verdadero desarrollo, si descuidamos la lógica de las demás actuaciones, procesos, estrategias, comportamientos y diálogos.

Toda acción lógica y creativa que opere significativamente en la enseñanza de la Matemática debe, a nuestro juicio:

Basar la educación en la experiencia, el descubrimiento y la construcción de los conceptos, procedimientos y estrategias; más que en la instrucción. Basar la educación

* dirección de correo electrónico: ANTO1940@inicia.es
página web de interés: www.grupomayeutica.com

en estrategias de falsación o contraejemplos, evitando el “bien” o “mal” como autoridad que sustituye a la evidencia. Extender y transferir los conocimientos generando articuladas redes de aplicación.

Atender a la manipulación de materiales con actividades que optimicen el entendimiento, que provoquen, desafíen, motiven porque actualizan las necesidades del alumno. Simplicidad, claridad y precisión en el lenguaje utilizado en la presentación de las actividades o enunciación de los conceptos. Respetar al alumno cuando vive el acto de pensar. Potenciar la autoestima, la confianza, la seguridad,...

Habituar al alumno a explicar; fundamentar mediante argumentos lógicos sus conclusiones, evitando eso de “porque sí”. Familiarizarles con las reglas de la lógica para permitir el desarrollo y la mejora del pensamiento. Esta familiarización no debe ser penosa y ardua para el alumno, sino todo lo contrario: una forma de jugar a crear relaciones, contrastando las respuestas antes de optar por una de ellas.

Pero pensamiento y lógica, o pensamiento y creatividad distan mucho de encontrarse en la Matemática. Algunas veces la interacción entre pensamiento y Matemática es cosa de magia. Pero la magia mucho se aleja de la actividad científica. ¿Y la magia de los números? Entendiendo que el número es un instrumento de la Matemática, y que ésta se encuentra en el número en tanto que con él establecemos relaciones, carece de importancia el resultado, (no porque no deba ser correcto-cosa imprudente si así se pensara-) debido a que la importancia en el trabajo para el desarrollo del pensamiento matemático está en la interpretación del resultado y en el proceso estratégico que se ha llevado a cabo, para la obtención de ese resultado. Y es entonces, más que un proceso mágico, un acto creativo. Toda la magia que tiene el número que pertenece a la Matemática, consiste en anular cualquier brizna de magia que nos impida entender y comprender procesos y relaciones. Si hablamos de Matemática hay que hablar entonces de la “*dsmagia*” del número. Entendiendo que el número es el punto de llegada y no el punto de partida, como habitualmente se cree. Si hay algún comienzo que estimule el aprendizaje de la Matemática a cualquier edad, éste es el desafío, el reto, la resolución de problemas.

A estas edades se entiende por resolución de problemas los desafíos operativos que se presentan al niño para que elabore estrategias válidas para la intelectualización de las relaciones matemáticas. Todo planteamiento que exija un razonamiento lógico se puede considerar problema, siempre que se cumplan estas dos condiciones básicas:

- El niño sabe perfectamente qué hay que hacer
- El niño desconoce en su planteamiento cómo hay que hacerlo

Interacción entre pensamiento y enseñanza de la Matemática

Son muchas las personas que sin estar cercanas al mundo de la enseñanza de la Matemática preparan con éxito, según las exigencias académicas, a los estudiantes que durante el verano tienen que asegurarse al menos un aprobado en septiembre. Revistas y periódicos anuncian el evento: “Estudiante de secundaria da clases particulares a niños...”; “Periodista ayuda a redactar problemas...” “Ama de casa con buenos conocimientos en matemáticas imparte clases...” Podríamos preguntarnos si existe, o

no, diferencia entre: un profesional, un amateur, un especialista, un experto y un aficionado a la enseñanza de las matemáticas. La respuesta se puede encontrar, quizás, matizando una diferenciación esencial: una cosa es dedicarse a enseñar matemáticas y, otra, muy distinta, dedicarse a desarrollar el pensamiento matemático. ¿Cuál sería entonces el objetivo de la enseñanza en esta área del saber y cuáles deberían ser sus exigencias académicas: exponer información y contenido para recoger por imitación lo que dicta; o, por el contrario, preguntar, suponer, provocar y desafiar para descubrir el conocimiento y conquistar el espíritu del hacer matemático?

Dicen que las Matemáticas enseñan a pensar. Sin embargo, muchos profesores advierten que eso no sucede en la clase de matemáticas; en ella aseguran: no se piensa. Esto puede deberse a dos razones fundamentales: Una, que las Matemáticas no enseñen a pensar y hayamos sido víctimas de un engaño universal; otra, que en clase de matemáticas se haga de todo menos Matemáticas. Son muchos los profesionales de la educación los que también admiten que se pierde mucho tiempo en rellenar ejercicios de libros vacíos de actividad rentable, con el único fin de entregar a los padres carpetas llenas de fichas o cuadernos repletos de números, prueba del trabajo y la constancia y del contenido elaborado, pero lejos, muy lejos, -como se puede comprobar-, de explicar conocimiento² alguno. Hay que hacer el libro de texto, copiando los ejercicios en el cuaderno. Después, y sin demorar mucho el tiempo – que no se pierda- cuadernillos de problemas: “Los problemas y yo”; para añadir un librito que también hay que hacer sobre el desarrollo de la lógica y la atención por aplicación numérica: “Mis juguetitos los numeritos”; también hay que hacer alguna ficha que se le ocurre al profesor y, el cuaderno de repaso. Después del cuaderno de repaso tenemos, para los más desfavorecidos, El cuaderno de refuerzo y, para los más aventajados, el cuaderno de ampliación. Todo esto hay que programarlo debidamente, saber cuando hay que utilizar cada material y, de verdad, que a veces esa programación se convierte en un autentico rompecabezas por encajar todo en unas cuantas horas de clase.

Interacción entre pensamiento y aprendizaje de la Matemática

La Matemática es una actividad mental. El pensamiento matemático se desarrolla cuando se hace Matemática, hacer Matemática implica ante todo establecer relaciones. El rigor va unido a la Matemática desde las primeras experiencias que el niño puede hacer para conseguir conocimiento; pero rigor no es abuso de formalización y simbología sin significado; rigor es, ante todo: claridad mental.

Un profesor o profesora³ de Matemáticas permitirá que sus alumnos establezcan relaciones y encaminará sus estrategias didácticas hacia la comprensión, desde la realidad mental y la evidencia lógica. Formulará preguntas que provoquen claros desafíos al pensamiento, sin decir en modo alguno cómo se piensa. Favorecerá creativamente la discusión y el diálogo, dirigido a la investigación: “¿Qué pasaría

² Nos referimos al conocimiento matemático. La elección, si cabe, entre proceso y resultado o la exactitud del número frente al rigor del pensamiento. Muchas veces se mutila el proceso afianzando una forma más cómoda, según el profesor, para responder a los “contenidos”. “Así pues dime, y sin miedo, qué es lo que tú piensas que es el conocimiento”. (PALTÓN: Teeteto)

³ No tiene sentido distinguir entre un buen profesor y uno malo, pues esa diferenciación es en sí misma incoherente. Más sentido tiene hablar de “profesores” o “no profesores”, aunque ambos se ganen la vida mediante una actividad docente.

si...?” “Supongamos que...” Y pondrá en todo momento a disposición del alumno mecanismos válidos de autocorrección⁴.

Aún a pesar de estar totalmente admitido que la Matemática es una actividad mental, seguimos imponiendo, sin carácter científico, ese dogma prescriptivo: así se hace, así se coloca, así se calcula; protocolo aburrido justificado por la acción de terminar un programa sin calidad y que, por los resultados obtenidos de las evaluaciones externas, no imprime ni siquiera cuantificación académica. Seguimos vistiendo a la Matemática, desde la enseñanza, con ese falso atavío de ojos tristes y largas faldas negras y, en su aprendizaje se la reconoce, entonces, lejos de esa elegancia discreta que la caracteriza y que, quizás, no sepamos transmitir.

Interacción entre pensamiento y enseñanza-aprendizaje de la Matemática

El material es un medio dirigido a producir en el que aprende resultados fructíferos. Si no los produce hay que evitar su utilización. El uso de materiales y recursos en el aula es consecuente, en su hacer didáctico, con la interpretación que se tenga de la Matemática. Que los materiales “didácticos” se apliquen en el trabajo de clase no significa que cubran los altos desafíos educativos como el aprendizaje significativo y funcional o el hacer heurístico. Es la pedagogía utilizada la que nos conduce, o no, al cumplimiento de tales objetivos. El empleo del material es, sin duda, más que necesario, pero si ha de ser fructífero y no perturbador, debe llevar implícito un fuerte conocimiento de los procesos intelectuales que se pueden conseguir y de cómo se consiguen. Algunos de nosotros creemos estar en la moda pedagógica por el mero hecho de utilizar materiales; sin embargo, la metodología que utilizamos para dirigir su manipulación se encamina más, a convencer a los niños de lo que tienen que ver, que a permitir que nos digan lo que realmente ven; y eso, ya está totalmente démode, sobre todo cuando el esfuerzo se dedica a buscar algo que permita la exclusiva adquisición de la rutina algorítmica. Así, por ejemplo, se inventan un cuento para colocar las unidades con las unidades y las decenas con las decenas: “Erase una vez un pueblo en el que había un río. A ambos lados del río había casas. Los habitantes no se podían mezclar: los del lado derecho tenían que ir a sus casas que estaban en el lado derecho, y los del lado izquierdo tenían que ir a sus casas que estaban en el lado izquierdo, pasaba entonces que...” Después de todo este rollo hacemos una falsa analogía y, colocando verticalmente $23 + 45$, intentamos convencer de la similitud que tiene esto con el cuento del río -las casas de la derecha y, las de la izquierda-; así, fácilmente ve el niño que los números de la derecha se suman juntos, como se debe hacer con los de la izquierda, sin poder mezclar unos con otros. A mi juicio, esto sirve de poco para el hacer matemático: ¿Por qué las decenas y las unidades tienen que estar separadas por un río? ¿Cómo tienen que ser las casas de las decenas? ¿Y las de las unidades? ¿En qué relación intelectual se representa el habitante y el habitáculo?

⁴ Bertrand Russell (1985) escribía con énfasis de protesta: “Cuando nuestros niños mal aprenden, sin gracia, cosas acerca de las clases están recibiendo lo que queda, al paso del tiempo y bajo al apisonadora de la vulgaridad, del brillante esfuerzo intelectual de unos hombres.”

Las decenas y las unidades se relacionan por equivalencia de cantidad que define el Sistema de Numeración Decimal: “diez elementos de un orden equivalen a un elemento de un orden inmediatamente superior”.

¿Qué sucederá cuando se trabaje con tres cifras? ¿Cuántos ríos debería haber en el cuento? ¿Es necesario advertir que las unidades van con las unidades y las decenas con las decenas? Ya se sabe que no es necesario advertirlo. El problema no es la suma; la gran dificultad está en el concepto de número. Confundimos muchas veces causa y consecuencia, y más que dirigir nuestros esfuerzos a saber matemáticas, perdemos mucho tiempo en enseñar formas y procedimientos que nos lleven a obtener un resultado carente de significado y posibilidad de extensión del saber. Sin embargo, no faltan docentes que dicen: “bueno por lo menos suman y ya no tiene fallos” Pensemos: Si llueve y lo que yo quiero es que deje de llover, tengo que centrarme en su causa y, meterme bajo un tejado no arregla nada. Que cuando llueva te mojes, no quiere decir que cuando no te mojes haya dejado de llover. No se ha estudiado la causa; la lluvia sigue ahí, y la dificultad pronto surgirá de nuevo.

Veintitrés (23) es el dibujo convencional para representar dos elementos “diez” y tres elementos “uno”; 45 es el dibujo para representar cuatro elementos “diez” y cinco elementos “uno”. Si sumo $23 + 45$, lo que obtengo, lo coloque como lo coloque, son seis elementos “diez” y ocho elementos “uno” y eso, en matemáticas se representa así: 68; la suma es un número.

BIBLIOGRAFÍA

- BAROODY, A. J. (1984): Children`s difficulties in subtraction: some causes and questions. *Journal for Reserch in Mathematics Education* (15), 203-213
- BARTLETT, F.C. (1958): *Thinking: An Experimental and social study*. Londres. Allen and Unwin.
- BATATO, K. (1974): Técnicas y actividades para el desarrollo de la creatividad. *Revista Vida Escolar* (158)
- BEAUDOT, A. (1973): *La creatividad en la escuela*. Madrid: Studium
- BEAUDOT, A. (1980): *Creatividad*. Madrid: Narcea.
- BROMME, R y K. JUL (1984): Students “understanding” of tasks in the view of Mathematics teachers. *Institut fair didaktik der mathematik der Universitat Bieckfeld*
- DE LANDSHEERE, G., y E. BAYER (1977): *Cómo enseñan los profesores. Análisis de las interacciones verbales en el aula*. Madrid: Santillana
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1989): *Los Números en Color de G. Cuisenaire*. Seco-Olea. Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1994): La naturaleza del material en la didáctica de la Matemática. *Comunidad Educativa Madrid: ICCE* (220) 25-28
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.000): *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Barcelona. CISS/PRAXIS
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.002): *La Numeración y cuatro operaciones básicas: La investigación y el descubrimiento a través de la manipulación*. Editorial CCS, Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.004): *El número de dos cifras. Investigación didáctica e innovación educativa*. Editorial CCS. Madrid.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2.005): *Enséñame a contar: Investigación didáctica sobre la técnica de contar como actividad matemática*. Grupo Mayéutica. Madrid

- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2000): "La resolución de problemas matemáticos en la E. Primaria" Actas I Jornadas de Educación Matemática de la Comunidad de Madrid: Marzo. Comunidad de Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2000): Didáctica de la Matemática en Educación Infantil. Ediciones Pedagógicas. Madrid
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. Y SÁNCHEZ HUETE (2.003): La Enseñanza de la Matemática. Bases psicopedagógicas y fundamentos teóricos en la construcción del conocimiento matemático y la resolución de problemas. Editorial CCS. Madrid
- IAN STEWART (2004): De aquí al infinito. Las Matemáticas hoy. Crítica. Barcelona
- MAYER, R (1986): Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Barcelona: Paidós
- NESHER, P. (1986): Learning Mathematics. A Cognitive Perspective. American Psychologist 41(10), 114-122
- NESHER, P. y T. KATRIEL (1977): A semantic analysis of addition and subtraction word problems in arithmetic. Educational Studies in Mathematics (8), 251-269.
- NEWELL, A Y H.A. SIMON (1972): Human problem solving. Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
- NICKERSON, R.S., D. PERKINS y E. SMITH (1985): Enseñar a pensar. Barcelona: Paidós.
- NICHOLLS, J.G. (1983): Conceptions of ability and achievement motivation: A theory and its implications for education. En S.G. Paris, G. M. Oslen, H. W. Stevenson: Learning and motivation in the classroom. Lawrence Erlbaum. New Jersey. Hillsdale
- NOONE, D.J.(1996): Solucione sus problemas creativamente. Barcelona: Plaza & Janes.
- PERELMAN, Y. (1968): Matemáticas recreativas. Barcelona: Martínez Roca.
- PLATÓN (1979): Teeteto en Obras Completas. Aguilar, 2ª ed., 4ª reim., Madrid.
- PUIG ADAM, P. (1956): Didáctica. Matemática. Eurística. Madrid: Institución de Enseñanza Laboral.
- REY PASTOR, J. (1981): Elementos de Análisis Algebraico. Madrid. Biblioteca Matemática
- RUSSELL, B. (1985): Escritos básicos I. Planeta-Agostini. Barcelona
- SIKORA, J. (1979): Manual de métodos creativos. Buenos Aires: Kapelusz.
- SIMPSON, R.M. (1922): Creative imagination. American journal of psychology, (23).
- STEPHEN J. CHINN y J. RICHARD ASHCROFT (1999): Mathematics for Dyslexics. A teaching Handbook. Whurr Publishers. London
- WASON, P.C. (1960): On the failure to eliminate hypotheses in a conceptual task. Quarterly journal of experimental psychology, (12), 129-140.